

貴金属比の特性を利用した 等価時間サンプリングの波形 取得効率解析

山本 修平、佐々木優斗、趙宇杰、魏江林、桑名杏奈(群馬大学)
佐藤賢央、石田嵩、岡本智之、市川保(ローム)
中谷隆之、Tran Minh Tri、片山 翔吾
畠山一実、小林春夫(群馬大学)

目次

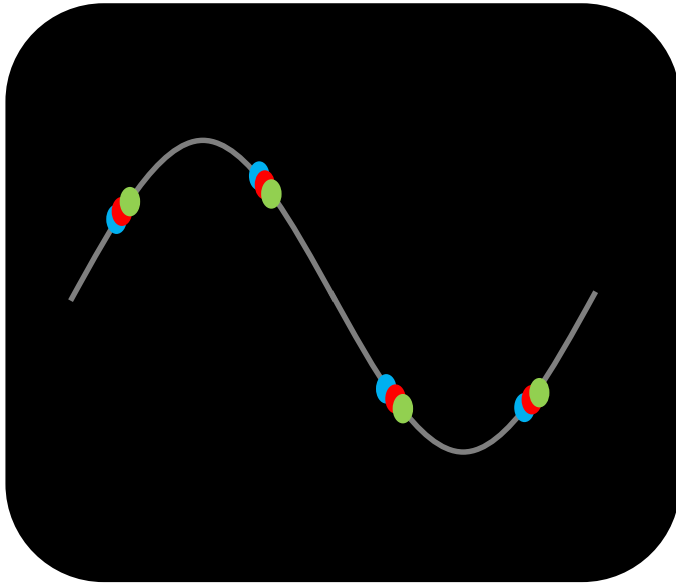
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 貴金属比サンプリング
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

目次

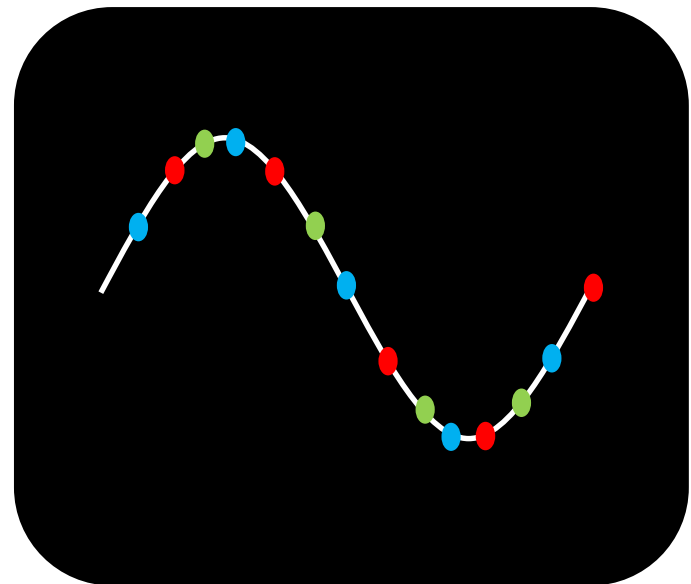
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 貴金属比サンプリング
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

研究目的

効率的なIC試験のために、
等価時間サンプリングでの**高効率**波形を取得する。



サンプリング点が**局在**



サンプリング点が**分散**

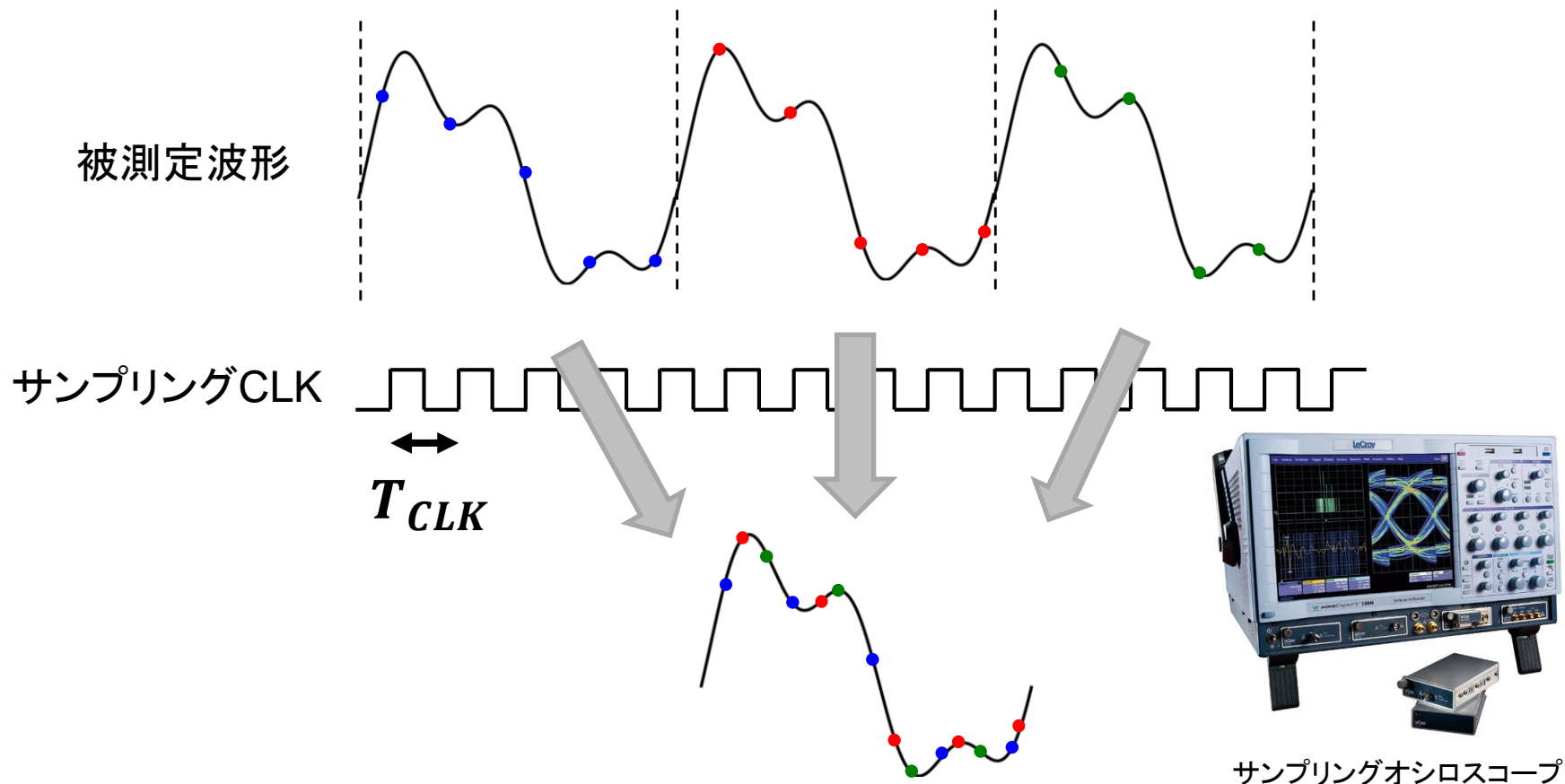


目次

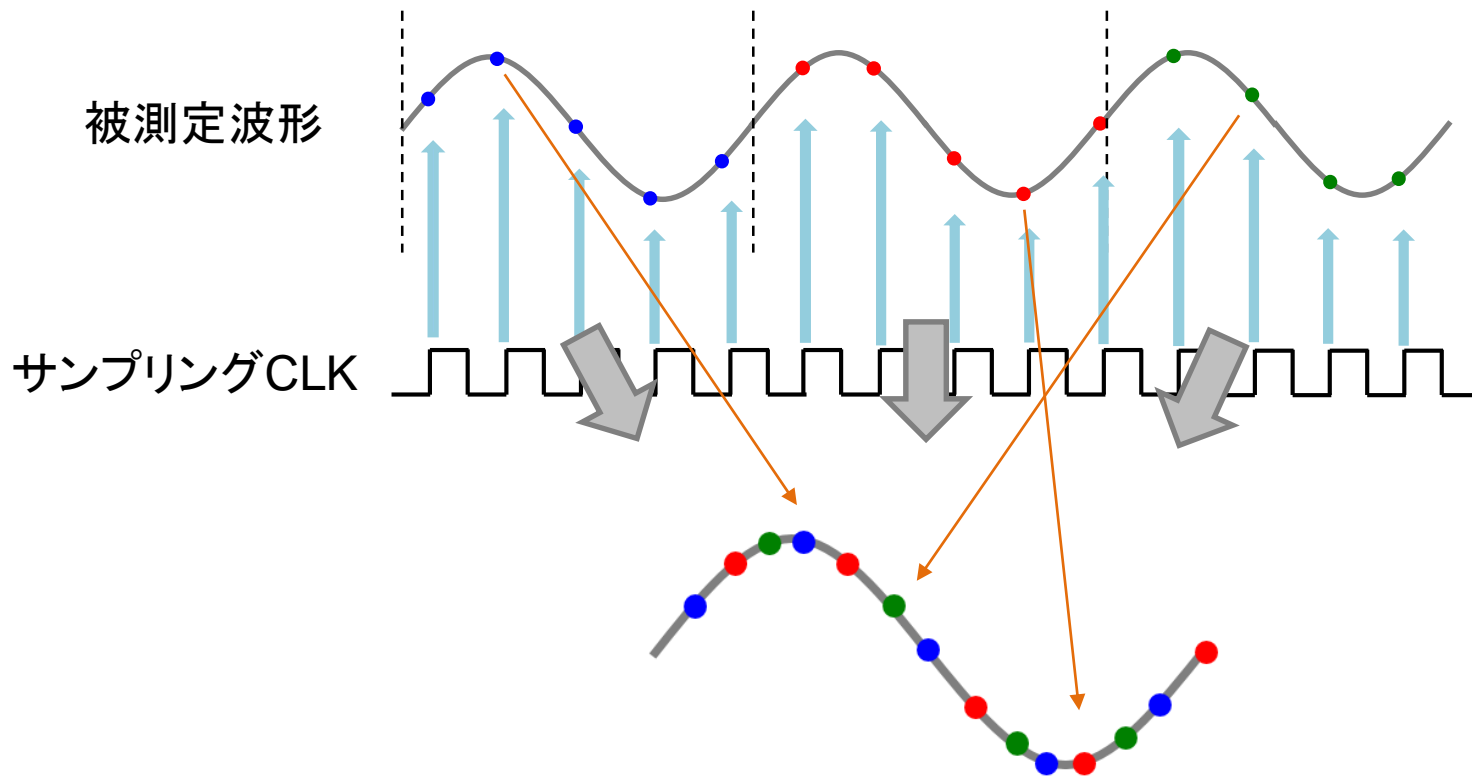
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 貴金属比サンプリング
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

等価時間サンプリングとは

- 繰り返し波形を高時間分解能でサンプリングする技術。
- サンプリング・オシロスコープ等で使用。



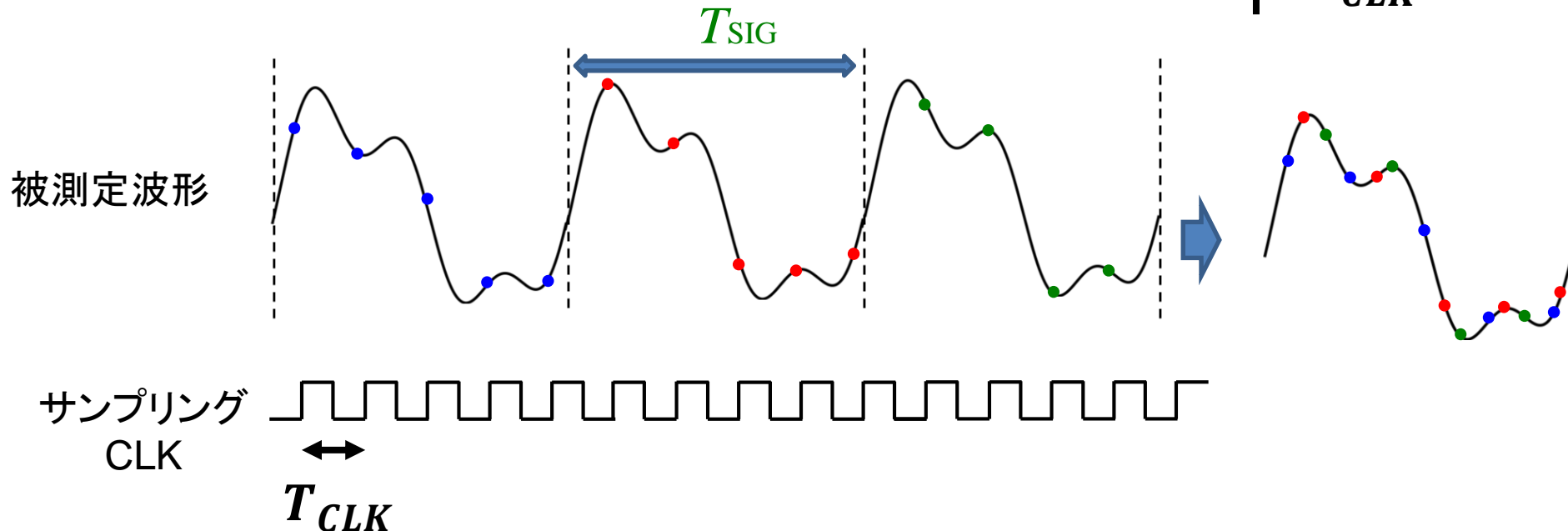
ランダム・サンプリングの原理



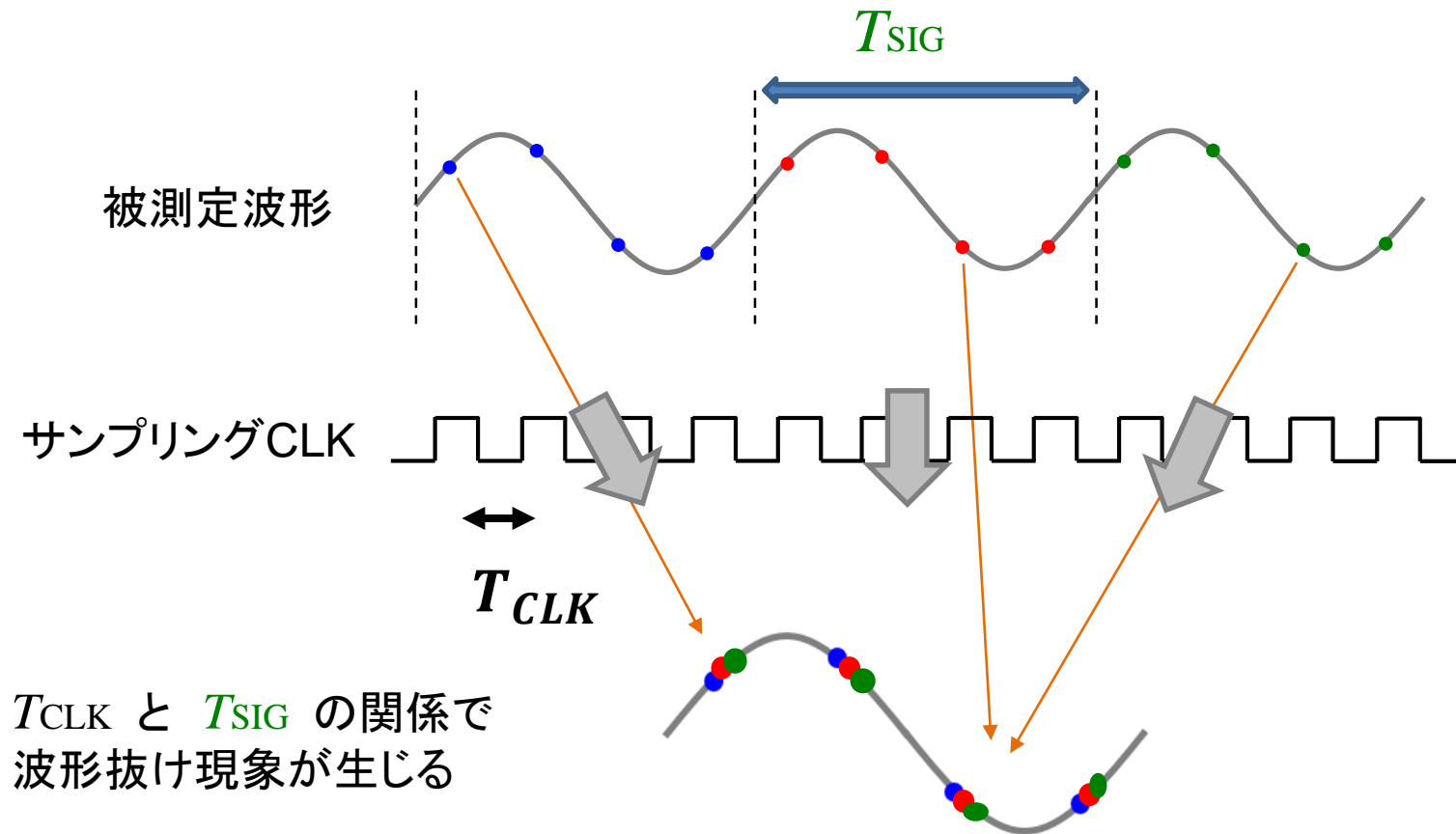
繰り返し波形を非同期CLKでサンプリング → 1周期波形を構成

IC試験と等価時間サンプリング

- IC試験時に入力信号は制御可能
周期 T_{SIG} の入力 → 周期 T_{SIG} の出力信号



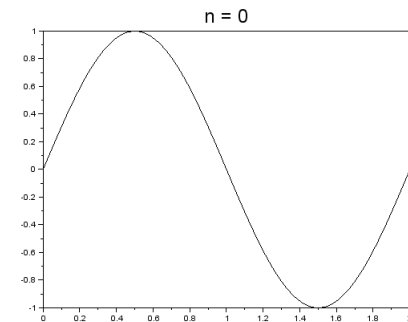
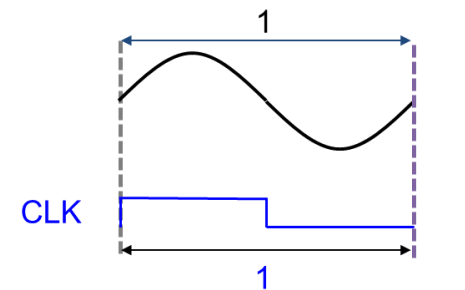
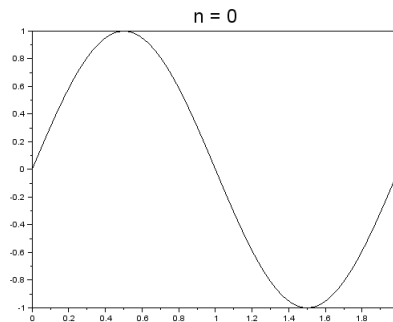
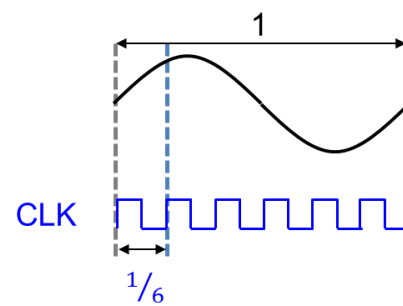
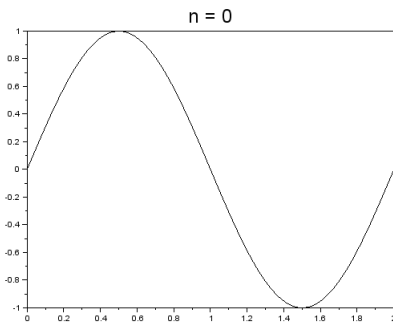
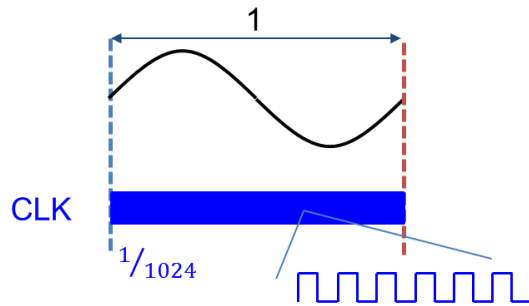
波形抜け現象



波形を再構成するために大量のデータが必要 ➡ 測定時間: 長

波形抜け条件(低効率)

$$f_{CLK} \gg f_{sin} \quad f_{CLK} \approx \frac{1}{\alpha} f_{sin} \left(\alpha = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{1}{6}, \dots \right) \quad f_{CLK} \approx f_{sin}$$



サンプリング点が局在 ➡ 隣接するサンプリング点間の距離の比: 大

高波形取得効率条件

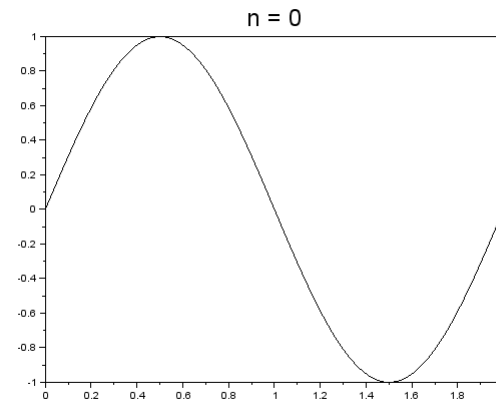
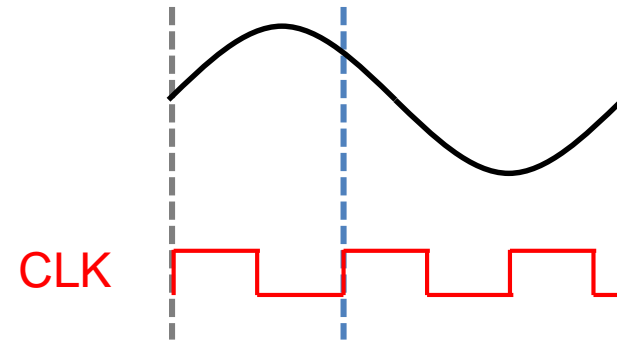
適切なCLK



サンプリング点が1周期内で一様に**分散**



高波形取得効率



サンプリング点が**分散** ➡ 隣接するサンプリング点間の距離の比: **小**

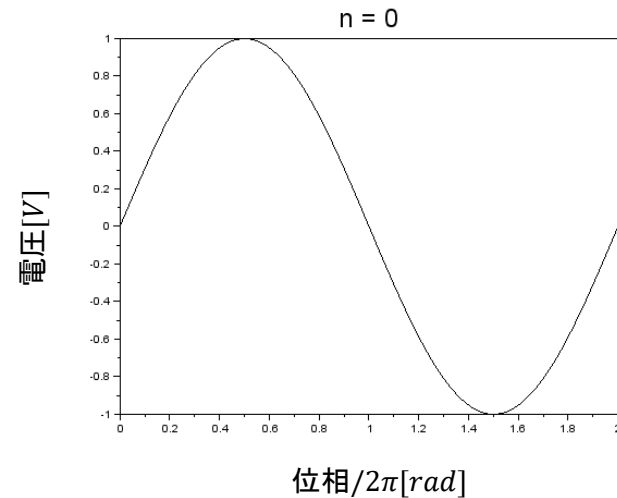
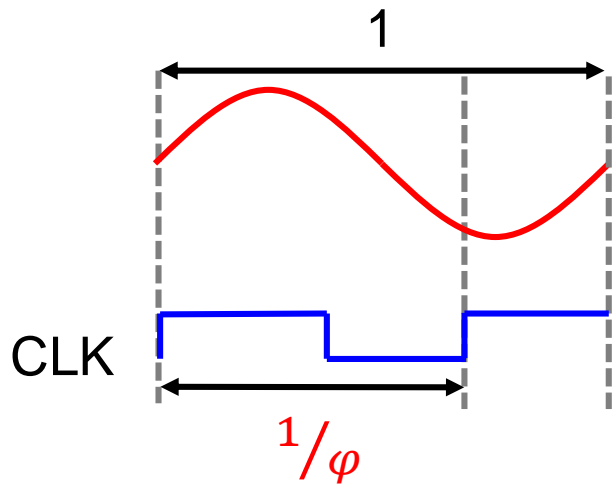
目次

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- **貴金属比サンプリング**
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

黄金比サンプリング

$$f_{CLK} = \varphi \times f_{sig}$$

φ : 黄金数 (= 1.6180339887...)



サンプリング点 → 常に位相全体にまんべんなく分布

黄金比とは

黄金比は、 $x^2 - x - 1 = 0$ の正の解

$$x = 1.618033988749895 \dots = \varphi$$

最も美しい比

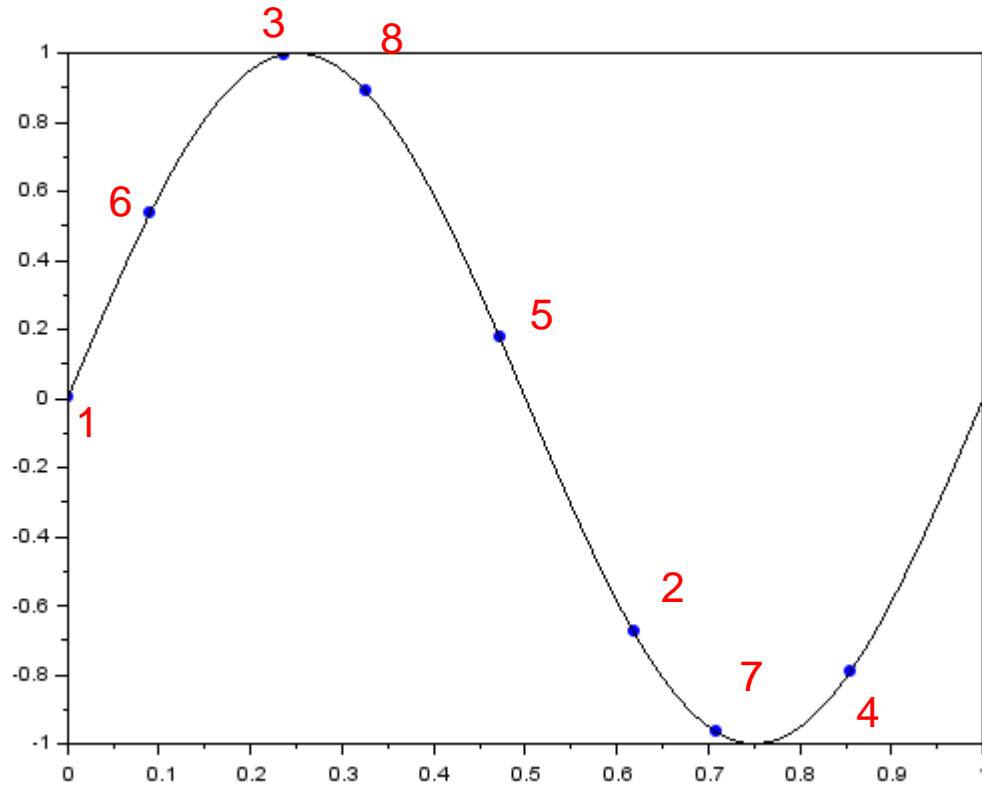
パルテノン神殿



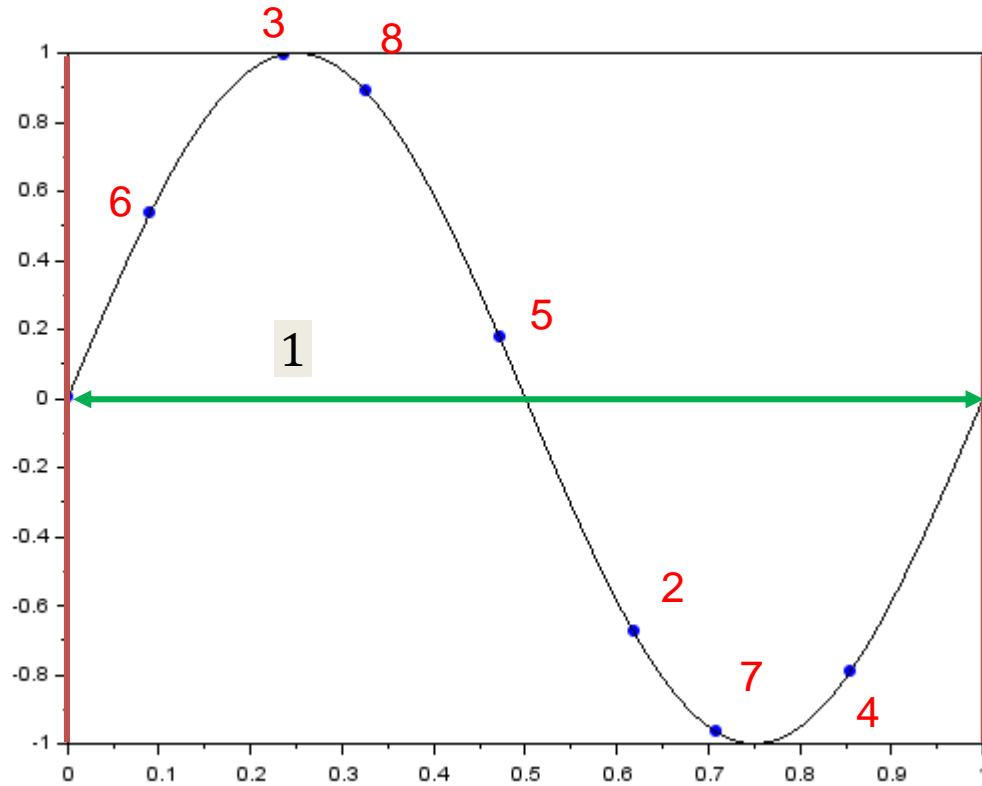
モナ・リザ



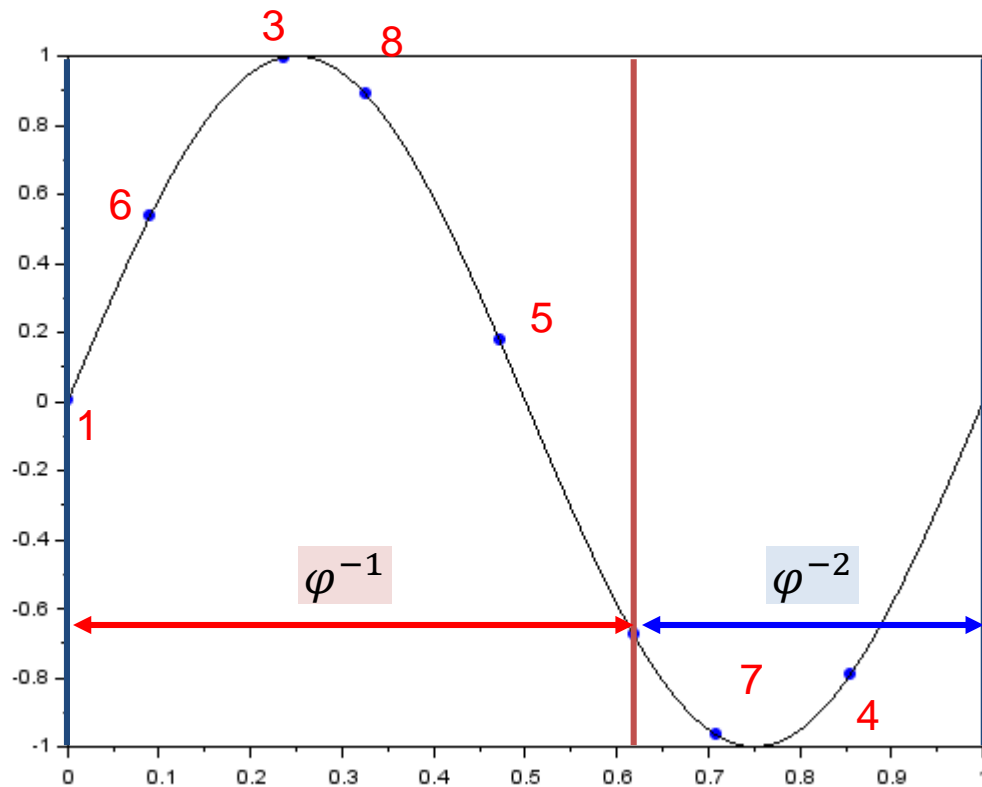
黄金比サンプリング(8点)



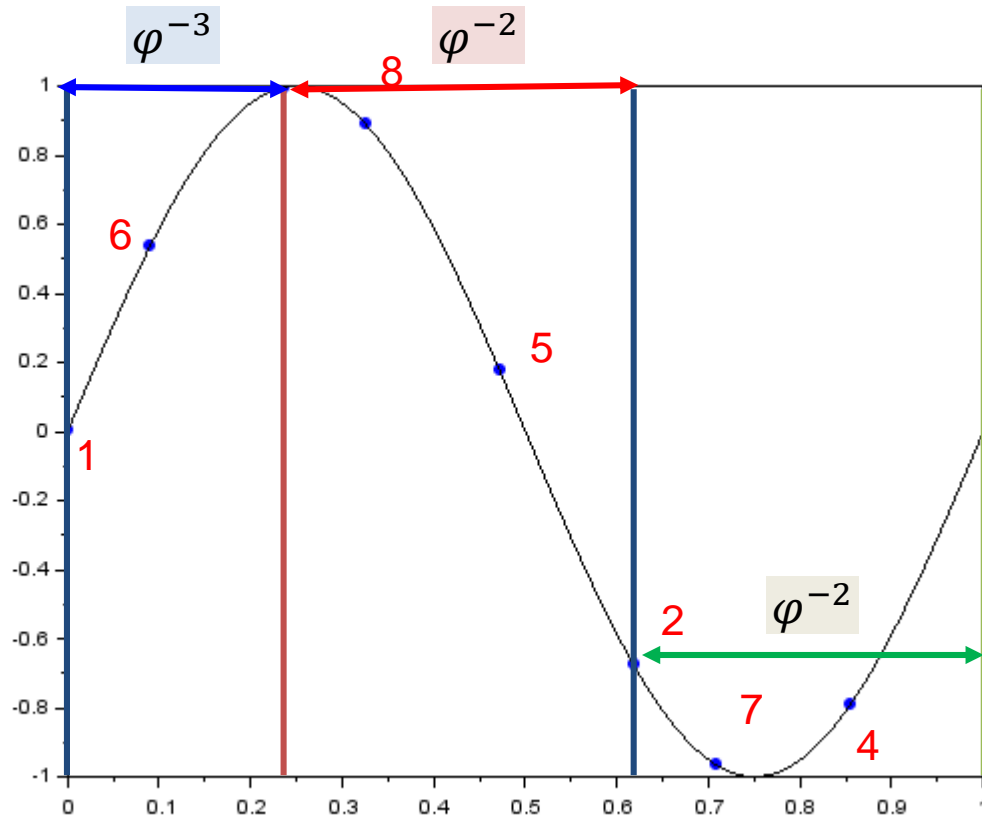
黄金比サンプリングの例(1/8)



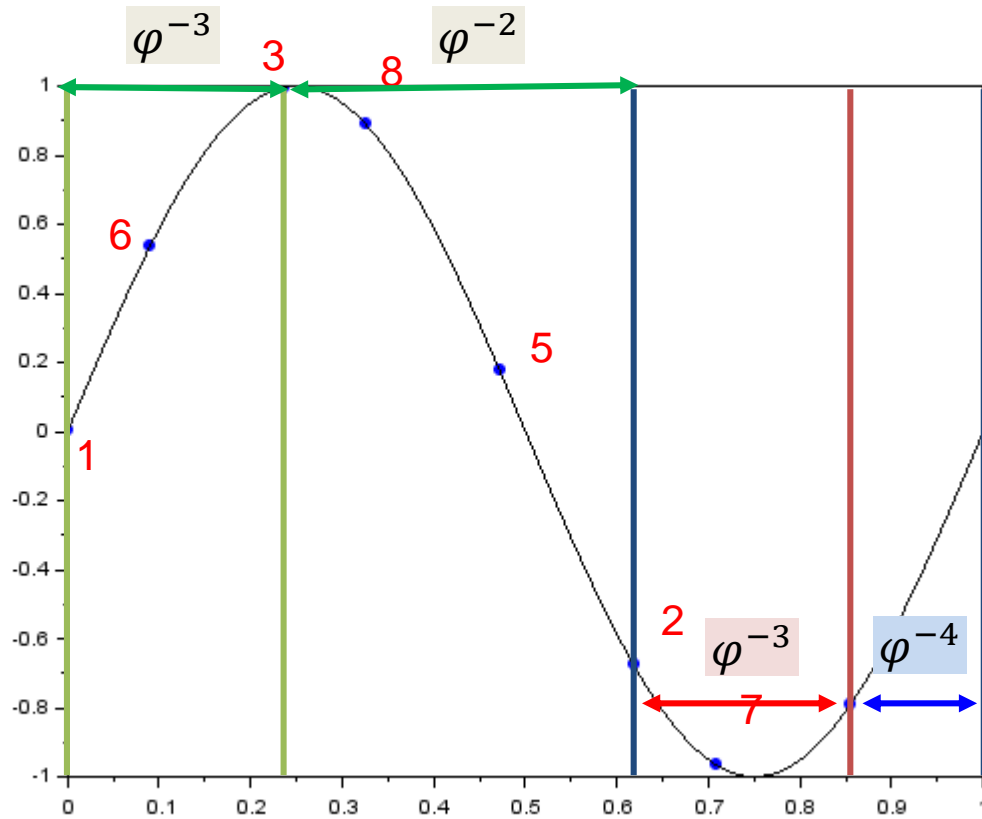
黄金比サンプリングの例(2/8)



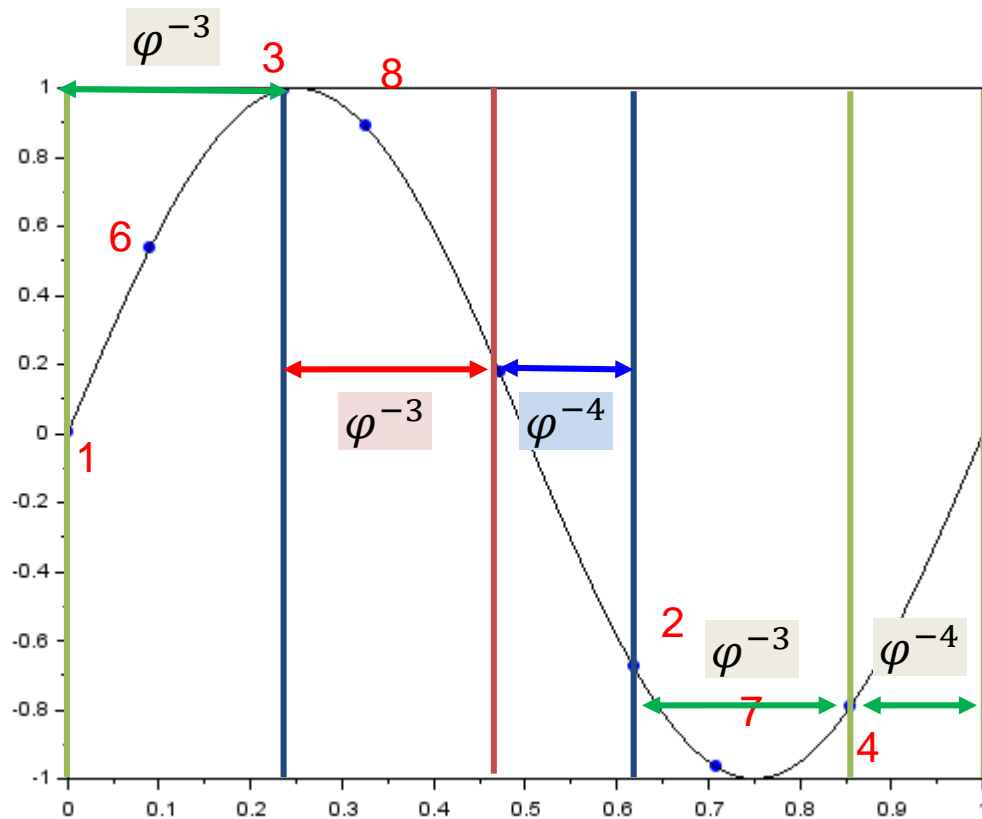
黄金比サンプリングの例(3/8)



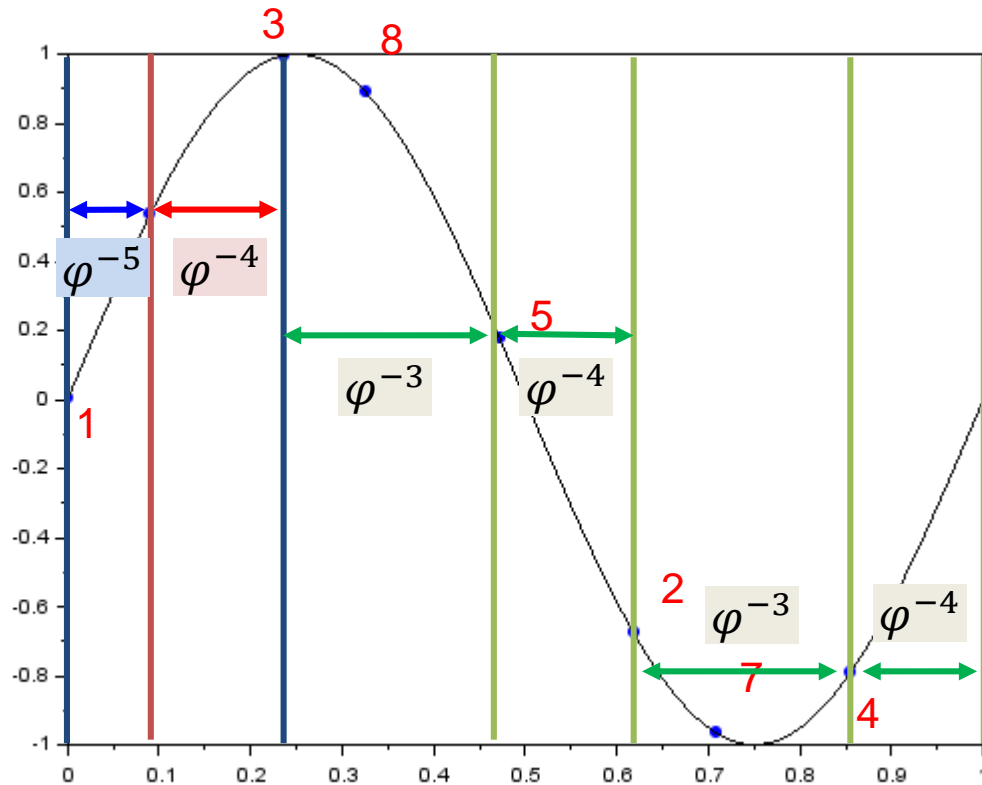
黄金比サンプリングの例(4/8)



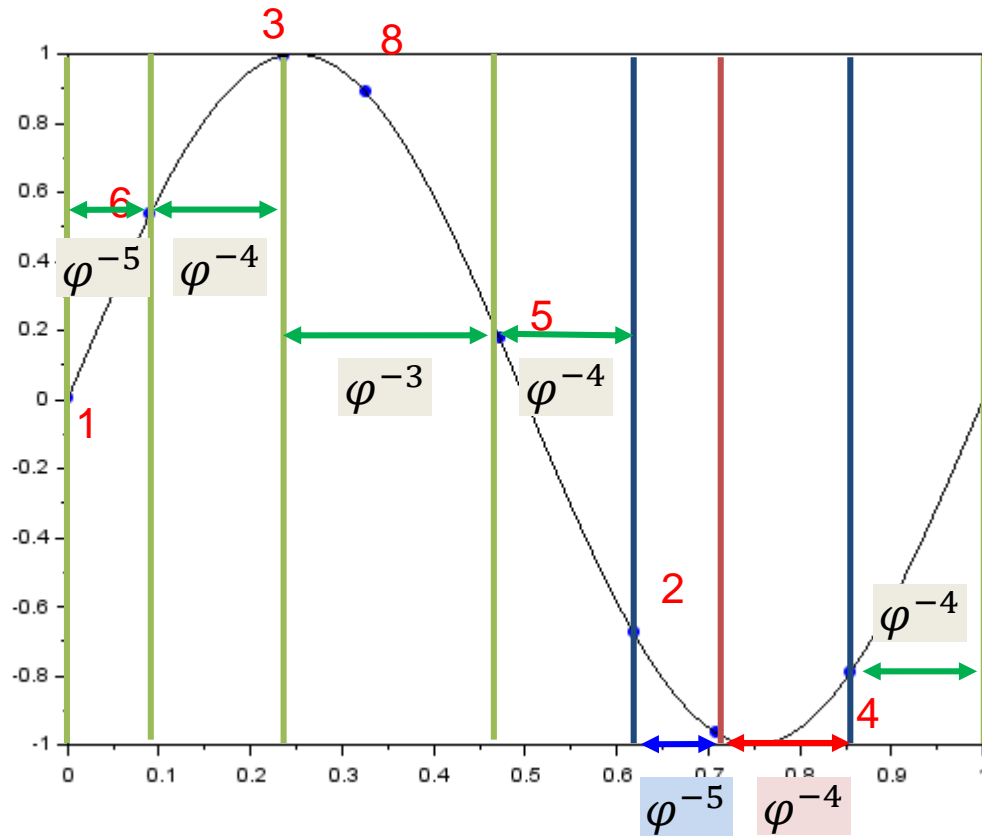
黄金比サンプリングの例(5/8)



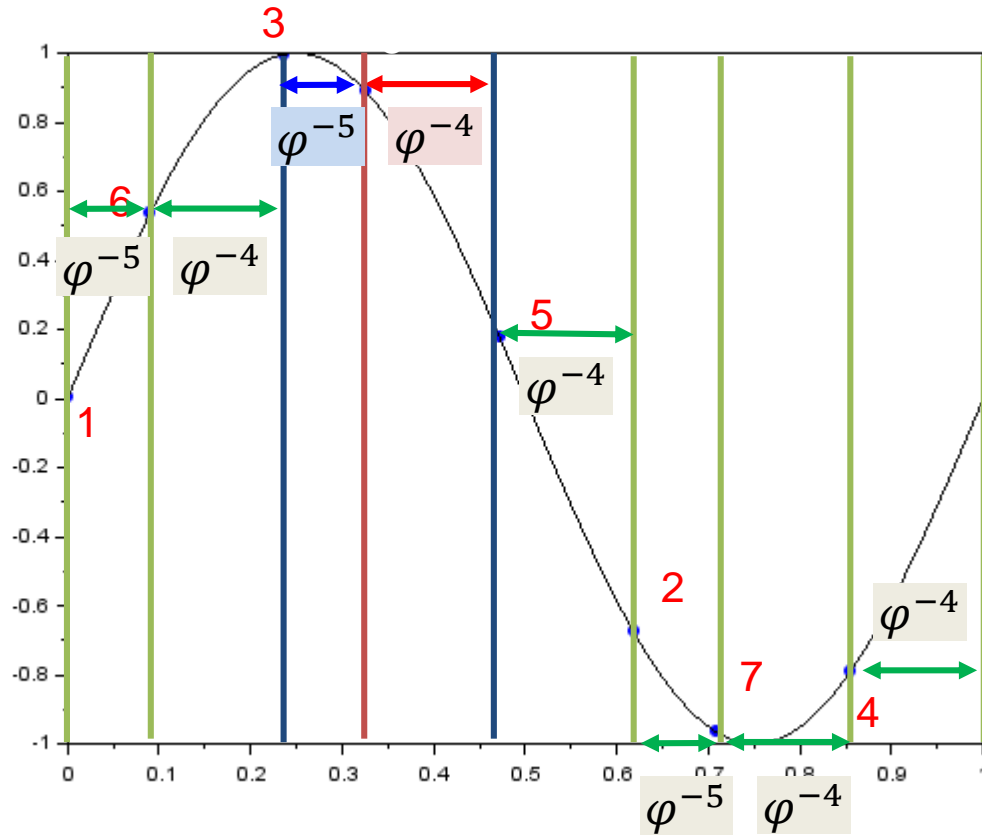
黄金比サンプリングの例(6/8)



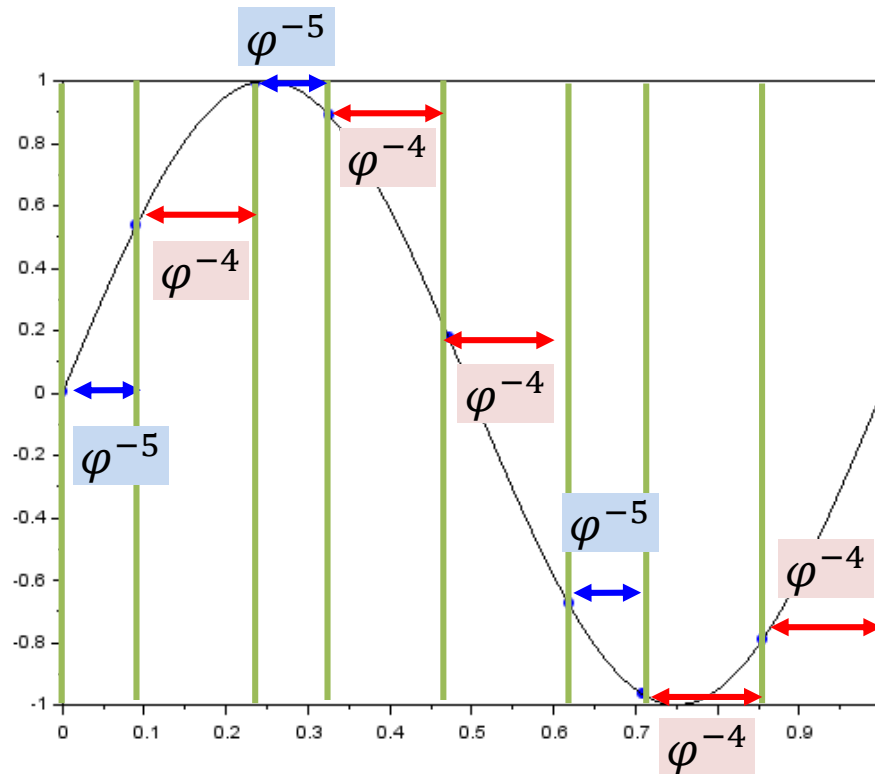
黄金比サンプリングの例(7/8)



黄金比サンプリングの例(8/8)



隣接点間距離 (黄金比サンプリング)

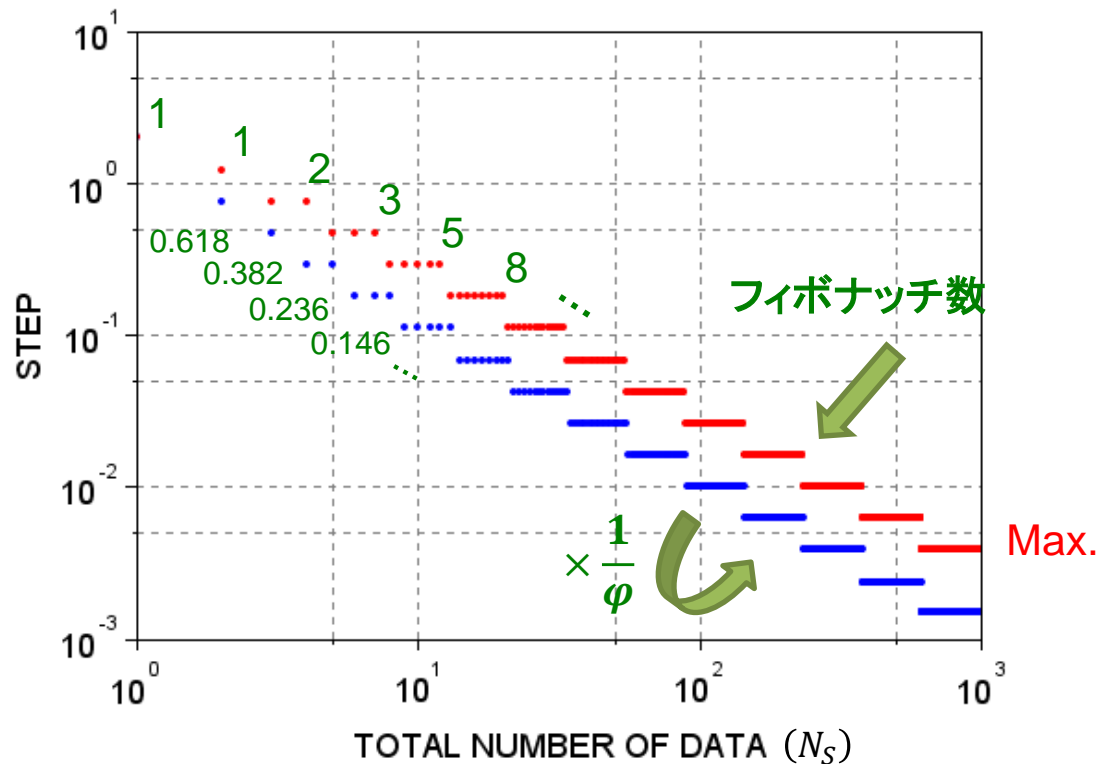


φ : 黄金数 (= 1.6180339887...)

最大距離 / 最小距離 = φ または φ^2 (比が一定)

➡ サンプリング点: 近付きすぎる & 遠すぎることはない

時間分解能 (黄金比サンプリング)



最大・最小距離: フィボナッチ数毎に $\times 1/\phi$

➔ 時間分解能: 「1 / 総サンプリング数」で向上

貴金属比

貴金属比

$$1: \frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$



M : 貴金属数

$n=1$: 黄金比 ($M = 1.6180\dots$)

$n=2$: 白銀比 ($M = 2.4142\dots$)

$n=3$: 青銅比 ($M = 3.3027\dots$)

⋮

$n=m$: $1:M$

逆数との差が自然数

$$M - \frac{1}{M} = \text{自然数}$$

連分数として表現

$$M = n + \frac{1}{n + \frac{1}{n + M}}$$

隣り合う項の比の極限が
貴金属比になる数列

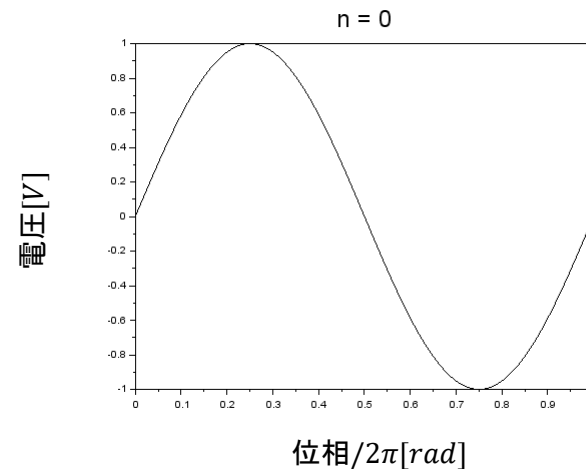
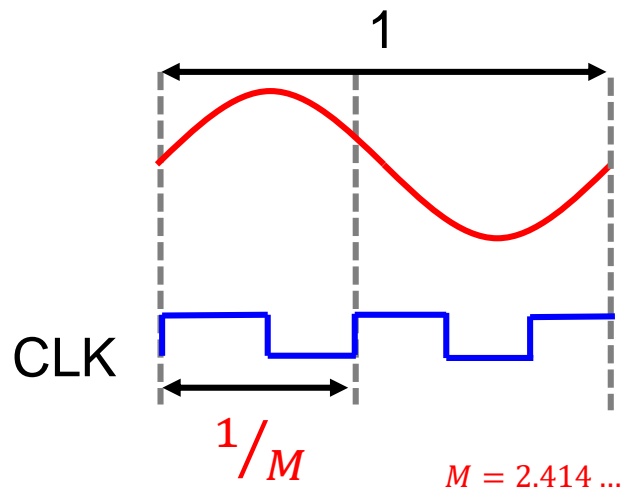
$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = nF_{n+1} + F_n$$

貴金属比サンプリング

f_{CLK} を固定させ、 f_{sig} を変化させたいという技術的要求

$$f_{CLK} = M \times f_{sig}$$

M : 貴金属数



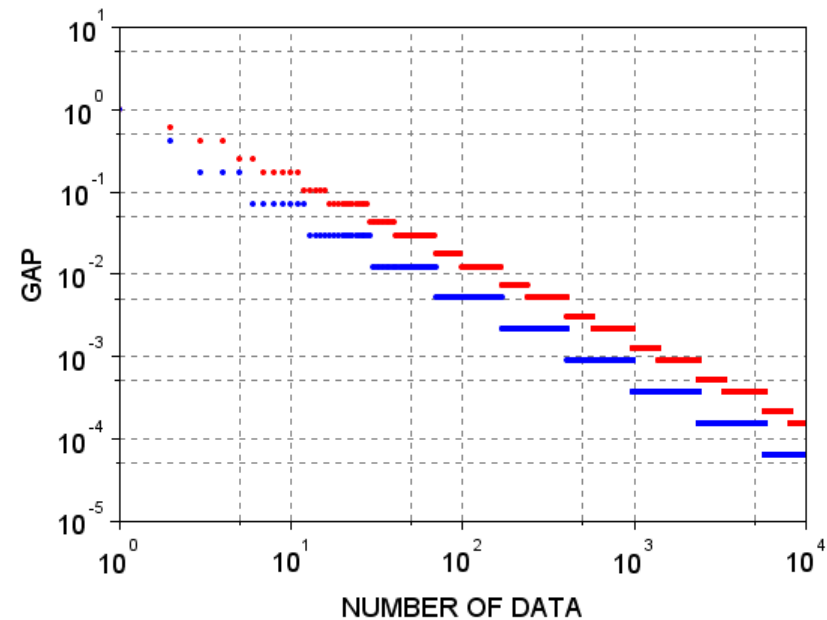
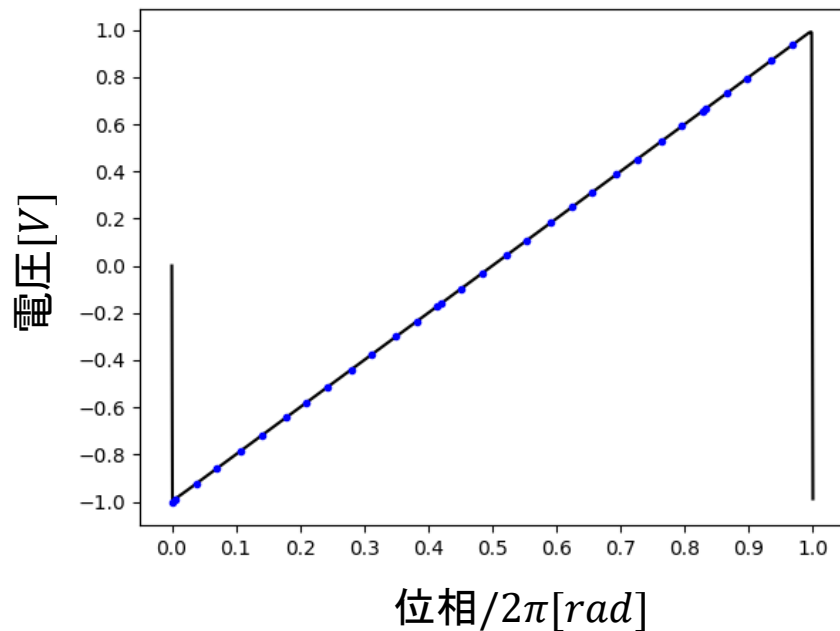
白銀比サンプリングの場合

サンプリング点 \rightarrow 常に位相全体にまんべんなく分布

白銀比サンプリング

$$f_{CLK} = (1 + \sqrt{2}) \times f_{sig}$$

$n = 32$

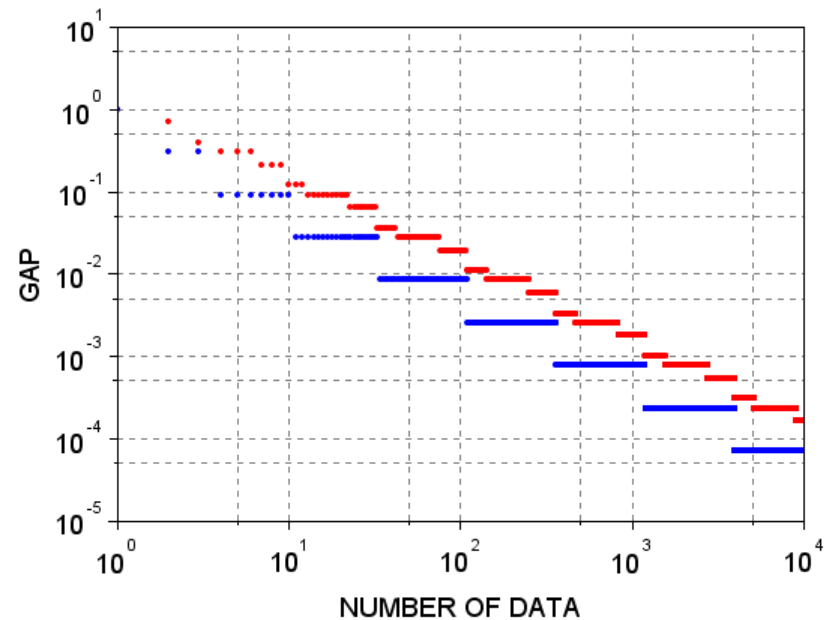
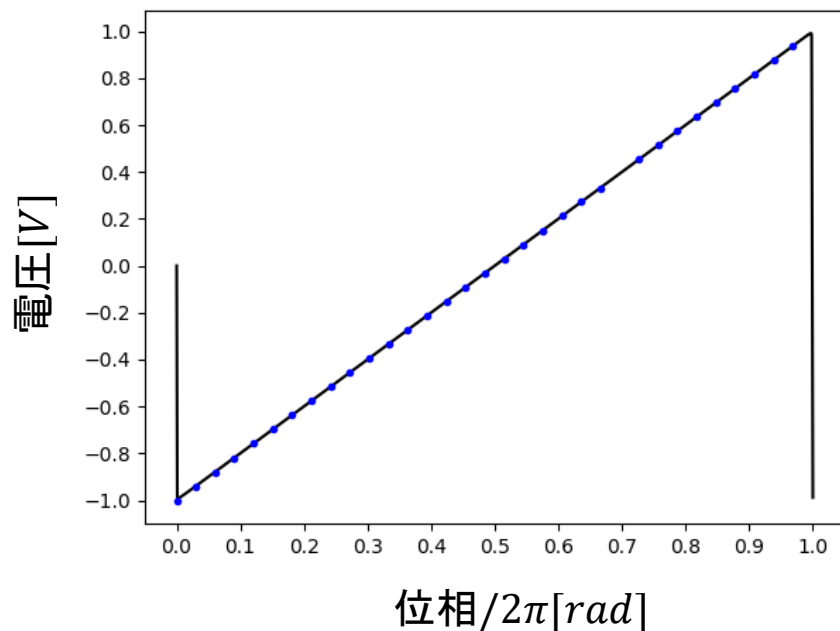


$$\text{最大距離} / \text{最小距離} = 2 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{2}$$

青銅比サンプリング

$$f_{CLK} = \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right) \times f_{sig}$$

$n = 32$



$$\text{最大距離} / \text{最小距離} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

目次

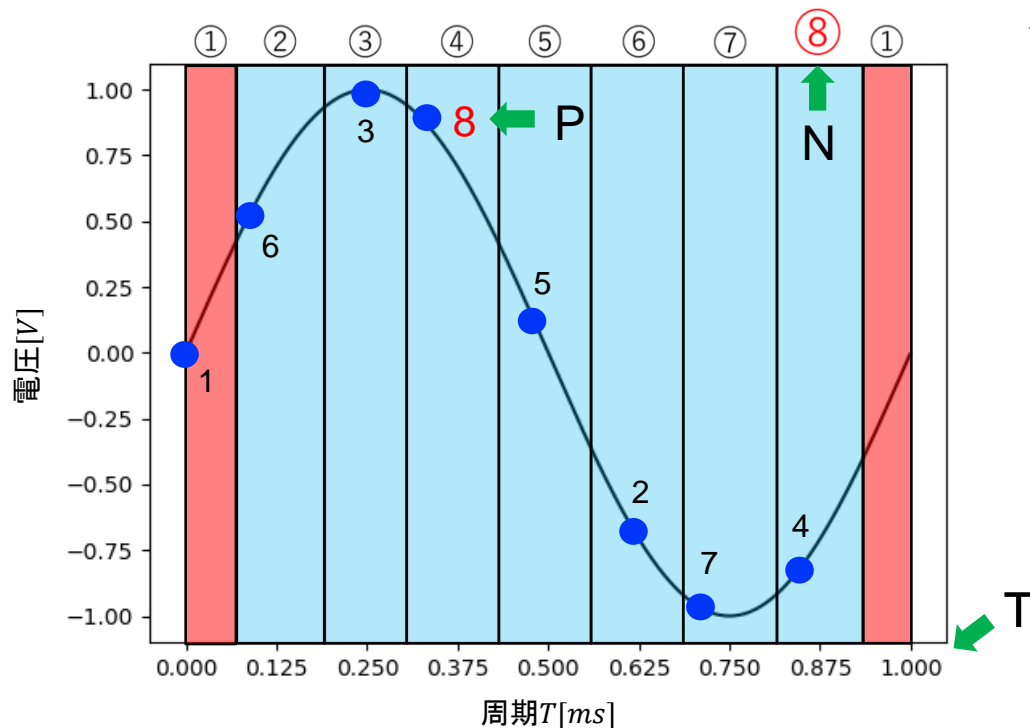
- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- **貴金属比サンプリング**
 - 概要
 - **効率**
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

効率について

N : 周期 T の分割数

P : N 個のすべての区間に少なくとも1点以上の状態になるまでの必要な点数

$$\text{効率 } E = \frac{N}{P}$$



黄金比サンプリング8分割の場合

←分割領域を識別する番号

● サンプリング点とサンプリング順序

隣り合うサンプリング点の差は $\frac{2T}{N}$ 以下

黄金比サンプリング8分割の場合

$P = 8, N = 8, T = 1.0$ より、

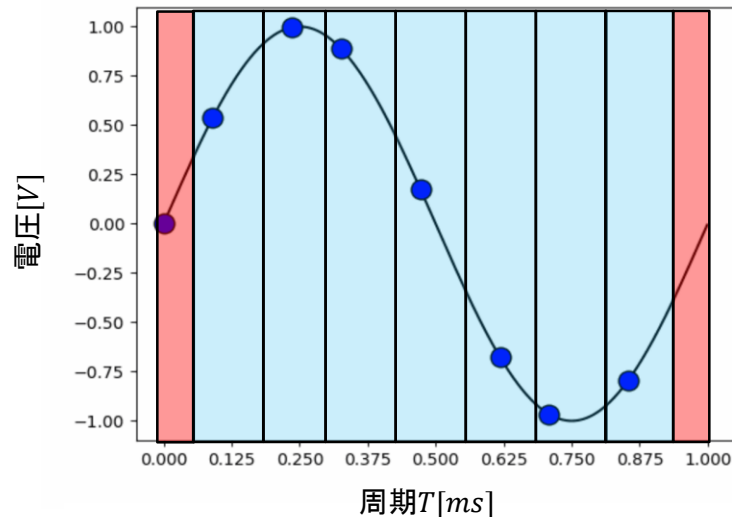
$$E = \frac{8}{8} = 1.0$$

隣り合うサンプリング点の差は $\frac{2}{8}$ 以下

貴金属比による効率の違い

8分割のとき

$n = 1$ のとき ($M = 1.6180\dots$)



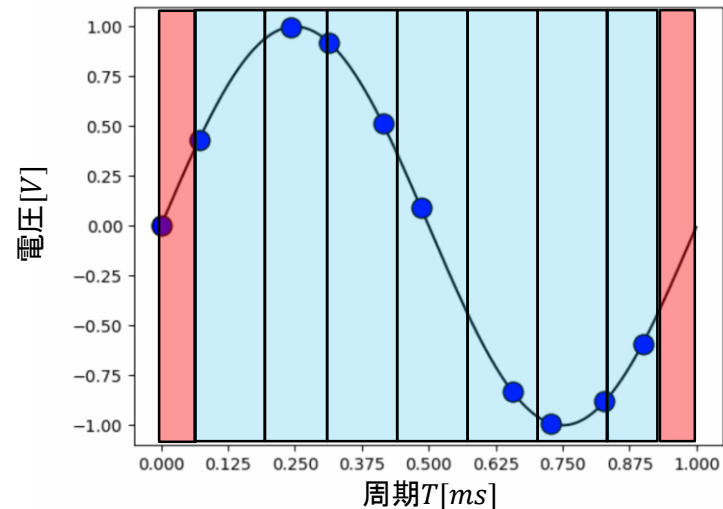
8点必要

$P = 8, N = 8, T = 1.0$ であるので、

$$E = \frac{8}{8} = 1.0$$

隣り合うサンプリング点の差は $\frac{2}{8}$ 以下となる。

$n = 2$ のとき ($M = 2.4142\dots$)



10点必要

$P = 10, N = 8, T = 1.0$ であるので、

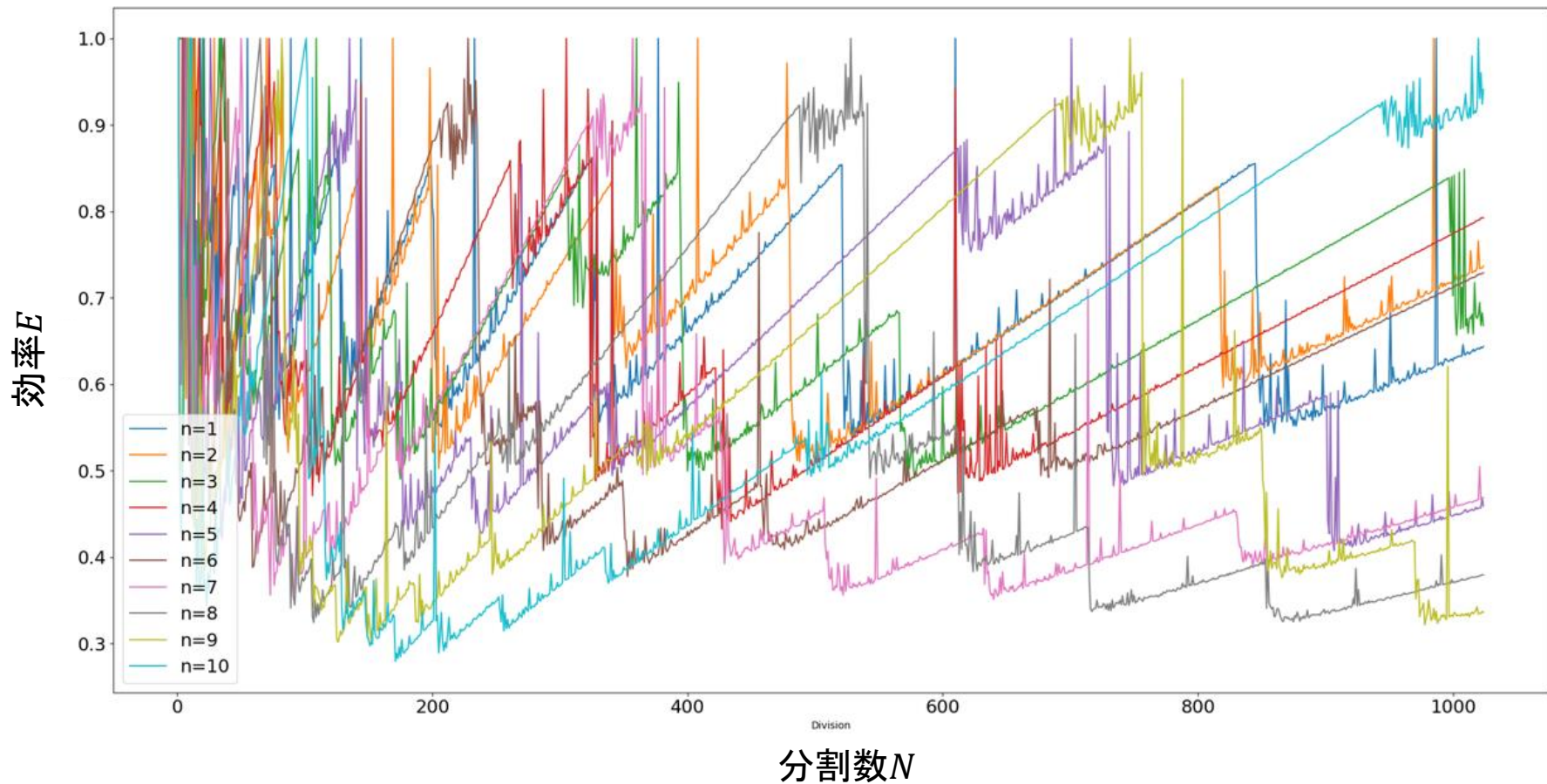
$$E = \frac{8}{10} = 0.8 \dots$$

隣り合うサンプリング点の差は $\frac{2}{8}$ 以下となる。

貴金属比によって効率が異なる。

各貴金属比による効率

第 n 貴金属数($n = 1 \sim 10$), 分割数 $N = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移



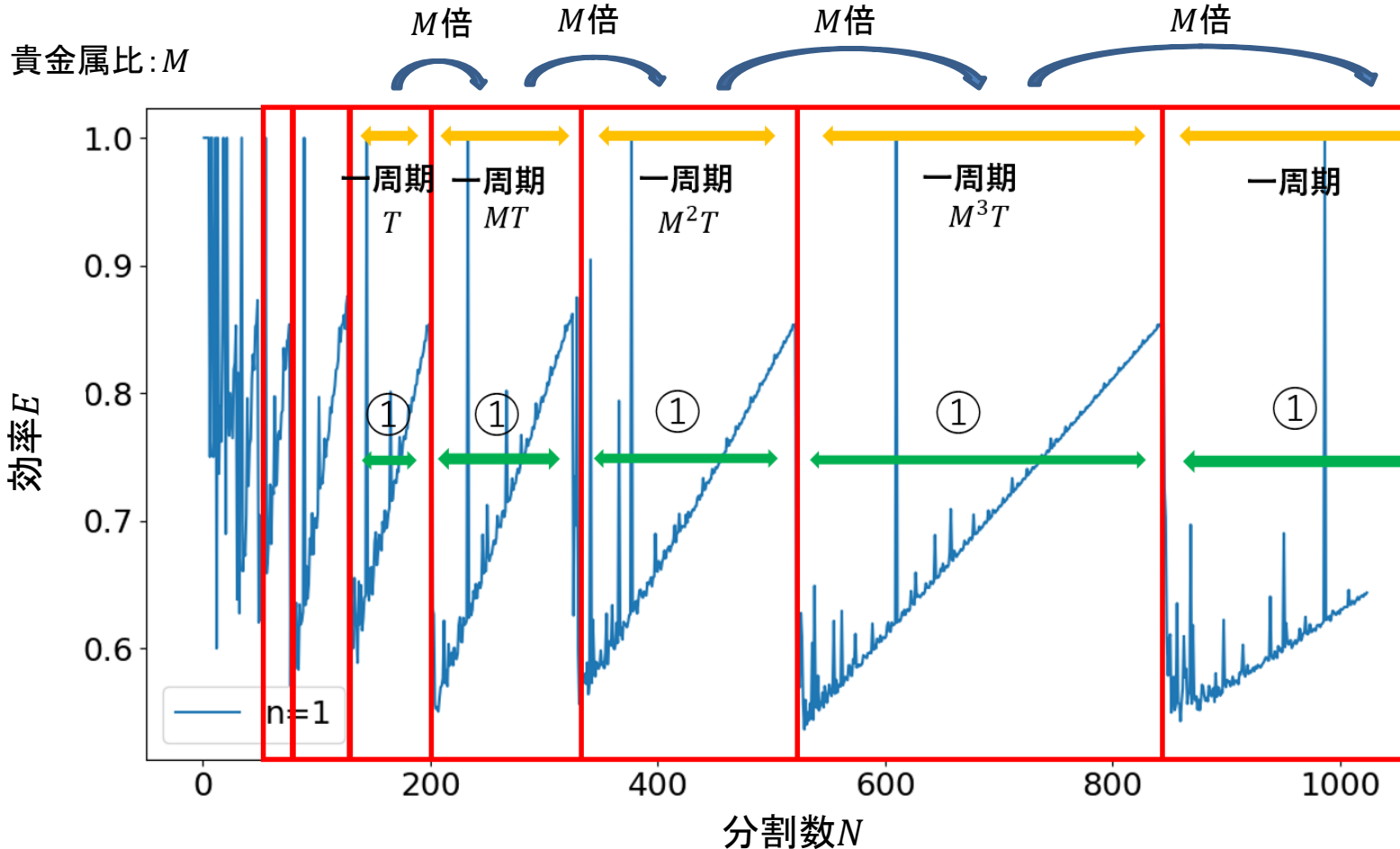
効率が貴金属比によって異なる。
縦軸を効率にするとランプ波状に遷移していることが確認できる。

目次

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- **貴金属比サンプリング**
 - 概要
 - 効率
 - **効率の周期性**
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

黄金比サンプリングの効率の周期性

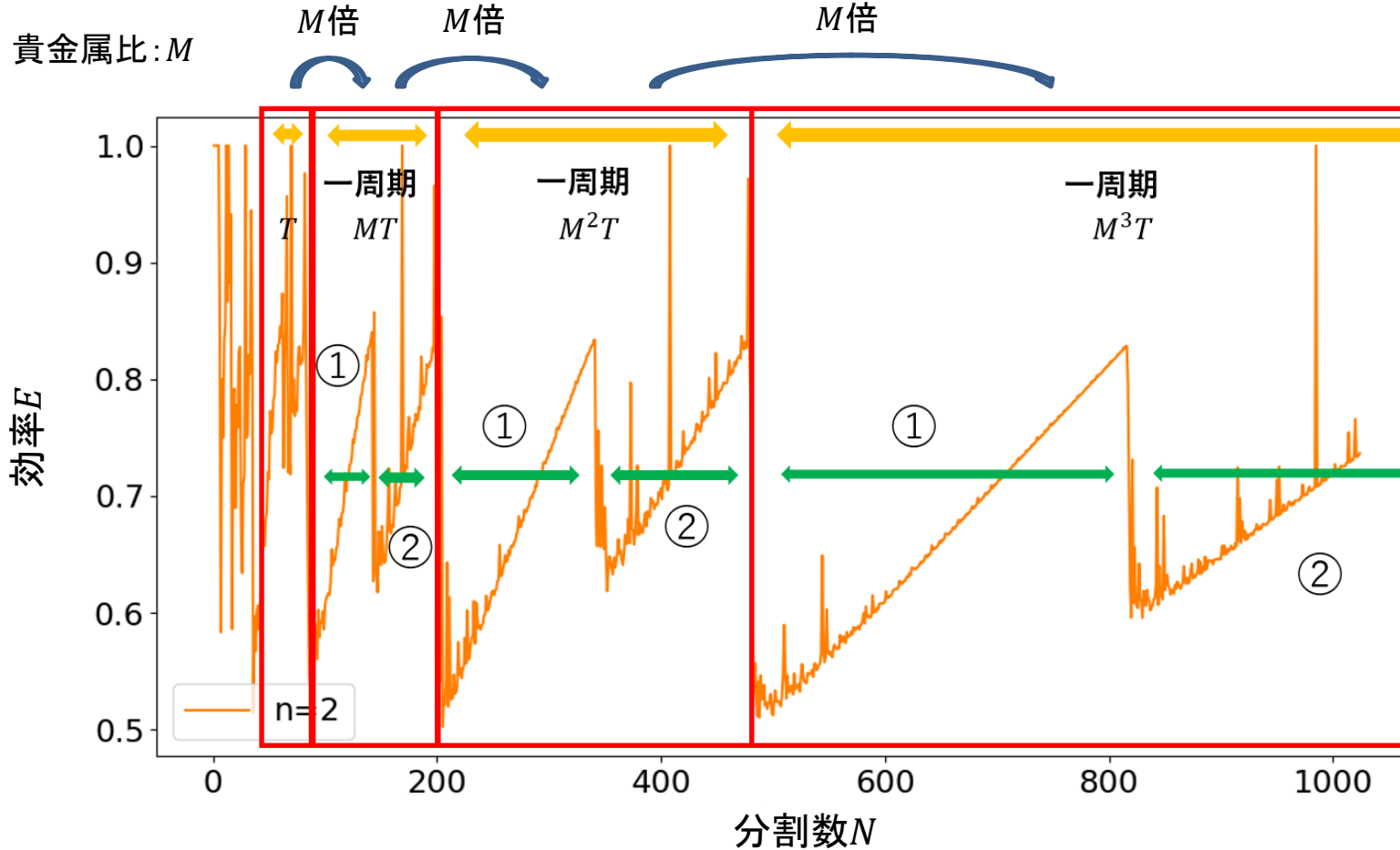
第 n 貴金属数 $n = 1$, 分割数 $N = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移



一周期を一つのランプ波で区切ると同じような波形が繰り返されている。
それぞれの周期の長さは、一周期ごとに黄金数倍される。

白銀比サンプリングの効率の周期性

第 n 貴金属数 $n = 2$, 分割数 $N = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移



2つのランプ波で区切ると同じような形で遷移していることが確認できる。
 周期の長さは、一周期を経るごとに白銀数倍されていく。

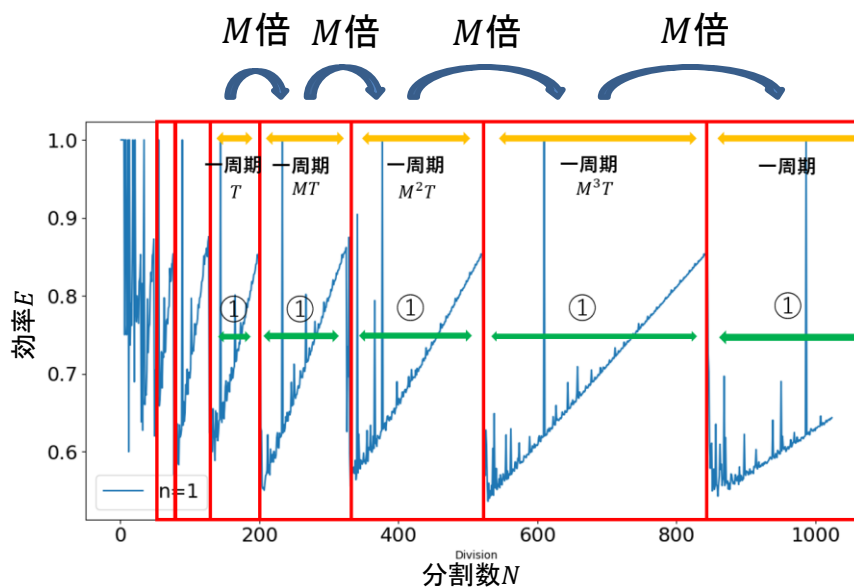
効率の周期性の発見

第 n 貴金属比における一周期は、 n 個のランプ波とみると周期性が見られる。

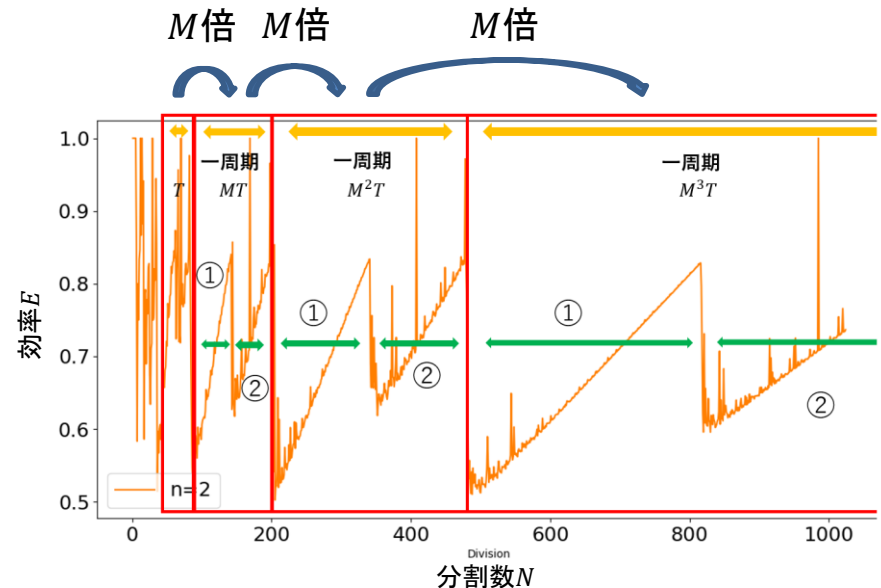
効率の周期の長さは、一周期毎に貴金属比倍されていく。

T_L : L 回目の周期 M : 貴金属数

$$T_L = MT_{L-1}$$



第 n 貴金属数 $n = 1$, 分割数 $N = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移



第 n 貴金属数 $n = 2$, 分割数 $N = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移

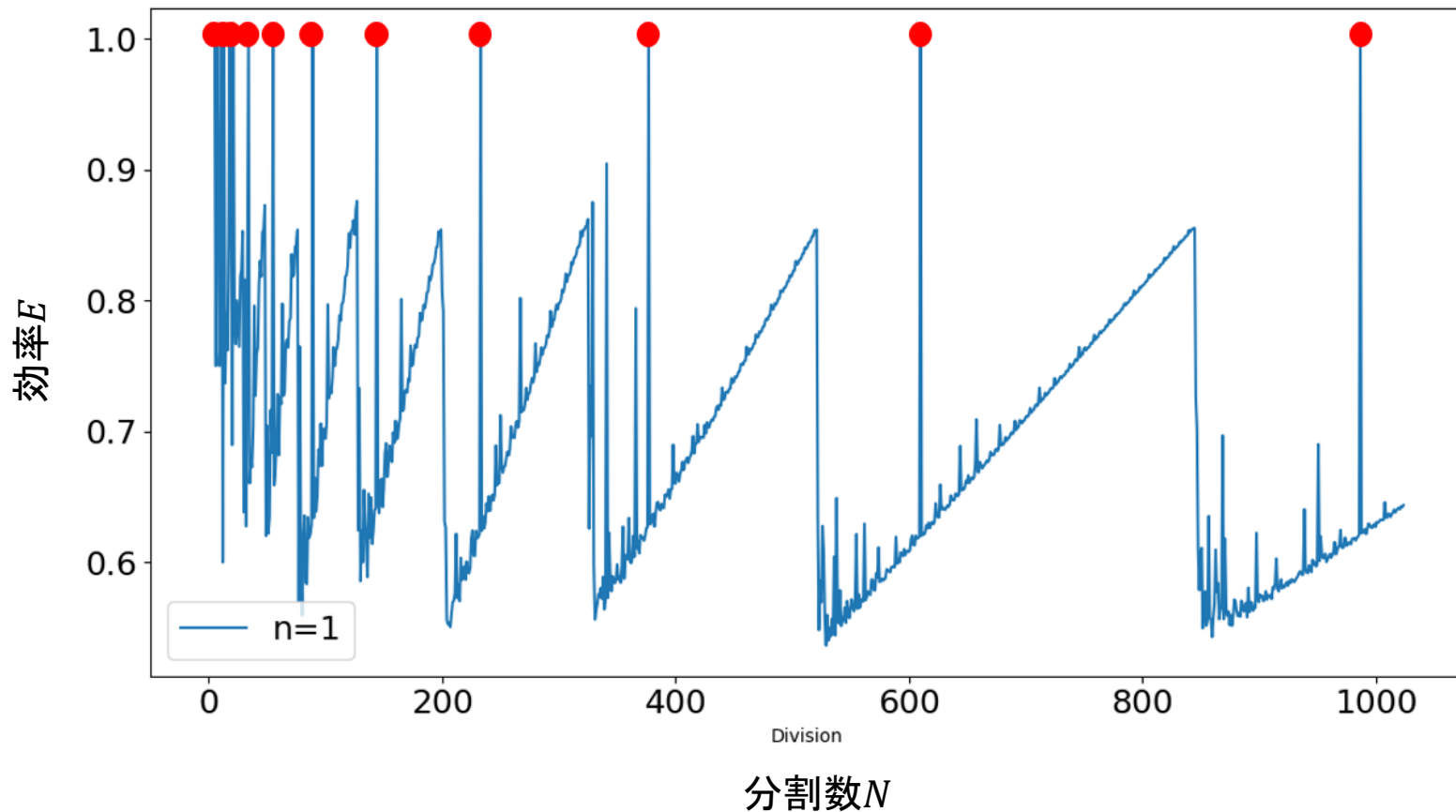
目次

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- **貴金属比サンプリング**
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - **最高効率点**
 - 効率悪化点
- まとめと今後の課題

効率が1.0になるときの分割数

第 n 貴金属数 $n = 1$, 分割数 $P = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移

● 最高効率点



効率が1.0になる分割数が存在する。
このときの分割数を最高効率点と定義する。

最高効率点の法則性の発見

黄金比($n = 1, M = 1.6180339887\dots$)のとき

最高効率点 = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 18, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, **610**, **987**, ...
 $987 \div 610 = 1.6180327 \dots$

白銀比($n = 2, M = 2.4142135623\dots$)のとき

最高効率点 = 1, 2, 3, 4, 5, 12, 14, 29, 70, 169, **408**, **985**, ...
 $985 \div 408 = 2.4142156 \dots$

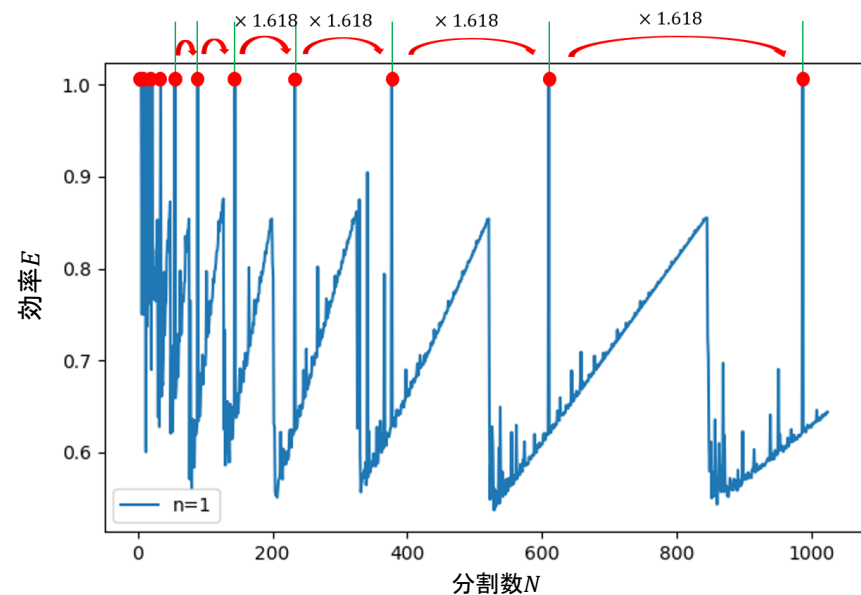
青銅比($n = 3, M = 3.3027756377\dots$)のとき

最高効率点 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20, 33, 35, **109**, **360**, ...
 $360 \div 109 = 3.3027522 \dots$

隣り合う項の比の極限が
貴金属比になる数列と一致

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{m+2} = nF_{m+1} + F_m$$

F_m : m 番目の最高効率点



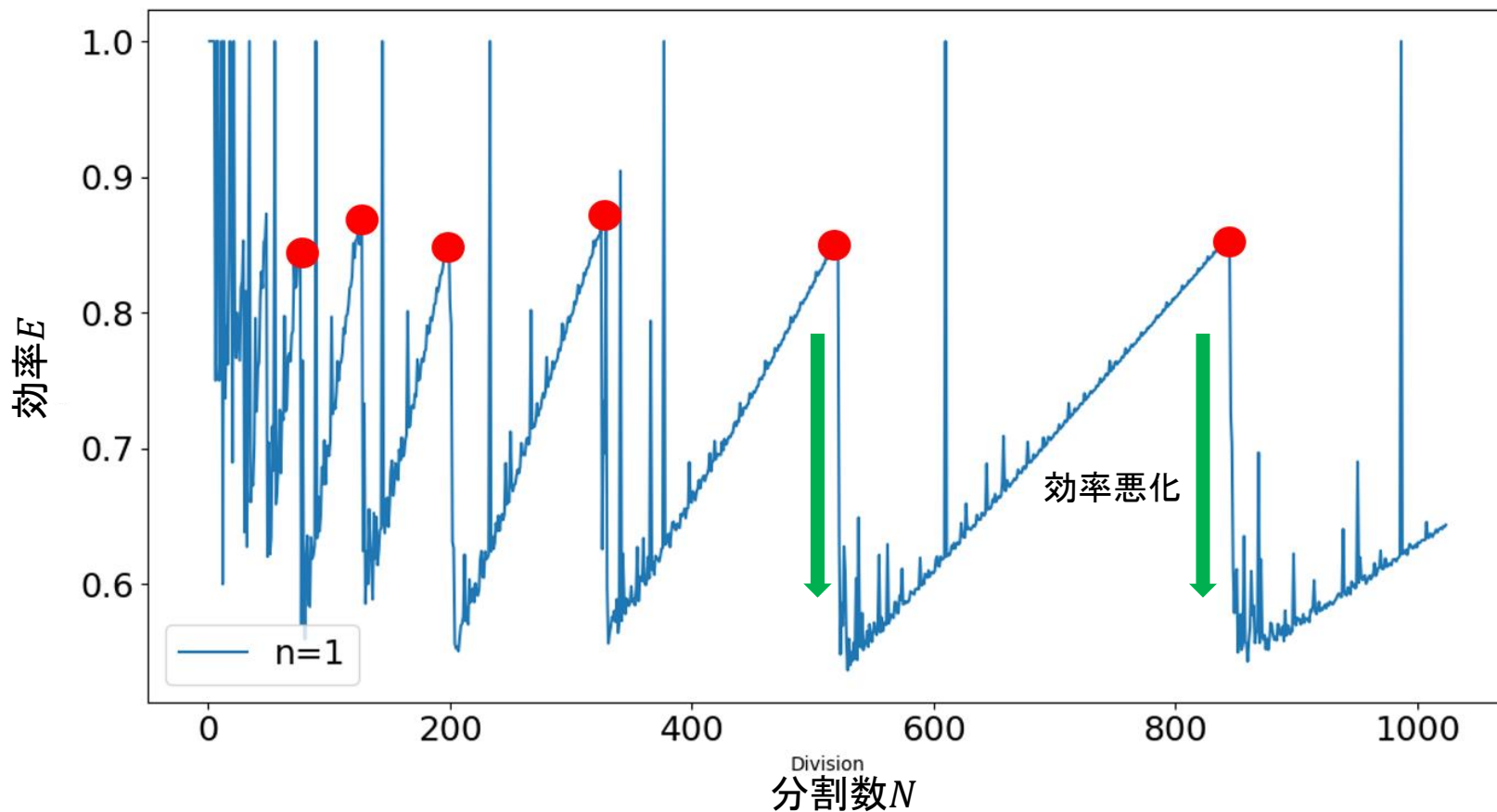
目次

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- **貴金属比サンプリング**
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - **効率悪化点**
- まとめと今後の課題

効率が一気に悪くなる分割数

第 n 貴金属数 $n = 1$, 分割数 $N = 1 \sim 1024$ の効率 E の遷移

● 効率悪化点



効率が一気に悪くなる分割数が存在する。
このときの分割数を効率悪化点と定義する。

効率悪化点の法則性の発見

黄金比($n = 1, M = 1.6180339887\dots$)のとき

効率悪化点 = ... 48, 76, 127, 199, 325, **521**, **845**, ...

$$845 \div 521 = 1.6218809 \dots$$

白銀比($n = 2, M = 2.4142135623\dots$)のとき

効率悪化点 = ... 83, 142, **199**, **341**, **479**, **816**...

$$816 \div 341 = 2.3929618 \dots, \quad 479 \div 199 = 2.4070351 \dots$$

青銅比($n = 3, M = 3.3027756377\dots$)のとき

効率悪化点 = ... 95, 120, **170**, **306**, 394, **566**, **997**...

$$997 \div 306 = 3.2581699 \dots, \quad 566 \div 170 = 3.3294117 \dots$$

全体の $1/n$ の効率悪化点

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{m+2} = nF_{m+1} + F_m$$

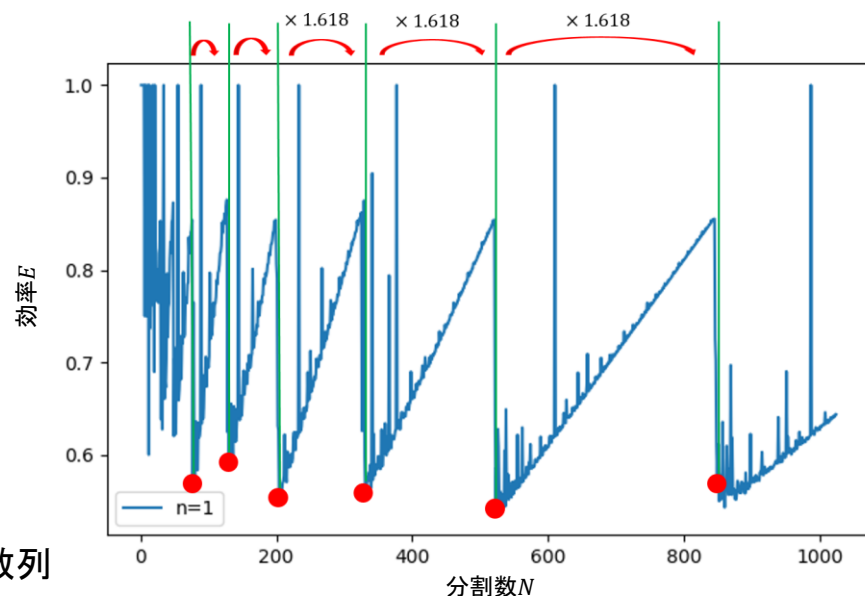
$$G_m = F_{m+2} + F_m$$

効率悪化点と貴金属比の関係

$$G_m : G_{m+n} = 1 : M$$

G_m : m 個目の効率悪化点

F_m : m 番目の隣り合う項の比が第 n 貴金属比になる数列



目次

- 研究目的
- 等価時間サンプリング
- 貴金属比サンプリング
 - 概要
 - 効率
 - 効率の周期性
 - 最高効率点
 - 効率悪化点
- **まとめと今後の課題**

まとめ

- 貴金属比サンプリングは、分割数によって最も波形取得効率が良い貴金属比が異なる。
- 貴金属比サンプリングの効率に関する法則性の発見

➤ 効率の周期の長さ

T_L : L 回目の周期 M : 貴金属数

$$T_L = MT_{L-1}$$

➤ 最高効率点の法則性

F_m : m 個目の最高効率点

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{m+2} = nF_{m+1} + F_m$$

➤ 効率悪化点の法則性

G_m : m 個目の効率悪化点 M : 第 n 貴金属数

$$G_m = F_{m+2} + F_m$$

$$G_m : G_{m+n} = 1 : M$$

今後の課題

- 貴金属比サンプリングによる全ての効率悪化点の法則性の理論的な導出。
- 最高効率点を除いた最大効率と最小効率の決定方法の特定。
- 任意の分割数に対して、一番効率が良い貴金属比の特定が容易にできるようにする。

Q&A

- Q. どの貴金属比を用いるかはどのように決定するか
- A. 利用する際の条件によって一番効率の良い貴金属比を特定し、用いることが一番好ましいが、現状、容易に特定ができない場合があります。しかし、貴金属比であれば波形抜けが起こらずに効率的にサンプリングができるため、各状況下での制約に基づいて任意に決定して頂いても十分効率的にサンプリングができると考えています。
- Q. ジッタなどの影響で思い通りにサンプリングができないなどの問題が考えられるが、どのように考えていますか。
- A. あくまでも理論的に検証を行ったため、現状、実機でどうなるかまでは検証していません。