2021年度（第12回）電気学会東京支部
群馬支所・栃木支所 合同研究発表会
ETG-22-15, ETT-22-15

2022/03/01

信号推定アルゴリズムのADC評価への応用

やなどり
梁取 友貴*, 桑名 杏奈, 片山 翔吾
佐藤 賢央, 石田 嵩, 岡本 智之, 市川 保
中谷 隆之, 畠山 一実, 小林 春夫
（群馬大学, ローム株式会社）

目次

目次

研究背景

- 高性能アナログ集積回路では
  テスト技術がますます難しく重要

- アナログ集積回路テスト技術の一つ
  信号周波数推定法としてのFFT（高速フーリエ変換）
  - 長所：コヒーレント条件でなくても 窓関数を併用し
    正確にスペクトラム推定可
  - 短所：多くの標本値が必要

周波数推定の応用

- 少数標本値での周波数推定アルゴリズム
  - Prony法
  - 最小二乗法

- Prony法の応用例:
  - 高速移動音源の速度の推定
  - 騒音パワーの推定
  - 音源の通過時刻の測定
  - 定常騒音源の位置推定

周波数推定のメリット･デメリット

- Prony法
  - 長所：美しいアルゴリズム
  - 短所：雑音があると精度良い推定ができない

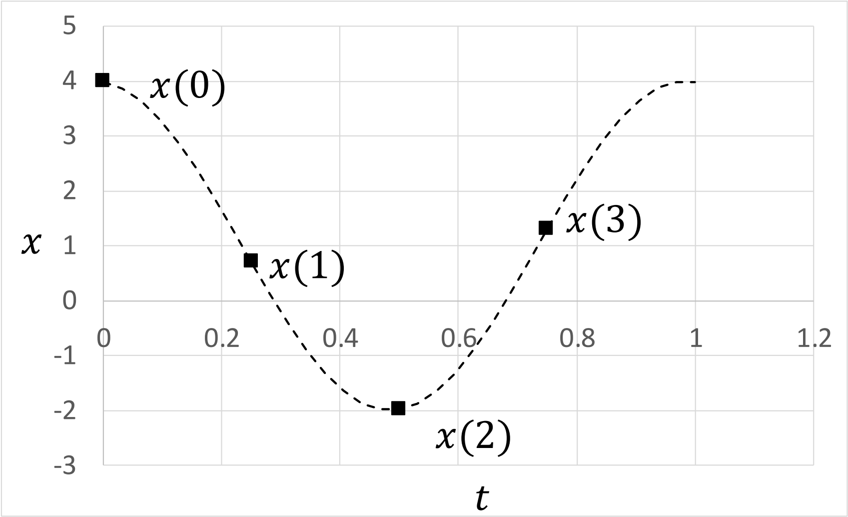
- 最小二乗法
  - 入力周波数が既知の場合 長所：陽に解ける
  - 入力周波数が未知の場合
    反復法を用いて計算する必要がある
    短所：高周波数のときに収束に時間がかかる

目的

- ADC評価への応用を目指す
- 2種類のアルゴリズム（Prony法と最小二乗法）雑音が推定精度に与える影響を調べる

目次

Prony法の標本値



周波数 f

標本化周波数 f_s

正弦波定数 A, θ, d とする

n点目の標本値

$$x(n) = A\cos\left(\frac{2\pi f n}{f_s} + \theta\right) + d$$

R. Prony, "Essai Experimental et analytique", J. Ec. Polutech. (Paris) 1(2), 24-76 (1795).

Prony法の周波数推定

- $n = 0,1,2,3$ とした4点の標本値 $x(0), x(1), x(2), x(3)$ を代入

$$a = \frac{\{\, x(0) - \ x(3)\}}{\{x(1) - \ x(2)\}}$$

$$z_r = \frac{(a-1)}{2}$$

$$f = f_s \frac{\left\{ \arg\left(z_r + j\sqrt{(1 - {z_r}^2)} \right) \right\}}{2\pi}$$

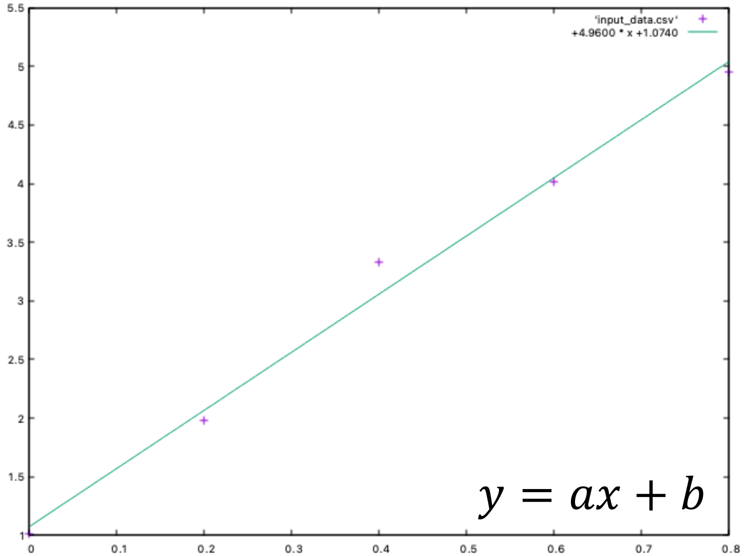
標本値4点からfを推定する

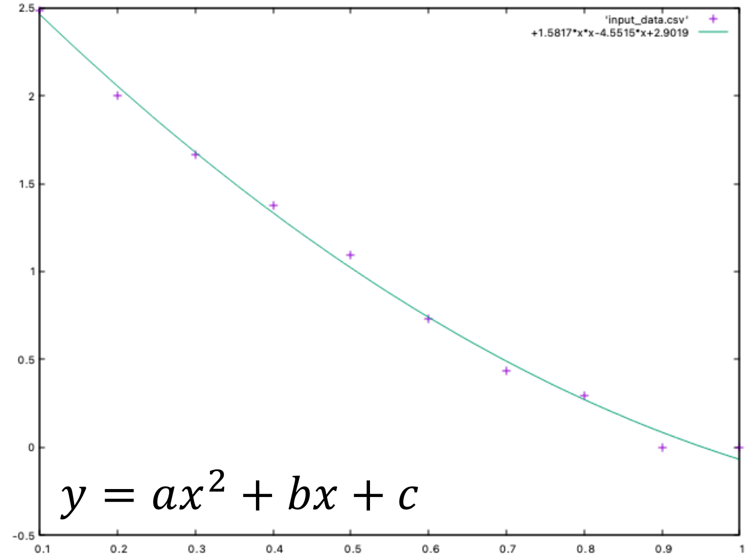
R. Prony, "Essai Experimental et analytique", J. Ec. Polutech. (Paris) 1(2), 24-76 (1795).

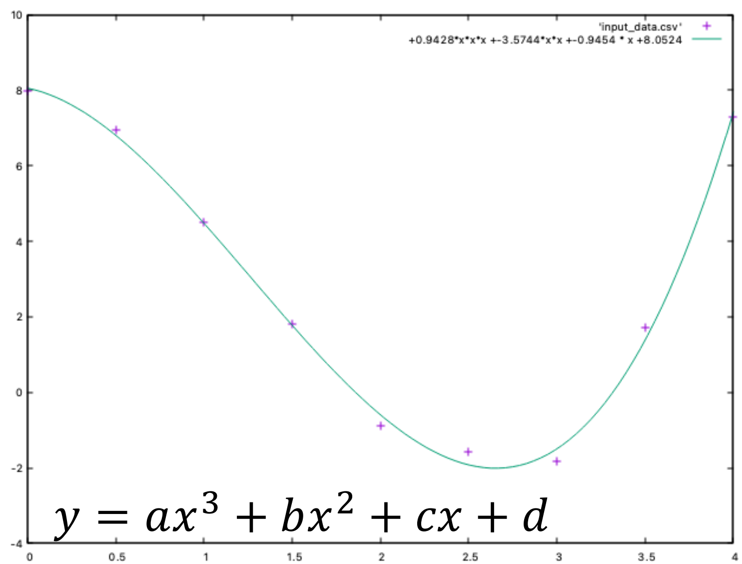
目次

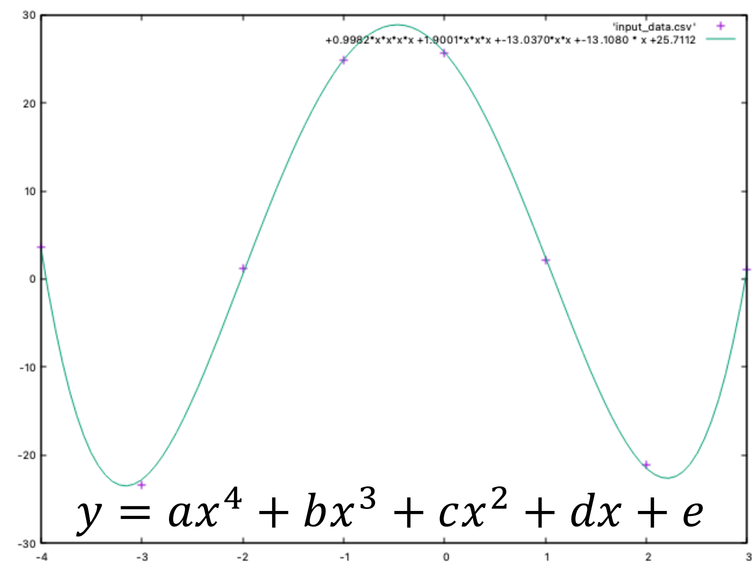
最小二乗法

離散点と関数の差の二乗和が最小となるように、関数の係数を決定する。









最小二乗法

- 最小二乗法
  - 離散点と関数の差の二乗和が最小となるように係数を決定する
  - 正弦波で周波数 f が既知の場合
    振幅 A、位相 θ、直流オフセット d を求める

$$y = A\sin(ft + \theta) + d$$

計算式(1)

$$a_1 = \sum_{i=1}^{n} 1$$

$$a_2 = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$a_3 = \sum_{i=1}^{n} \sin(f t_i)$$

$$a_4 = \sum_{i=1}^{n} \cos(f t_i)$$

$$a_5 = \sum_{i=1}^{n} y_i \cos(f t_i)$$

計算式(2)

$$a_6 = \sum_{i=1}^{n} y_i \sin(f t_i)$$

$$a_7 = \sum_{i=1}^{n} \sin(f t_i) \cdot \cos(f t_i)$$

$$a_8 = \sum_{i=1}^{n} \{\cos(f t_i)\}^2$$

$$a_9 = \sum_{i=1}^{n} \{\sin(f t_i)\}^2$$

計算式(3)

$$a_A = \frac{a_3a_4a_5 + a_2a_4a_7 + a_1a_6a_8 - a_1a_5a_7 - a_4a_4a_3 - a_2a_3a_8}{2a_3a_4a_7 + a_1a_9a_8 - a_3a_3a_8 - a_4a_4a_9 - a_1a_7a_7}$$

$$a_B = \frac{a_1a_5a_9 + a_3a_4a_6 + a_2a_3a_7 - a_3a_3a_5 - a_2a_4a_9 - a_1a_6a_7}{2a_3a_4a_7 + a_1a_9a_8 - a_3a_3a_8 - a_4a_4a_9 - a_1a_7a_7}$$

$$a_C = \frac{a_3a_7a_5 + a_4a_7a_6 + a_2a_9a_8 - a_4a_9a_5 - a_2a_7a_7 - a_3a_8a_6}{2a_3a_4a_7 + a_1a_9a_8 - a_3a_3a_8 - a_4a_4a_9 - a_1a_7a_7}$$

最小二乗法によるパラメータの推定

- パラメータを推定

$$A = \sqrt{a_A^2 + a_B^2}$$

$$\theta = -\frac{\arcsin(a_B/A)}{f}$$

$$d = a_C$$

目次

雑音の種類

- 雑音

$a(t)$ 振幅変調ノイズ

$\theta(t)$ 位相ノイズ

$n(t)$ 加法ノイズ

$$y(t) = A\{1 + a(t)\}\sin\{\omega t + \theta_0 + \theta(t)\} + C\{1 + n(t)\}$$

振幅変調ノイズ　位相ノイズ　加法ノイズ

Noise Ratio

- 雑音の大きさ
  - 標本値のばらつく範囲

- NR (Noise Ratio)
  - 中心値との比

(例) 加法ノイズ$\mathrm{NR} = 0.2$

$$y(t) = A\{1 + a(t)\}\sin\{ft + \theta_0 + \theta(t)\} + C\{1 \pm 0.1n(t)\}$$

本研究で用いる条件

- 元の波形　正弦波
  - 振幅3.0
    初期位相0.1
    直流オフセット1.0
    周波数1.0

- 単位
  - 位相 ・・・ radian
  - 振幅、直流オフセット ・・・ 無次元の数値

目次

- 研究背景と目的
- Prony法
- 最小二乗法
- 研究方法
- 結果
- まとめ

Prony法の設定

振幅 A=3.0

初期位相θ=0.1

直流オフセット d=1.0

周波数 f=1.0 を代入

標本化周波数 $f_s = 4$ とする

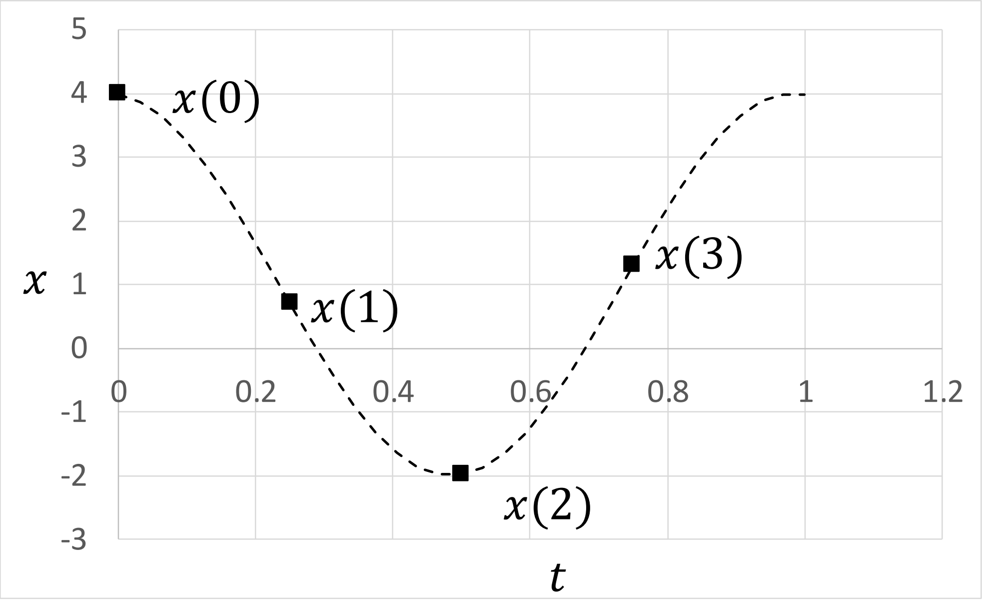
$$x(n) = A\cos\left(\frac{2\pi f n}{f_s} + \theta\right) + d$$

標本値の例（NR=0.0のとき）

- ノイズなし（$\mathrm{NR} = 0.0$）の場合
  $x(0) = 3.985,\ x(1) = 0.700,$
  $x(2) = -1.985, x(3) = 1.300$
  を標本値として得る

- 4点を用いてProny法で
  計算すると
  $f = 1.0$ となる

NR=0.0



標本値の例（NR=0.2のとき）

- $\mathrm{NR}=0.2$の加法ノイズを加えた場合

  $x(0)=3.900,\ x(1)=1.064,$

  $x(2)=-2.082, x(3)=0.902$

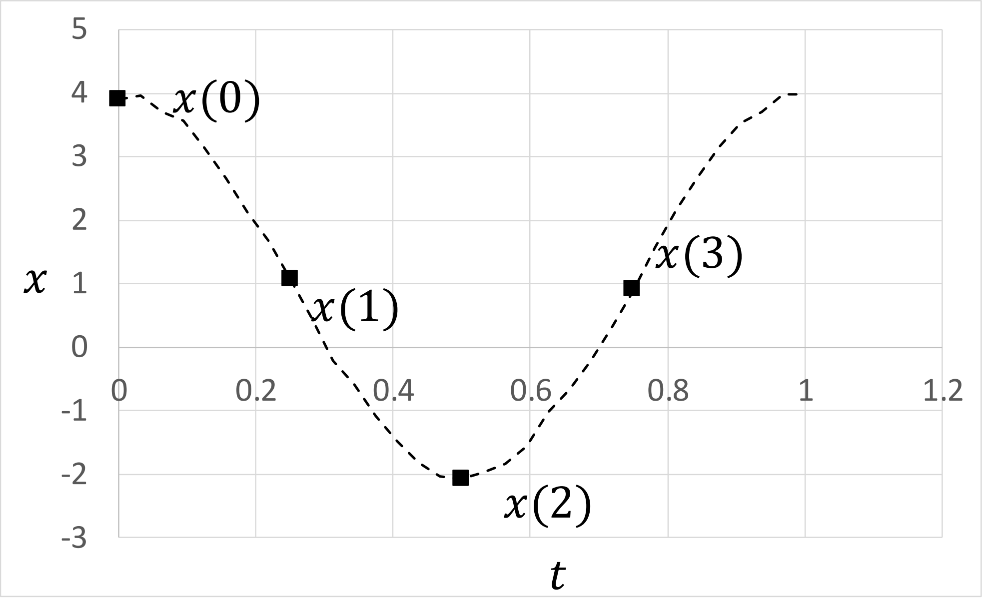
  を標本値として得る

- 4点を用いてProny法で計算すると

  $f=1.015$ となる

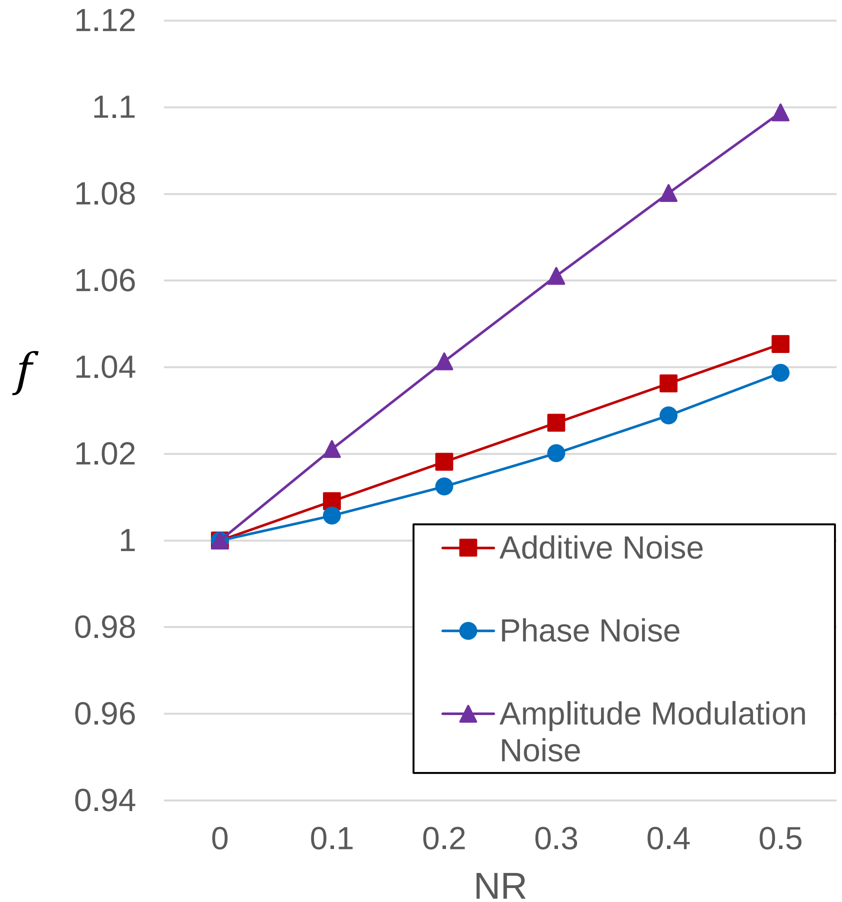
  本来の f の値(=1.0)から誤差が生じる

NR=0.2



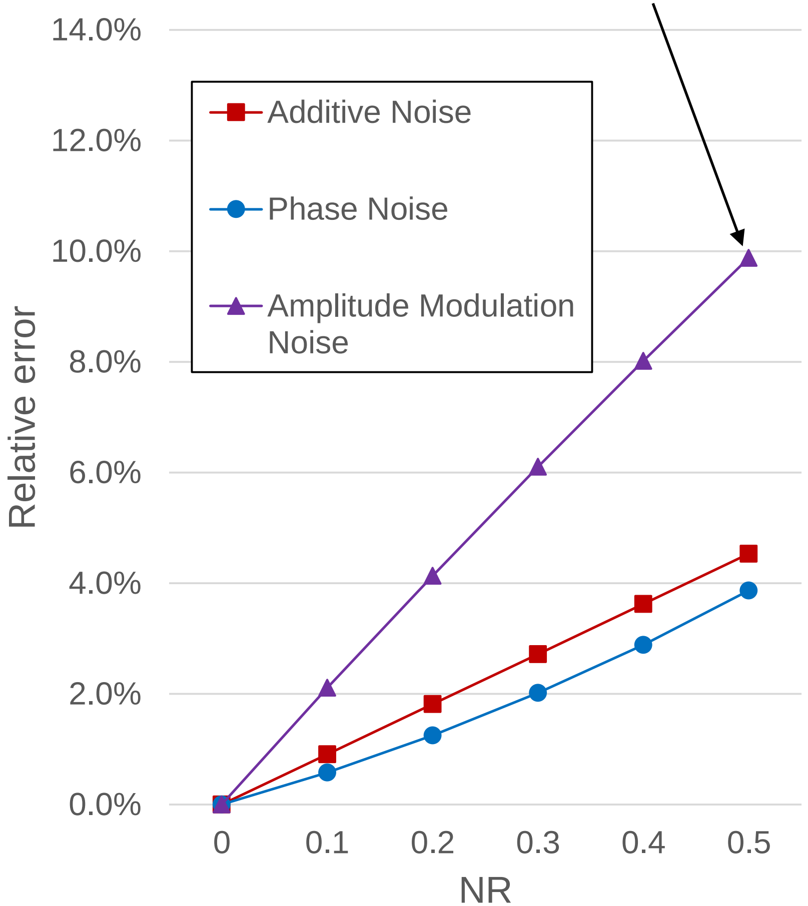
Prony法 周波数推定 結果

ノイズが大きくなると
周波数が大きくなる方に向かって
線形的に誤差が大きくなる



計算されたfの値

相対誤差の最大値
振幅変調ノイズ
NR = 0.5のとき 9.9%



真の値(f = 1.0)に対する相対誤差の絶対値

最小二乗法の設定

- 37点の離散点の組を抽出

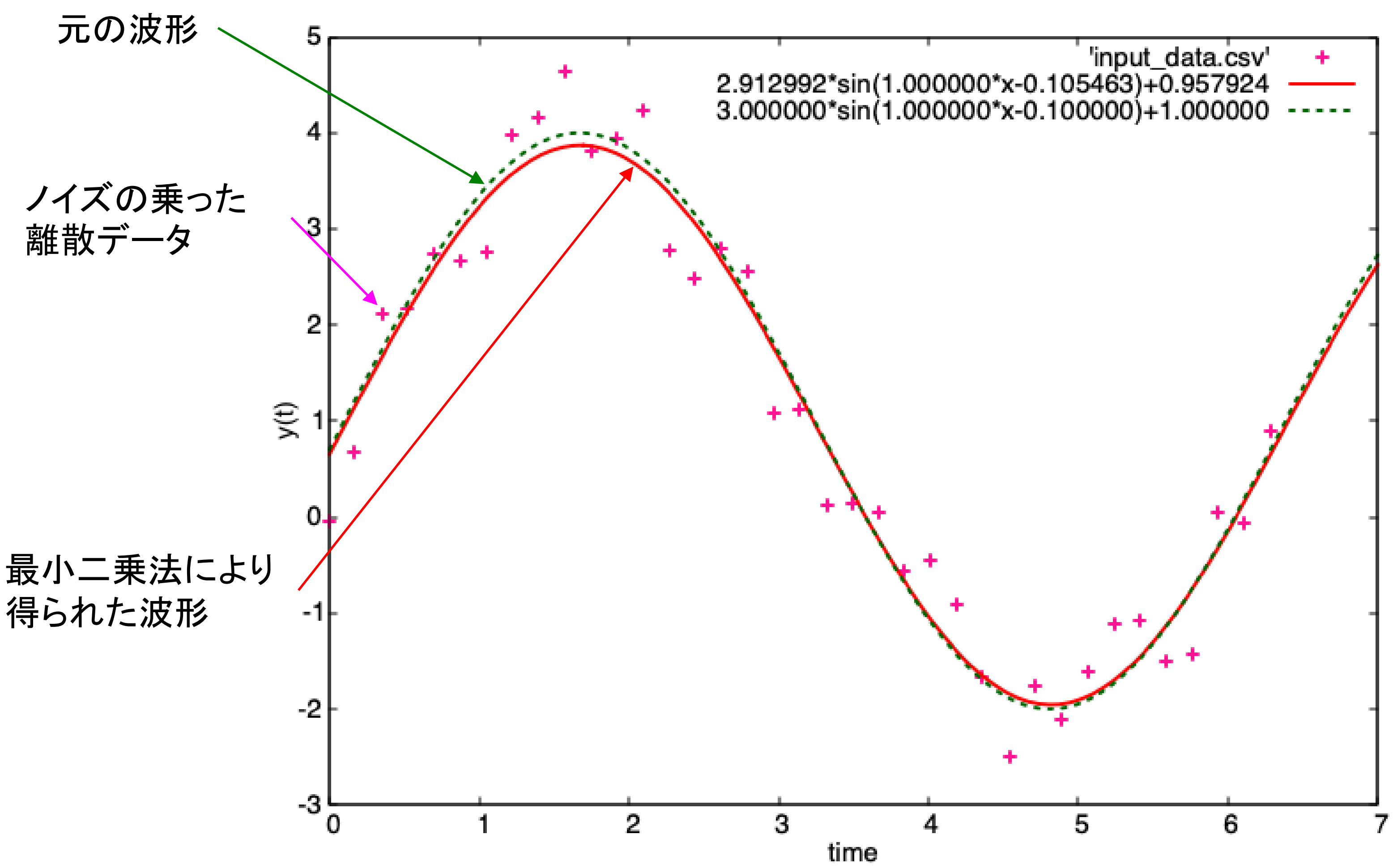
振幅3.0

初期位相0.1

直流オフセット1.0

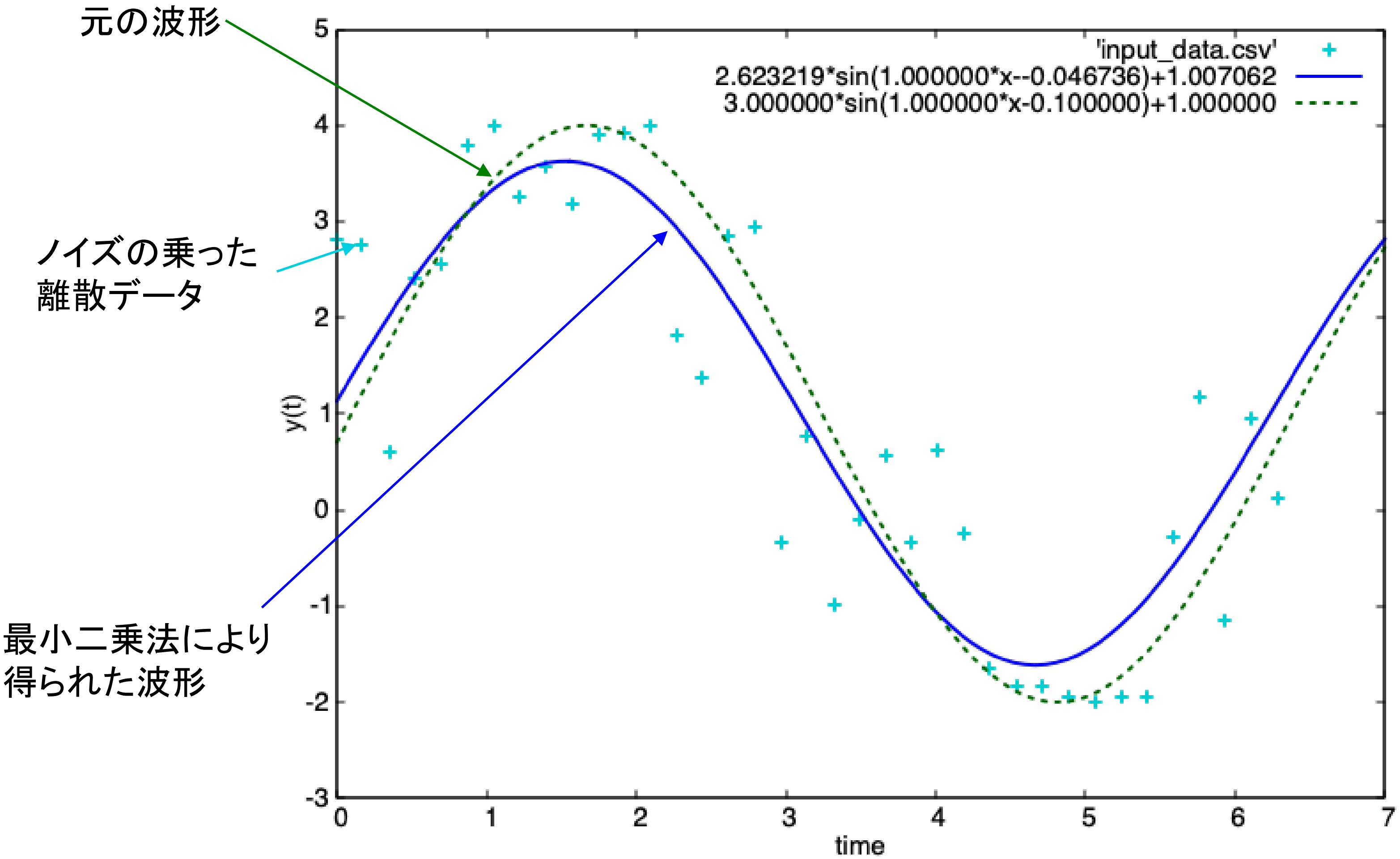
周波数1.0

加法ノイズ NR=0.5



元の波形
ノイズの乗った
離散データ
最小二乗法により
得られた波形
'input_data.csv'
2.912992*sin(1.000000*x-0.105463)+0.957924
3.000000*sin(1.000000*x-0.100000)+1.000000
y(t)
time
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
1
2
3
4
5
6
7

位相ノイズ NR=0.5



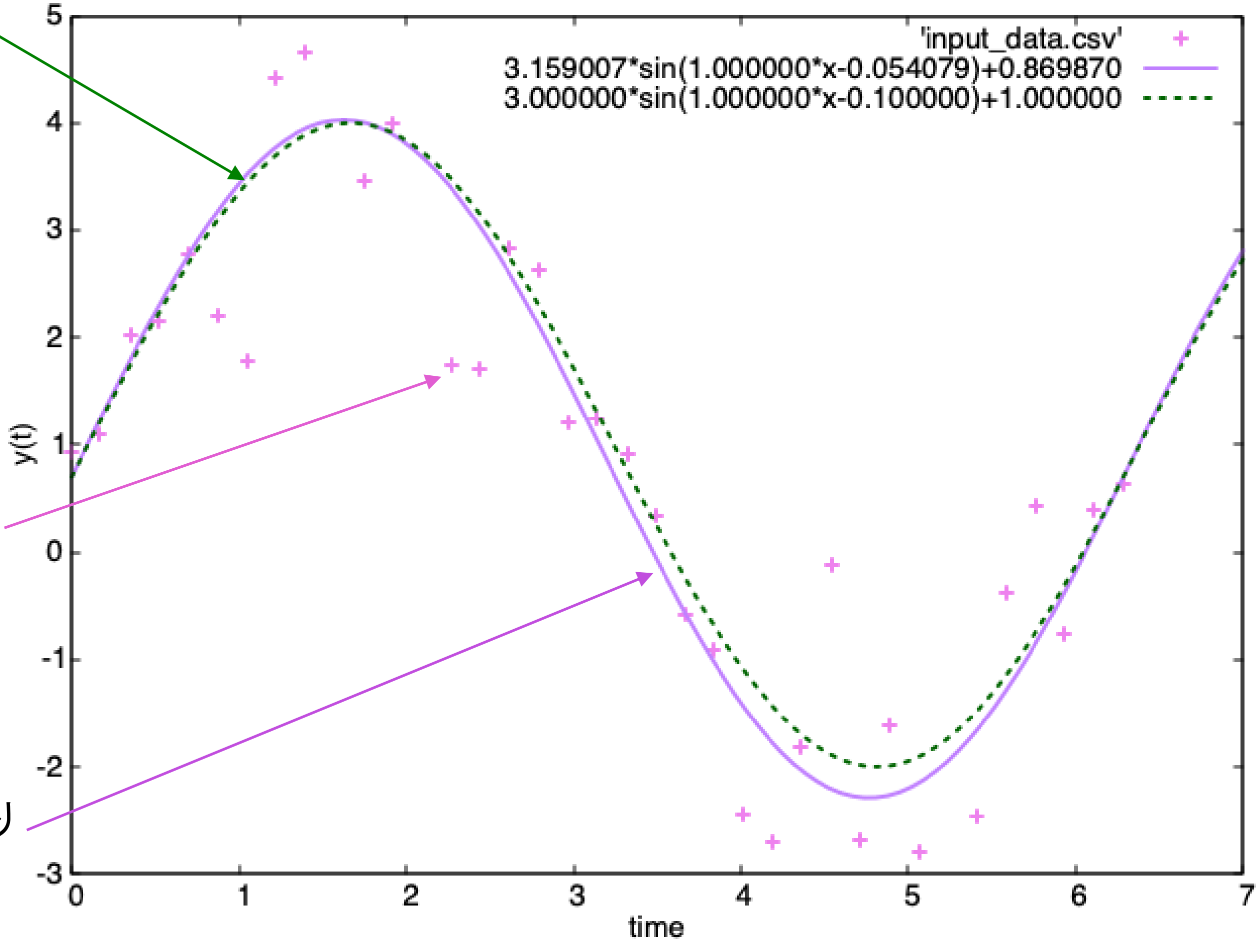
元の波形
ノイズの乗った
離散データ
最小二乗法により
得られた波形
'input_data.csv'
2.623219*sin(1.000000*x--0.046736)+1.007062
3.000000*sin(1.000000*x-0.100000)+1.000000
y(t)
time
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
1
2
3
4
5
6
7

振幅変調ノイズ NR=0.5

元の波形

ノイズの乗った
離散データ

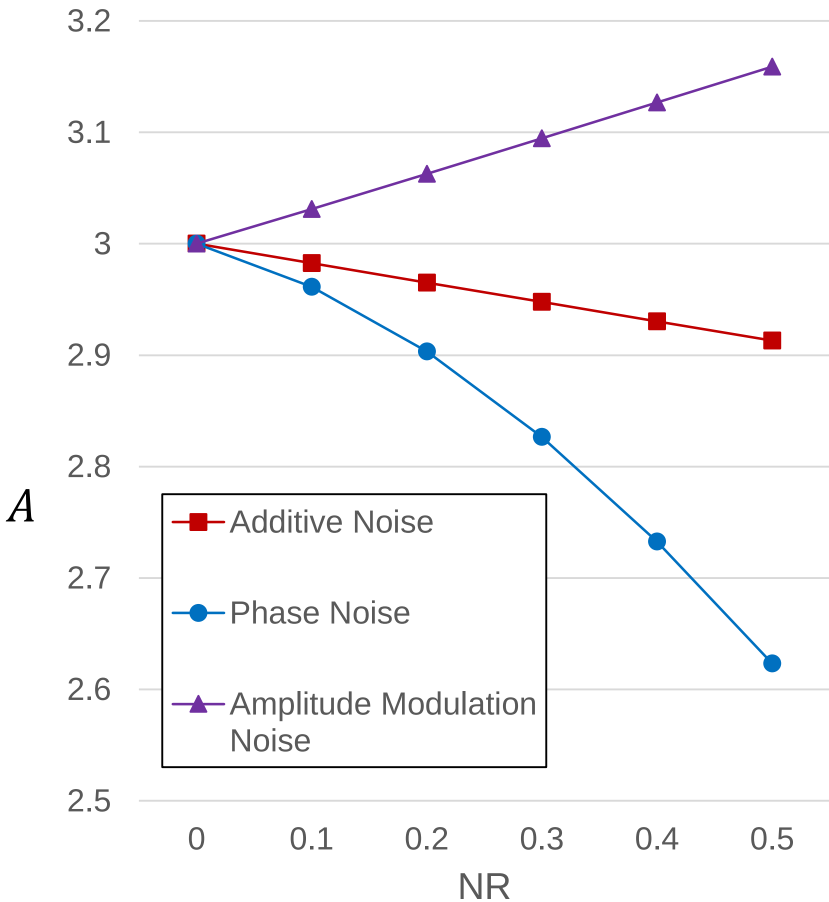
最小二乗法により
得られた波形



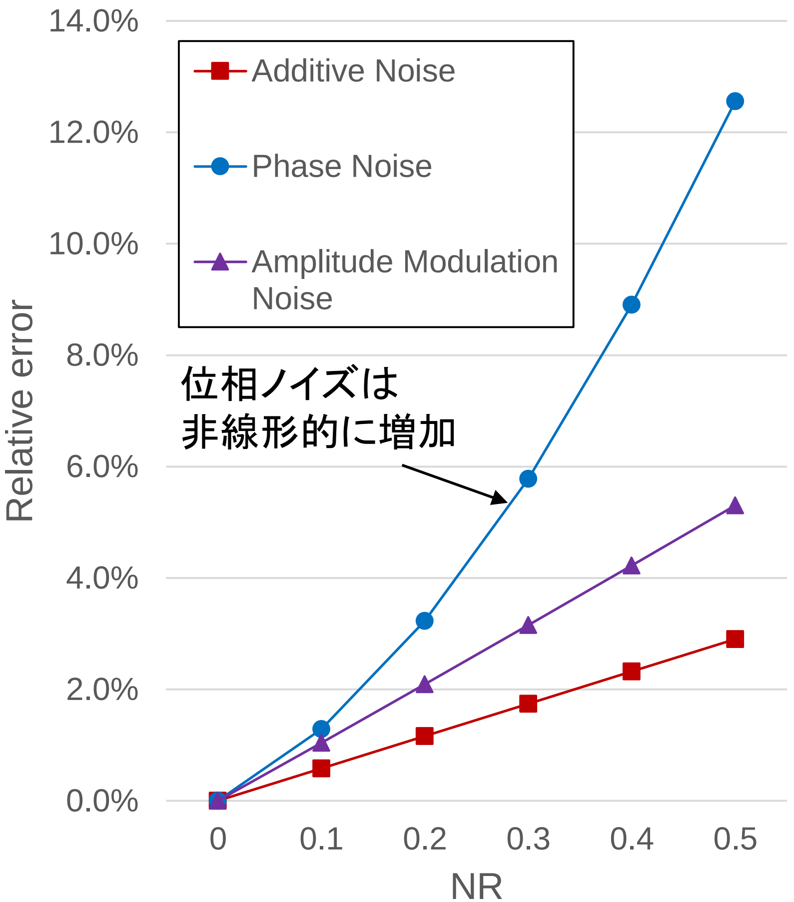
振幅の推定結果

振幅変調ノイズ：振幅を大きくする方向
位相ノイズ　　：　　　小さくする方向
加法ノイズ　　：　　　小さくする方向

相対誤差の最大値
位相ノイズ　$\mathrm{NR} = 0.5$のとき 約13%



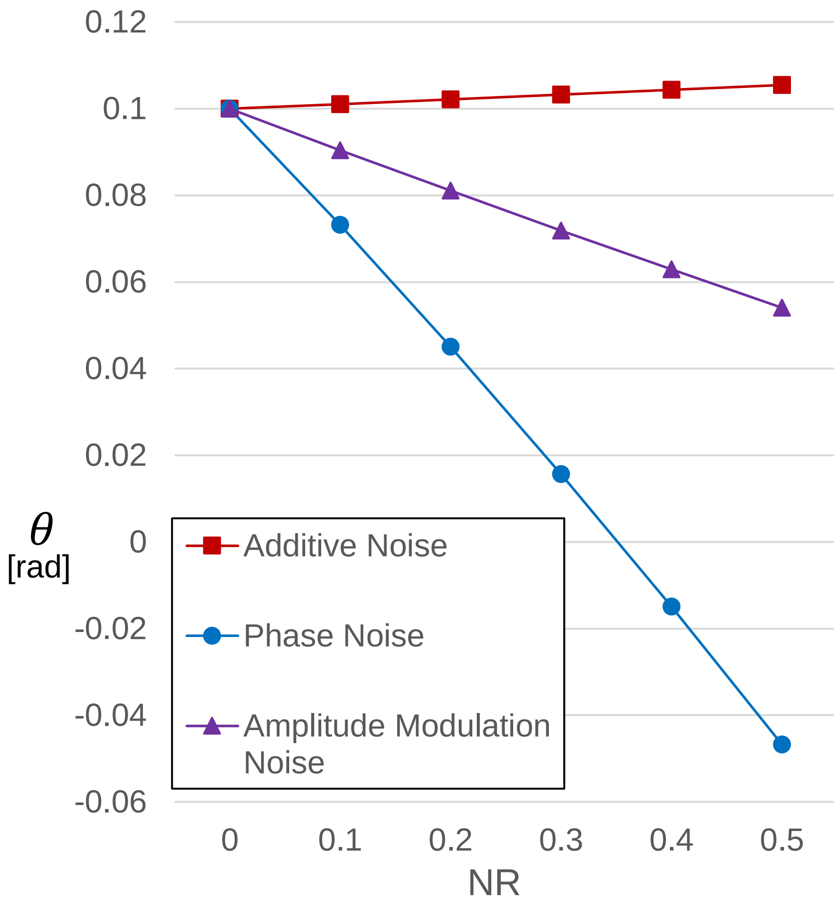
計算されたAの値



真の値($A = 3.0$)に対する相対誤差の絶対値

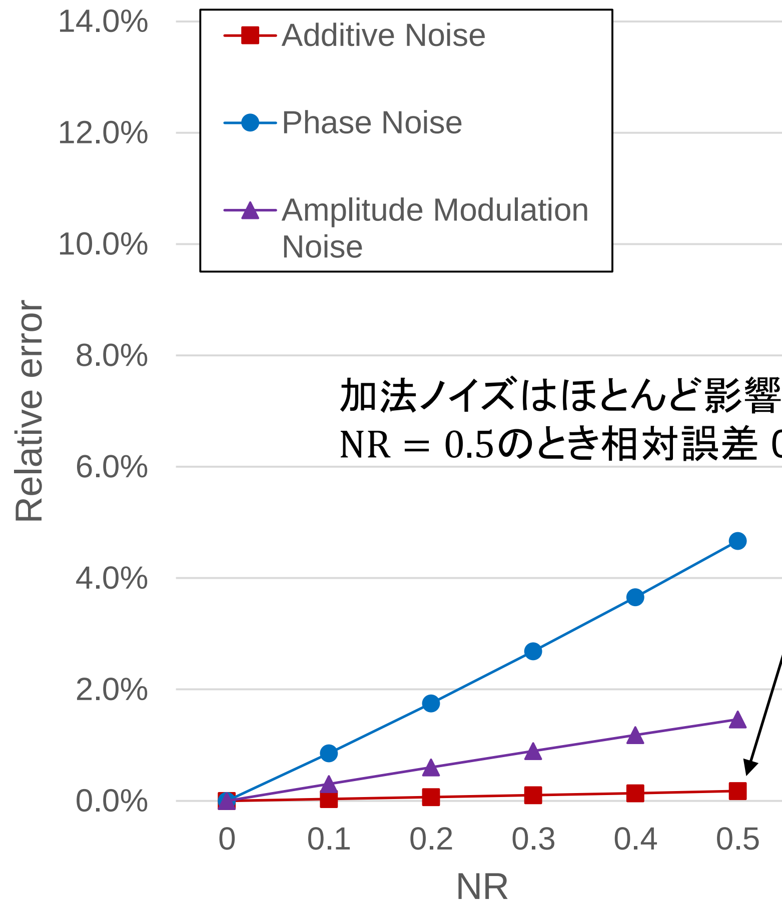
位相の推定結果

加法ノイズ　　　：正の方向
位相ノイズ　　　：負の方向
振幅変調ノイズ：負の方向



計算されたθの値

相対誤差の最大値
位相ノイズ　$\mathrm{NR} = 0.5$のとき 約5%



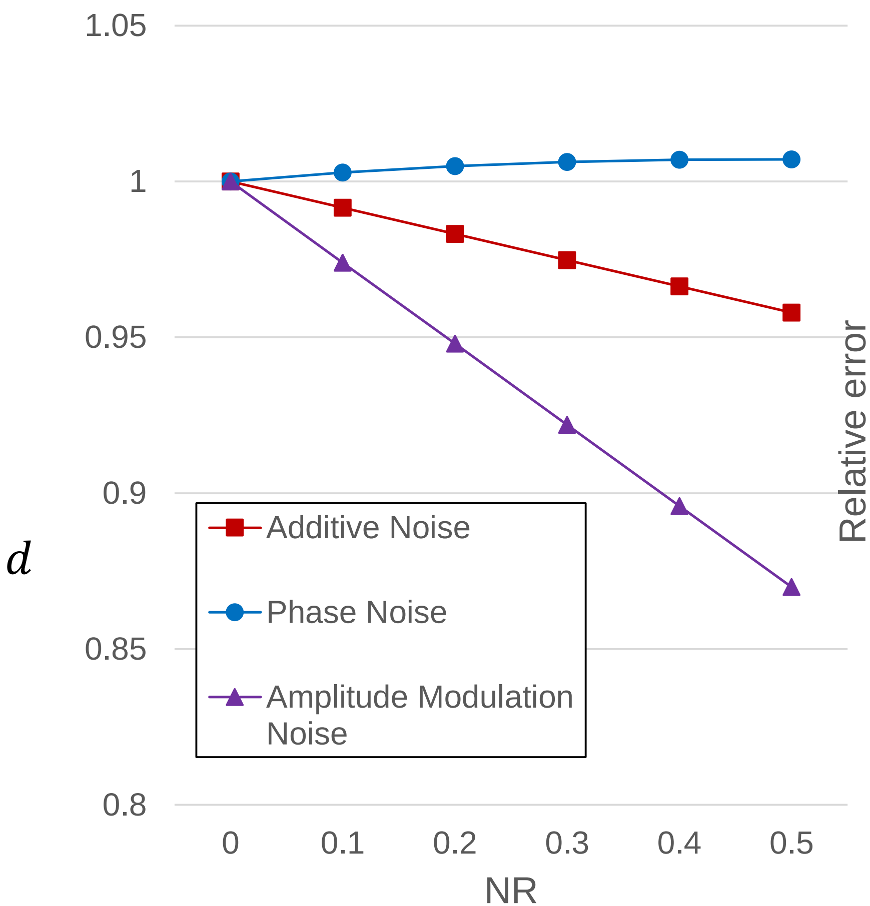
加法ノイズはほとんど影響を与えない
$\mathrm{NR} = 0.5$のとき相対誤差 0.2%

θが取りうる範囲(π[rad])に対する相対誤差の絶対値

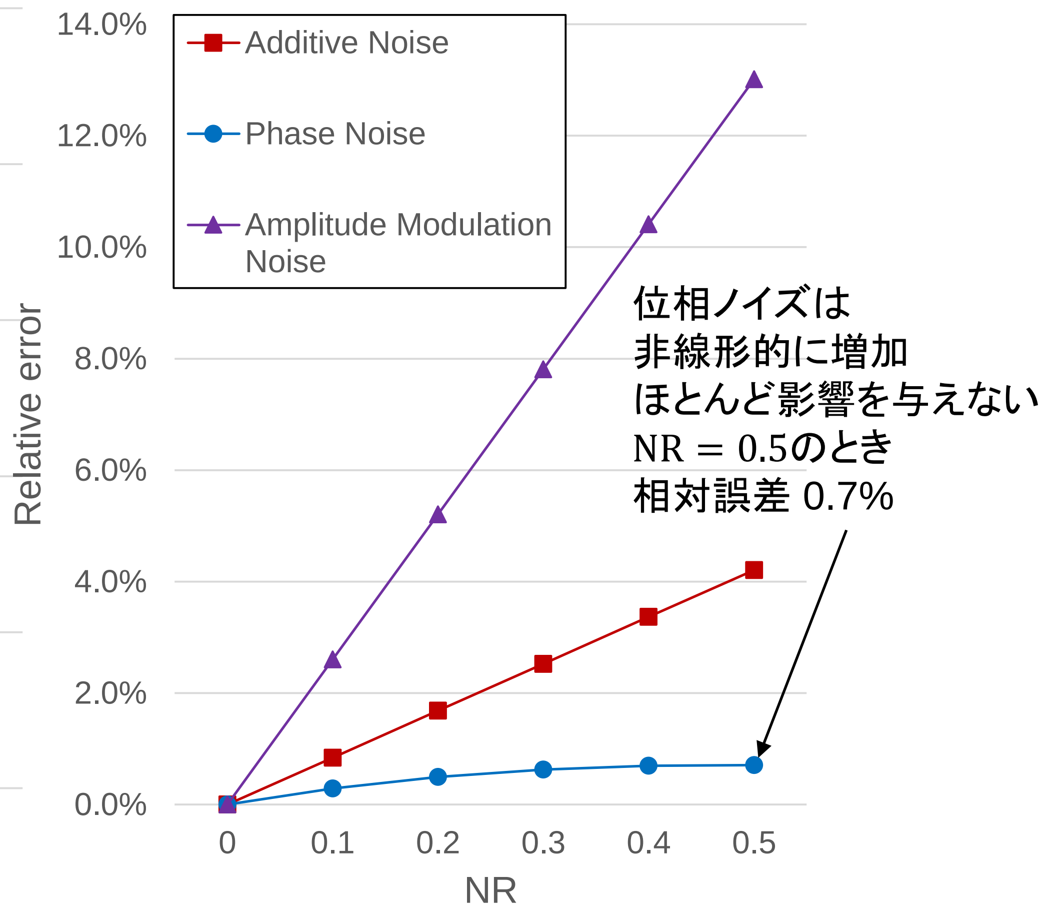
直流オフセットの推定結果

位相ノイズ　　　：大きくする方向
加法ノイズ　　　：小さくする方向
振幅変調ノイズ：小さくする方向

相対誤差の最大値
振幅変調ノイズ　$\mathrm{NR} = 0.5$のとき 約13%



計算されたdの値



真の値($d = 1.0$)に対する相対誤差の絶対値

目次

まとめ

- サンプリングにより得られた標本値から、元の波形を推定
  - Prony法（周波数を推定）
  - 最小二乗法（振幅、位相、直流オフセットを推定）

- 三種のノイズが推定値に与える影響を調査

$$y = A\{1 + a(t)\}\sin\{\omega t + \theta_0 + \theta(t)\} + C\{1 + n(t)\}$$

振幅変調ノイズ　位相ノイズ　加法ノイズ

- 最も大きい影響を与えるノイズ
  - Prony法　周波数の推定に対して　振幅変調ノイズ
  - 最小二乗法　振幅の推定に対して　位相ノイズ　非線形的
  - 最小二乗法　位相の推定に対して　位相ノイズ
  - 最小二乗法　直流オフセットの推定に対して　振幅変調ノイズ

質疑応答

Q. サンプリング定理は満たしている必要がありますよね？
A. 満たしている必要があります。

Q. どのようなノイズを与えましたか？（ホワイトノイズとか）
A. ホワイトノイズです。