

# RFサンプリング連続時間

## バンドパス $\Delta\Sigma$ AD変調器のアーキテクチャの検討

2008年3月26日

電子回路研究会

群馬大学

シャープ株式会社

○元澤篤史   ロレパスカル   林海軍   田邊朋之  
上森将文   飯塚邦彦  
小林春夫   傘昊   高井伸和

## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - $\Delta \Sigma$  変調器
  - 変調器内部DAC
  - 離散時間-連続時間変換による設計
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析
- 内部共振器のQ値の影響
- ループ遅延の補償

## Outline



### ■ 研究背景と目的

### ■ RFサンプリング $\Delta \Sigma$ AD変調器の設計

- $\Delta \Sigma$  変調器
- 変調器内部DAC
- 離散時間-連続時間変換による設計

### ■ 信号伝達関数の

アンチエイリアシング特性の解

析

### ■ 内部共振器のQ値の影響

### ■ ループ遅延の補償

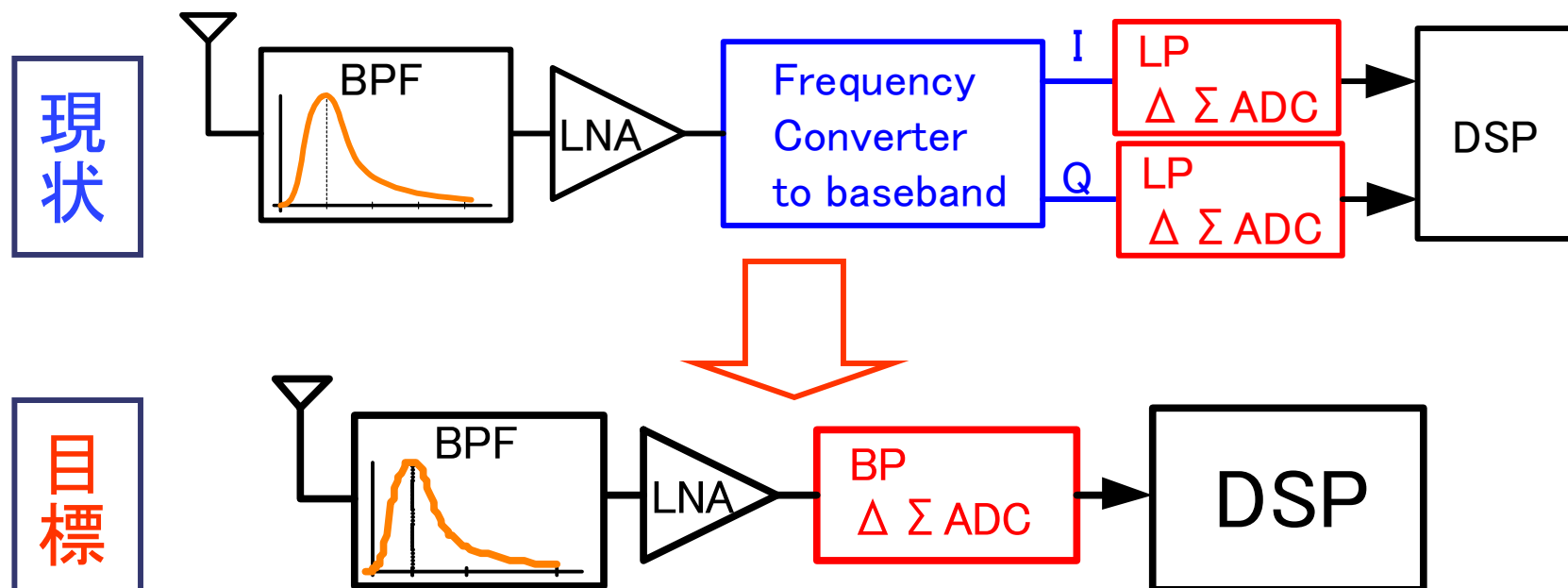
### ■ まとめ

# 研究背景

## ■ 携帯電話、無線LAN等の受信機アナログフロントエンド部

⇒ソフトウェア無線機の実現

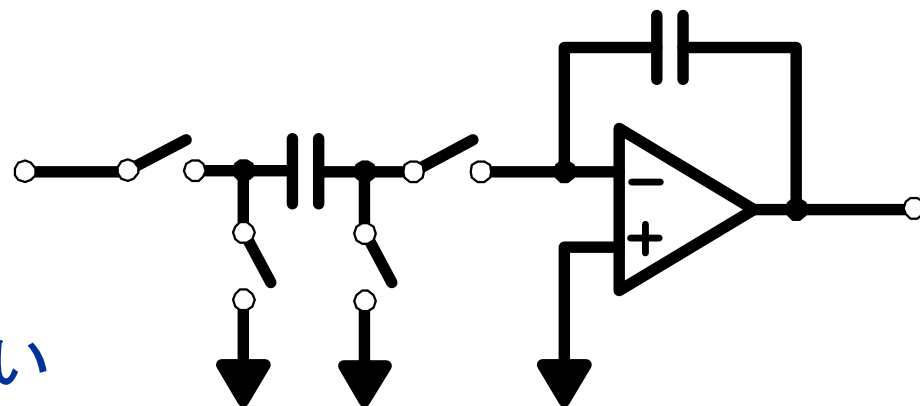
- RF信号を直接AD変換
- 低消費電力、高精度
- アナログ最小、デジタルリッチな回路構成



## $\Delta \Sigma$ AD変調器の実現回路

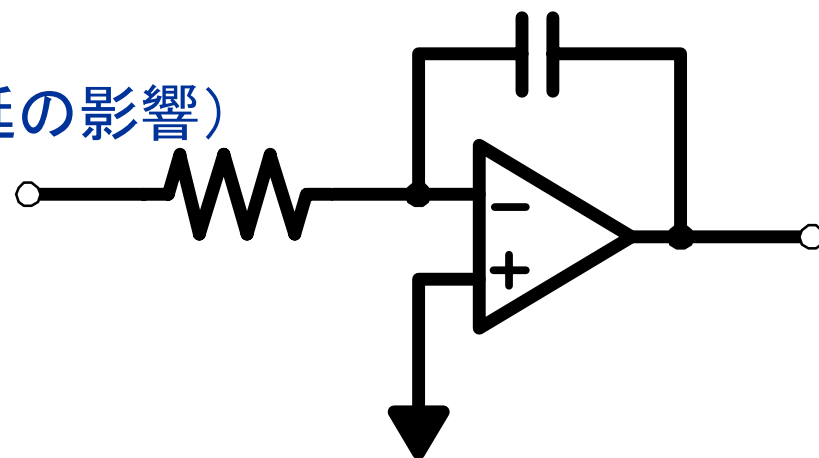
### ■ 離散時間 $\Delta \Sigma$ AD変調器

- 高精度
- × 消費電力大
- × 低速・低周波信号しか扱えない



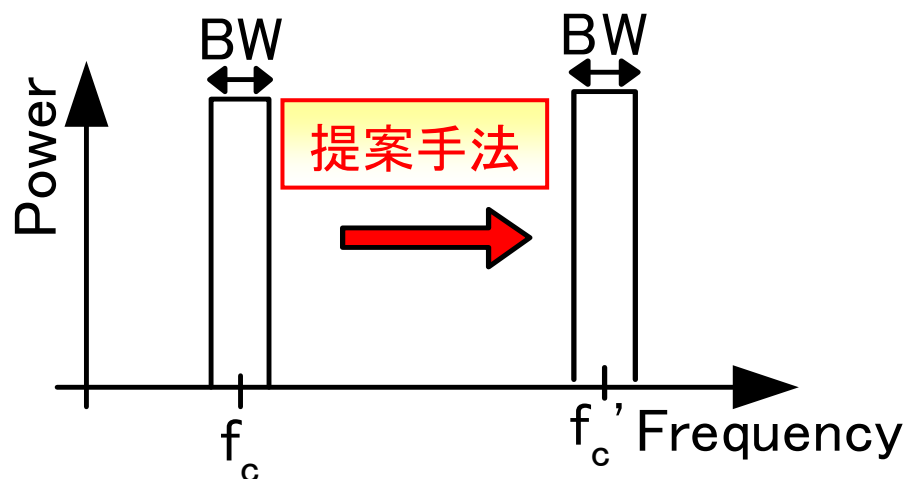
### ■ 連続時間 $\Delta \Sigma$ AD変調器

- × 低精度  
(DACのクロックジッタとループ遅延の影響)
- 消費電力小
- 高速・高周波信号を扱える



# RFサンプリングの実現アプローチ

- **低消費電力** ⇒ 連続時間  $\Delta \Sigma$  AD変調器
- **狭帯域** ⇒ バンドパス
- **高周波** ⇒ サブサンプリング
- **高精度** ⇒ ジッタ影響小のDAC,  
ループ遅延 補償



3倍の中心周波数

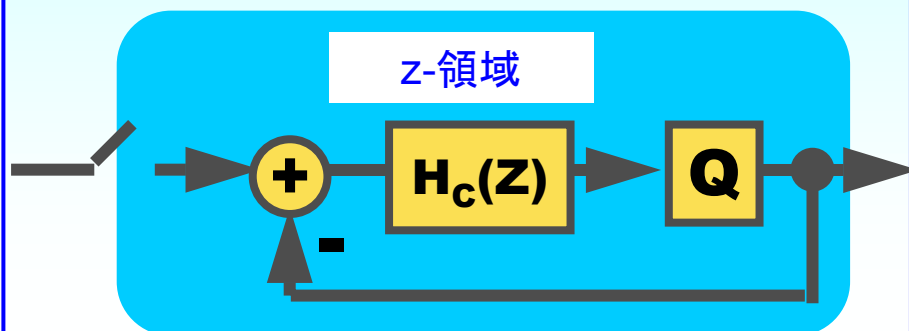
# 研究目的

- ▶ RFサンプリング連続時間バンドパス $\Delta\Sigma$ 変調器の設計論の確立
- ▶ ループ遅延の補償によるAD変換の精度の改善

## 離散時間 $\Delta\Sigma$ 変調器

■ z-領域

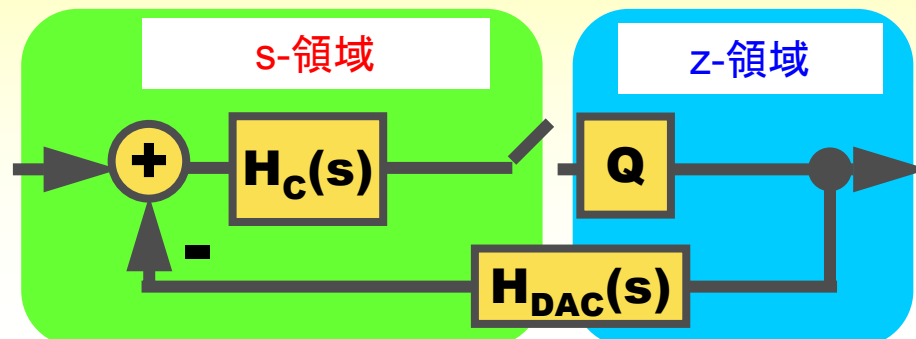
⇒ 設計は容易



## 連続時間 $\Delta\Sigma$ 変調器

■ s-領域とz-領域の混在

⇒ 設計が複雑



## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計



- $\Delta \Sigma$  変調器
- 変調器内部DAC
- 離散時間-連続時間変換による設計

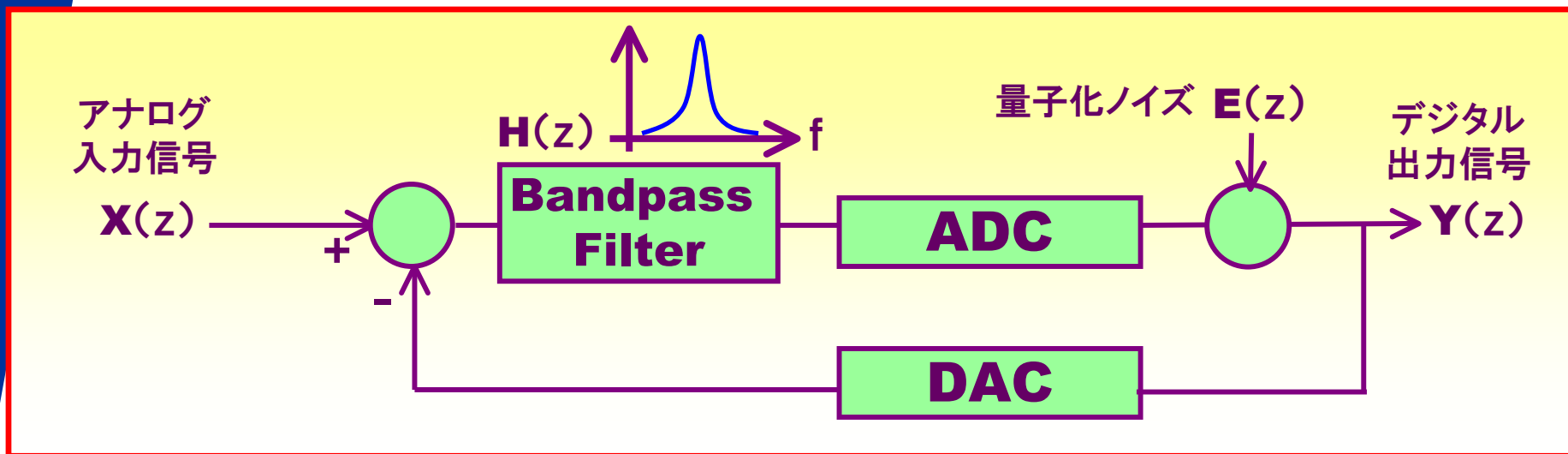
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析

- 内部共振器のQ値の影響
- ループ遅延の補償





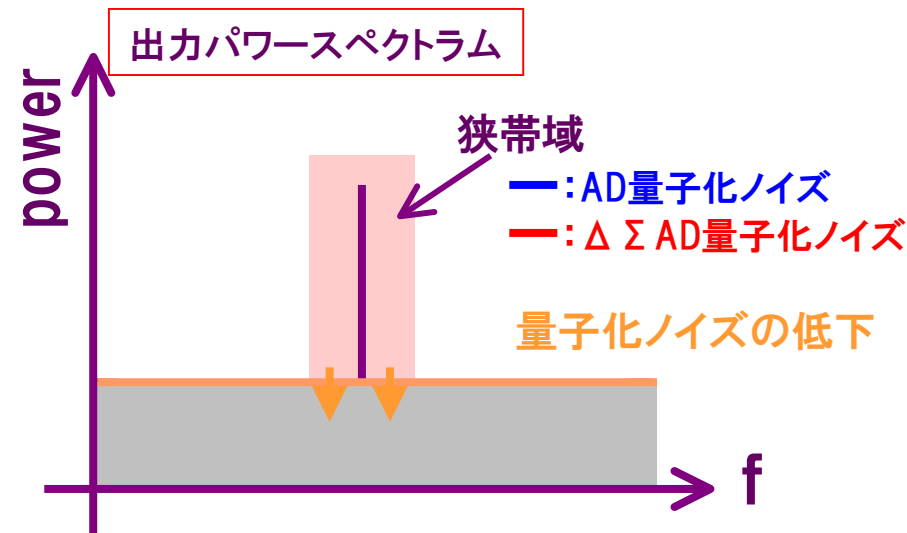
# バンドパス $\Delta \Sigma$ AD変調器



$$Y(z) = \frac{H(z)}{1+H(z)} X(z) + \frac{1}{1+H(z)} E(z)$$

$H(z) \Rightarrow \infty$

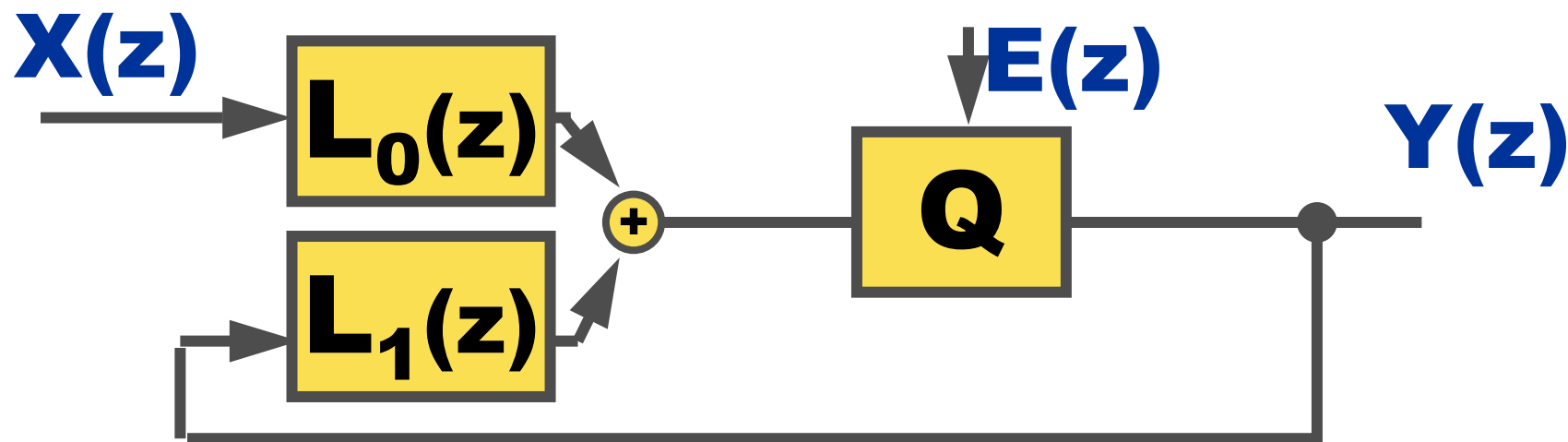
Signal Transfer Function (STF)  $\rightarrow$  1  
 Noise Transfer Function (NTF)  $\rightarrow$  0



## △ ΣAD変調器の伝達関数

$$Y(z) = \underline{STF}(z) \cdot X(z) + \underline{NTF}(z) \cdot E(z)$$

Signal Transfer Function (STF)    Noise Transfer Function (NTF)

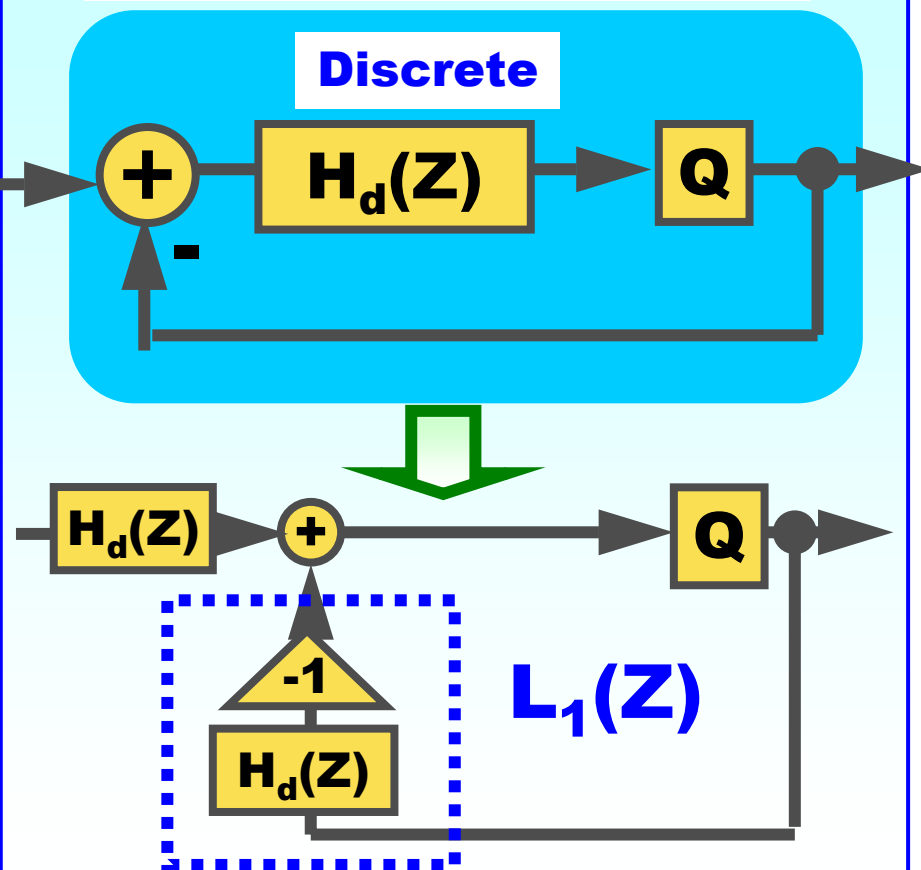


$$NTF(z) = \frac{1}{1 - L_1(z)} \quad STF(z) = \frac{L_0(z)}{1 - L_1(z)}$$

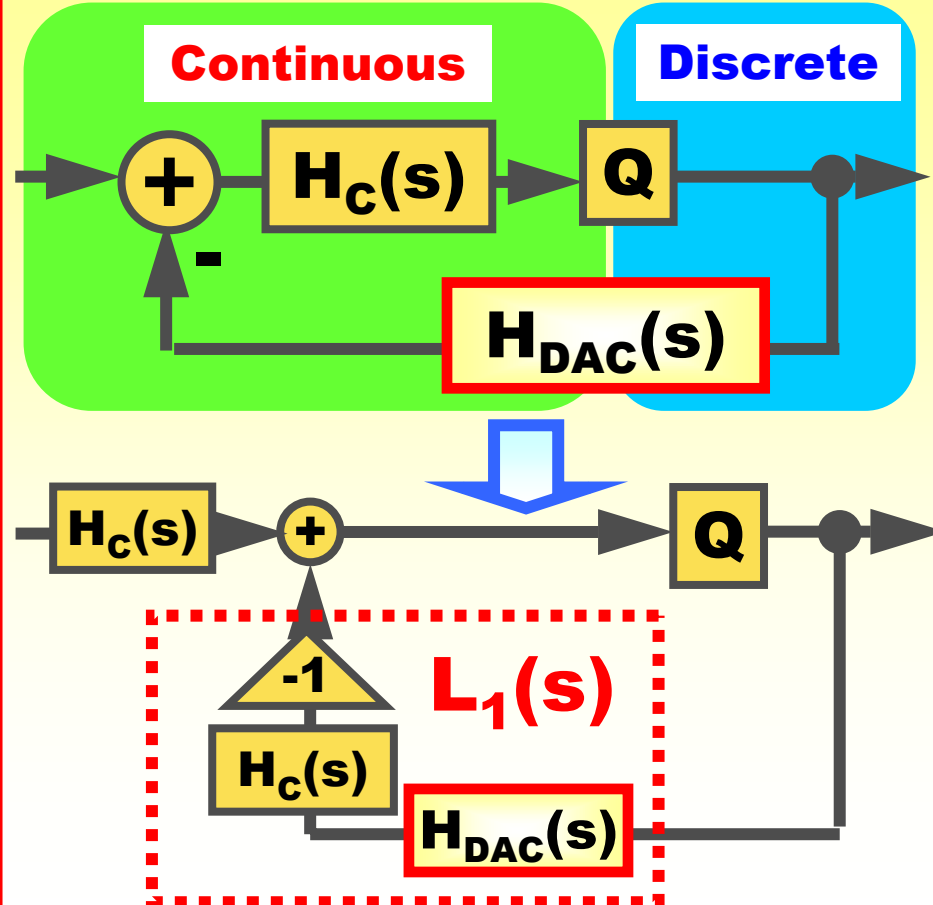
# 離散時間(DT) $\Delta \Sigma$ と連続時間(CT) $\Delta \Sigma$ の フィードバック伝達関数 $L_1$

- CT  $\Delta \Sigma \Rightarrow H_{DAC}(s)$  を考慮する必要がある

## 離散時間 $\Delta \Sigma$ 変調器



## 連続時間 $\Delta \Sigma$ 変調器



## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計

- $\Delta \Sigma$  変調器



- 変調器内部DAC

- 離散時間-連続時間変換による設計

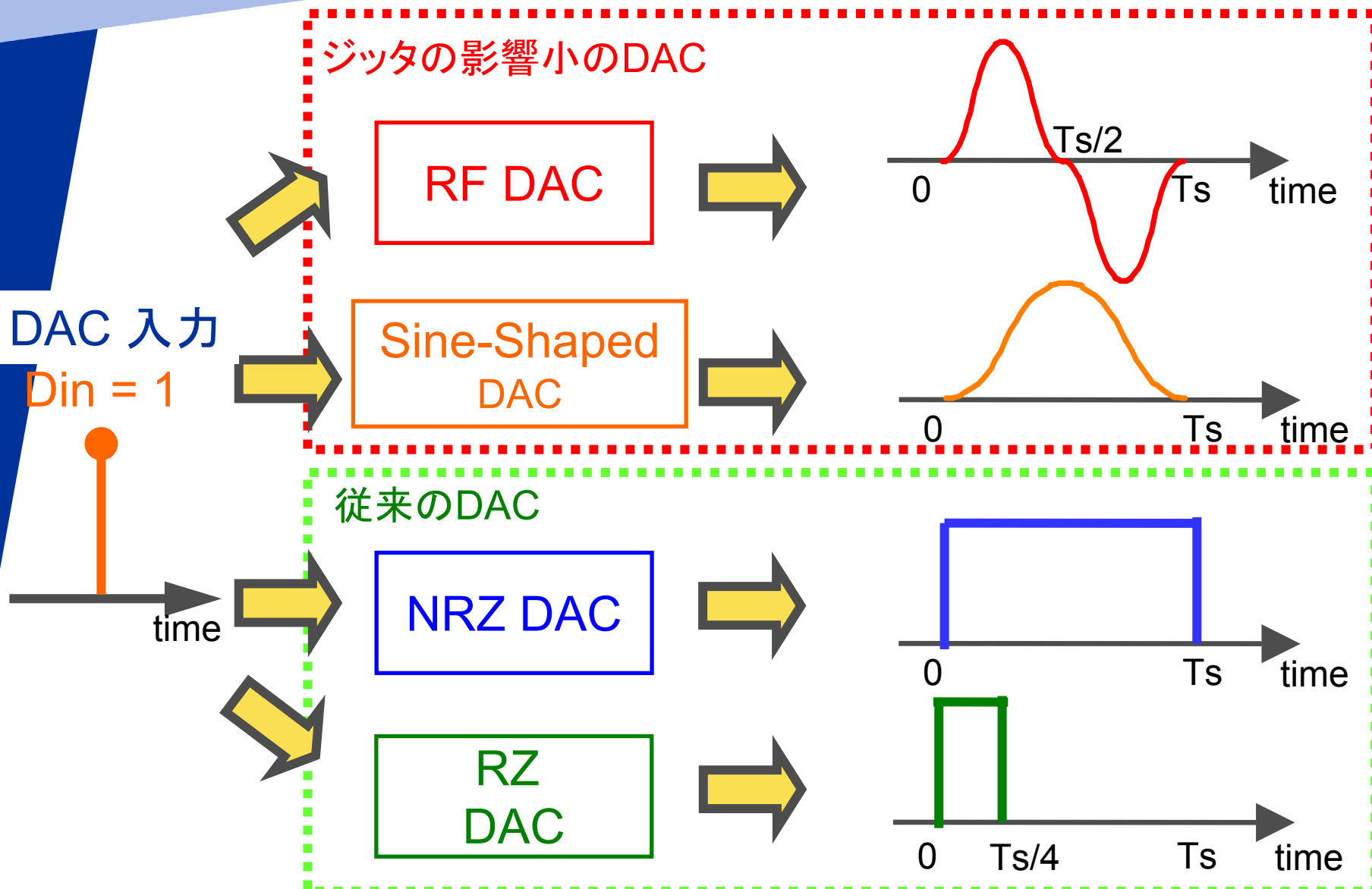
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析

- 内部共振器のQ値の影響

- ループ遅延の補償

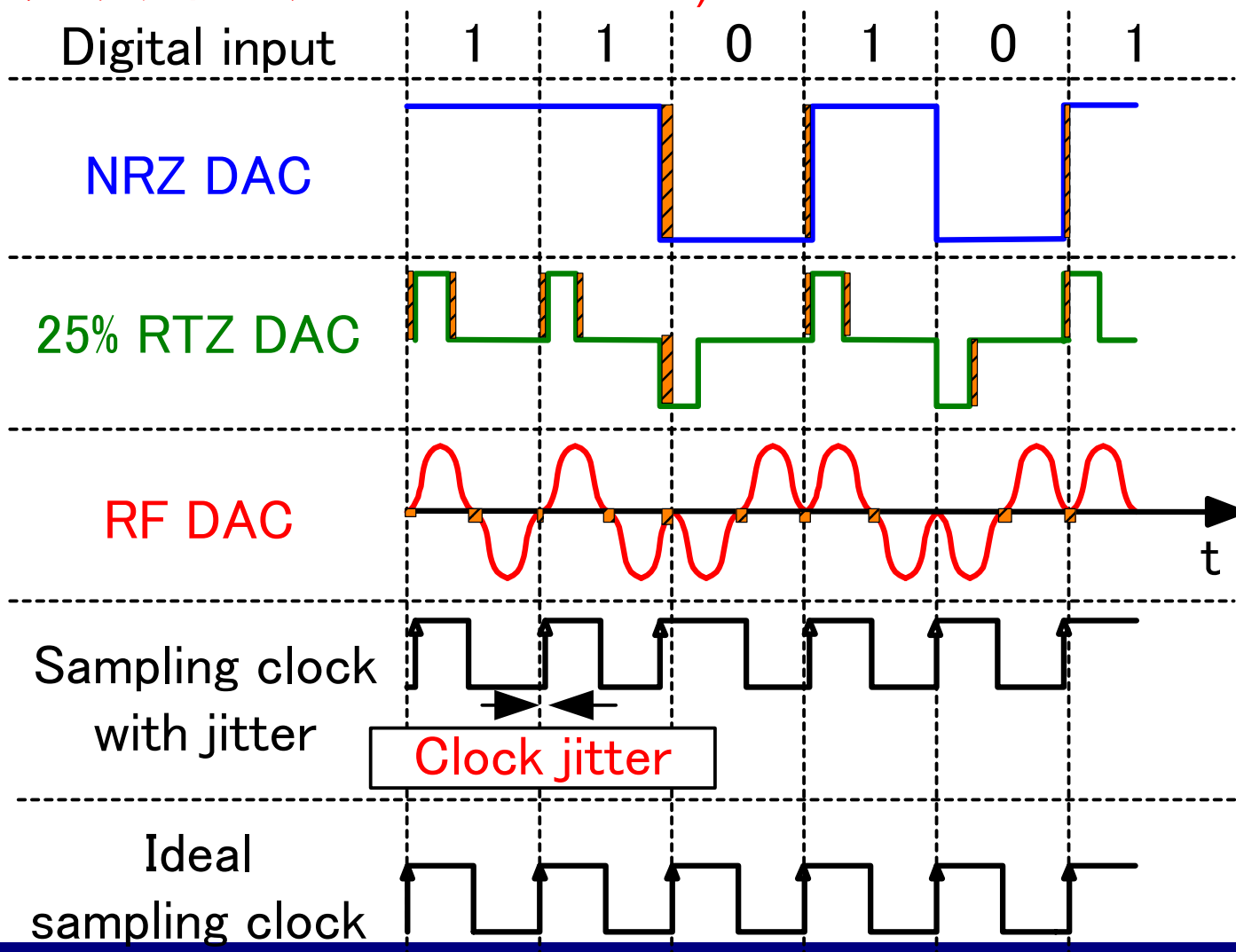
- まとめ

# 変調器内部DACの出力波形



# DACのジッタの影響

- RF, Sine shaped DAC  $\Rightarrow$  DACのジッタの影響小  
(サンプリングタイミングでスルーレートが0)



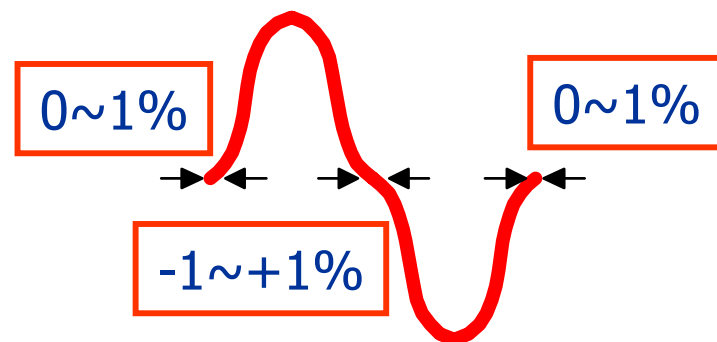
# DACのジッタによる出力パワースペクトラムの変化

## RF DAC使用の変調器

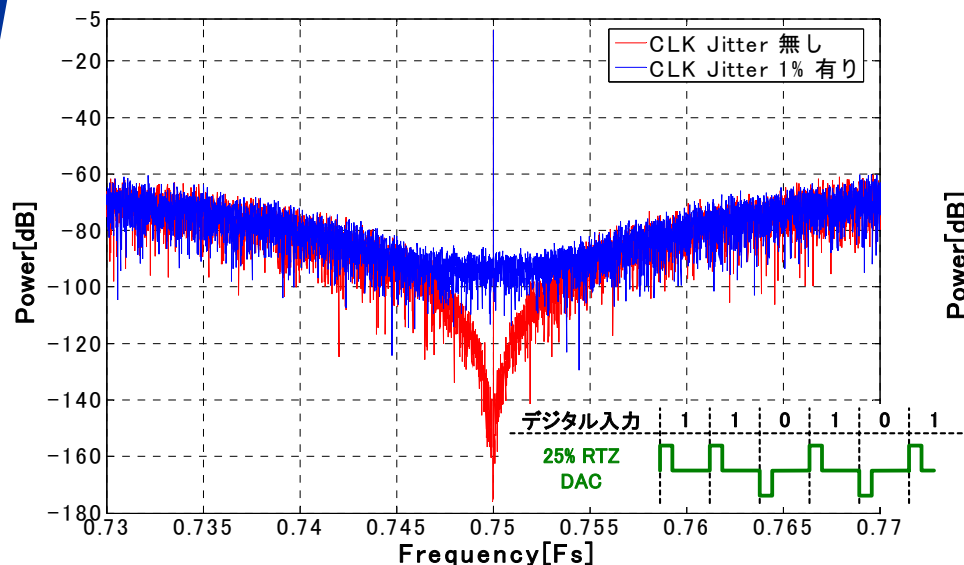
- 変化ほぼなし

## 25% RZ DAC使用の変調器

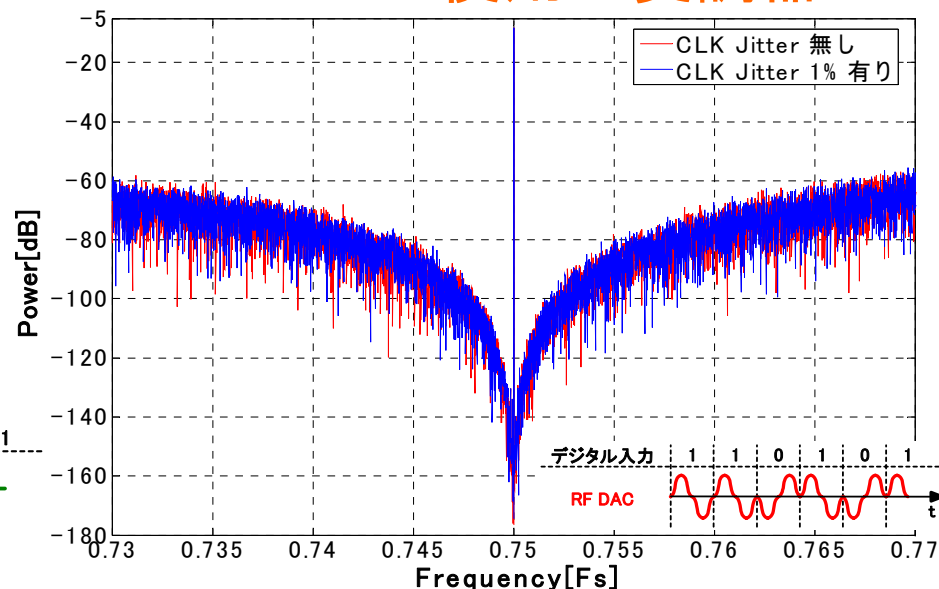
- ノイズフロアが大きく上昇



## 25% RZ DAC使用の変調器



## RF DAC使用の変調器



## Outline

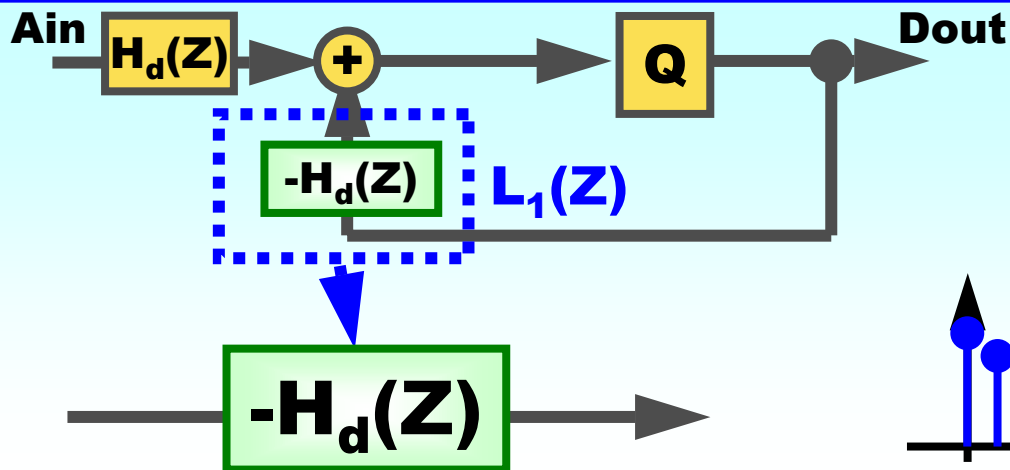
- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - $\Delta \Sigma$  変調器
  - 変調器内部DAC
  - ➔ — 離散時間-連続時間変換による設計
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析
- 内部共振器のQ値の影響
- ループ遅延の補償



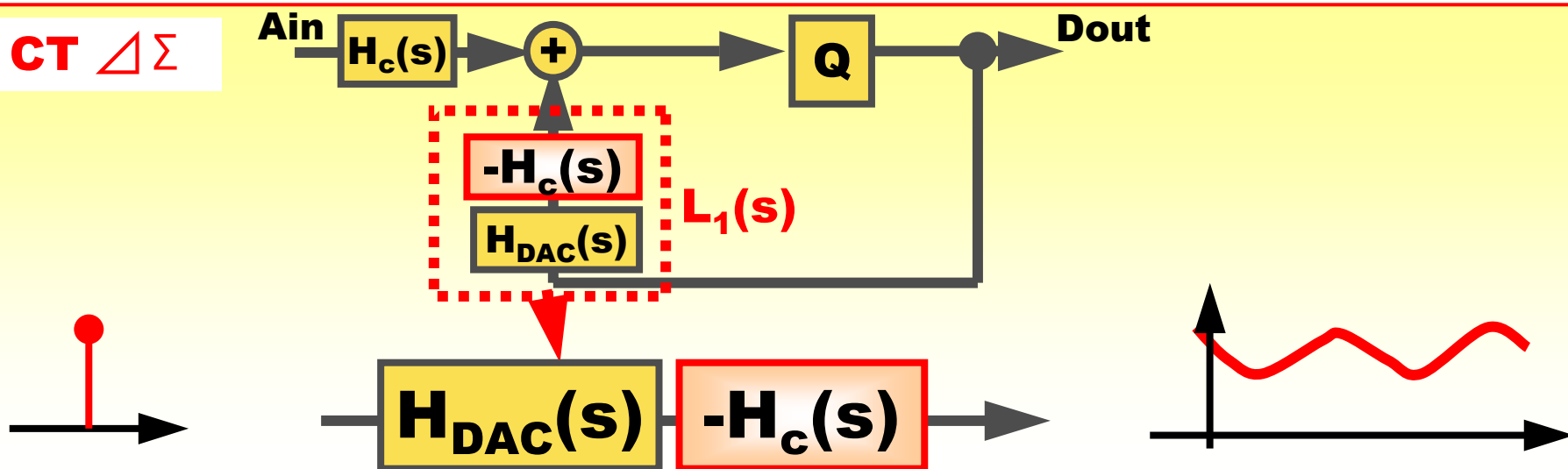
# フィードバック伝達関数 $L_1$ のインパルス応答

- $L_1$ のインパルス応答が不変となるCT-DT変換を求める
  - $L_1$ の一致 $\Leftrightarrow$ NTFの一致  $\because$ NTF=1/(1- $L_1$ )

DT  $\Delta\Sigma$



CT  $\Delta\Sigma$



1次、2次の伝達関数の場合のCT-DT変換式(RF DACを用いた場合)

■ 1次の伝達関数の場合

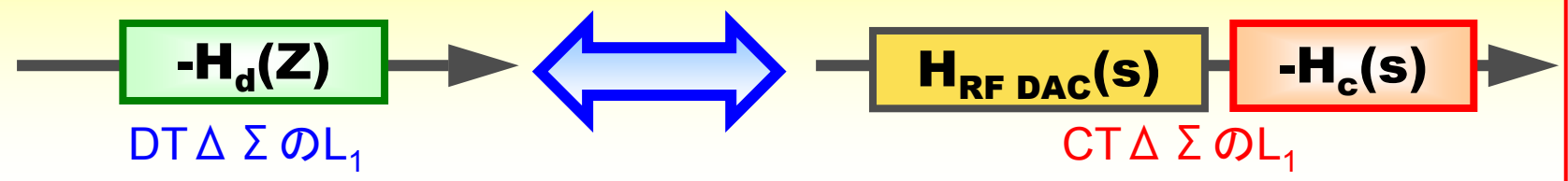
Hd(z)	Hc(s)
$\frac{z^{-1}}{1 - e^{s_k T} z^{-1}}$	$\frac{s_k (s_k^2 T^2 + 16\pi^2)}{8\pi^2 \left(1 - e^{\frac{1}{2}s_k T}\right)^2} \frac{1}{e^{s_k T} (s - s_k)}$

■ 2次の伝達関数の場合

Hd(z)	Hc(s)
$\frac{z^{-2}}{\left(1 - e^{s_k T} z^{-1}\right)^2}$	$\frac{As + B}{8\pi^2 T \left(1 - e^{-s_k \frac{T}{2}}\right)^3} \frac{1}{e^{s_k T} (s - s_k)^2}$

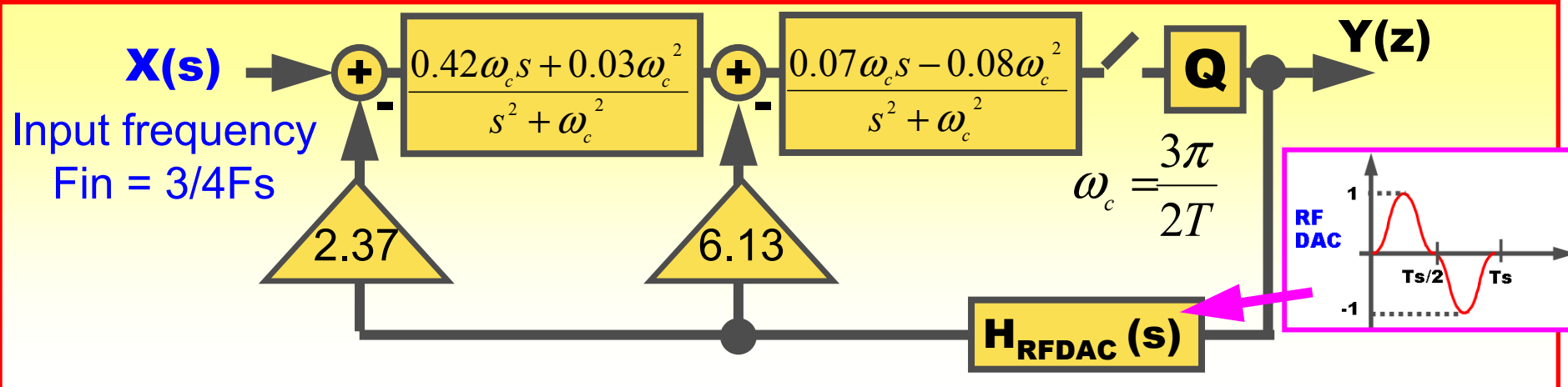
但し、 $A = e^{s_k \frac{T}{2}} (s_k^3 T^3 - 3s_k^2 T^2 + 16\pi^2 s_k T - 16\pi^2) + 16\pi^2 + 3s_k^2 T^2$   
 $B = e^{s_k \frac{T}{2}} (-s_k^4 T^3 + 2s_k^3 T^2 - 16\pi^2 s_k^2 T) - 2s_k^3 T^2$

■ 上式を用いることでDT ΔΣ からCT ΔΣへ変換が可能

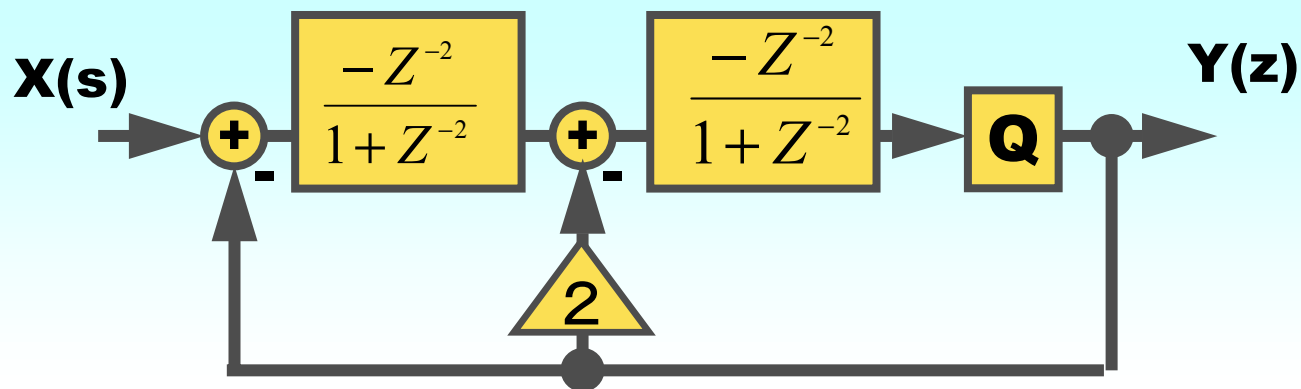


# 提案サブサンプリングCT $\Delta \Sigma$ 変調器と対応するDT $\Delta \Sigma$ 変調器

## CT $\Delta \Sigma$ Modulator



## DT $\Delta \Sigma$ Modulator

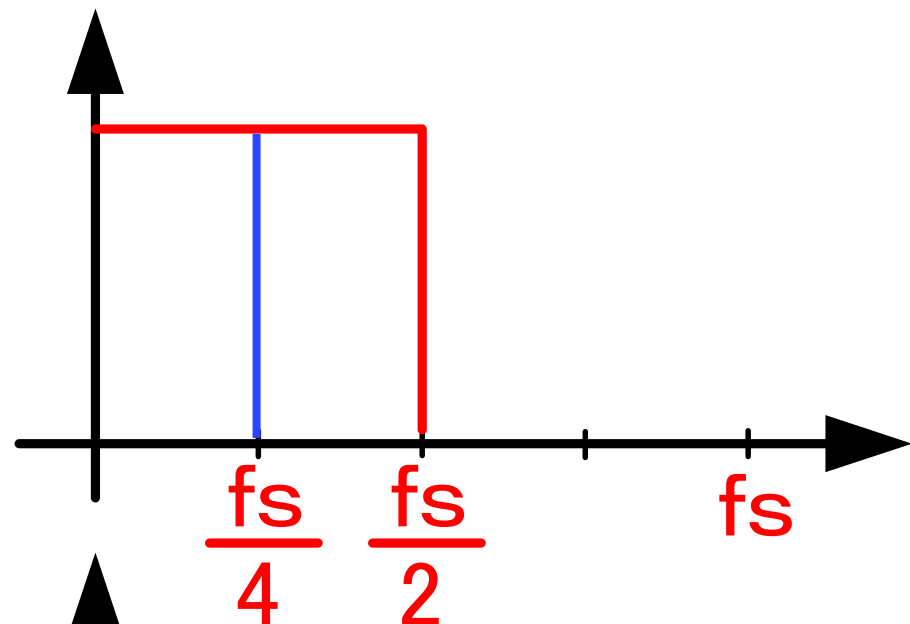


## サブサンプリング

### ■ 従来のバンドパス $\Delta \Sigma$ AD変調器

#### ☆ 中心周波数 $f_s/4$

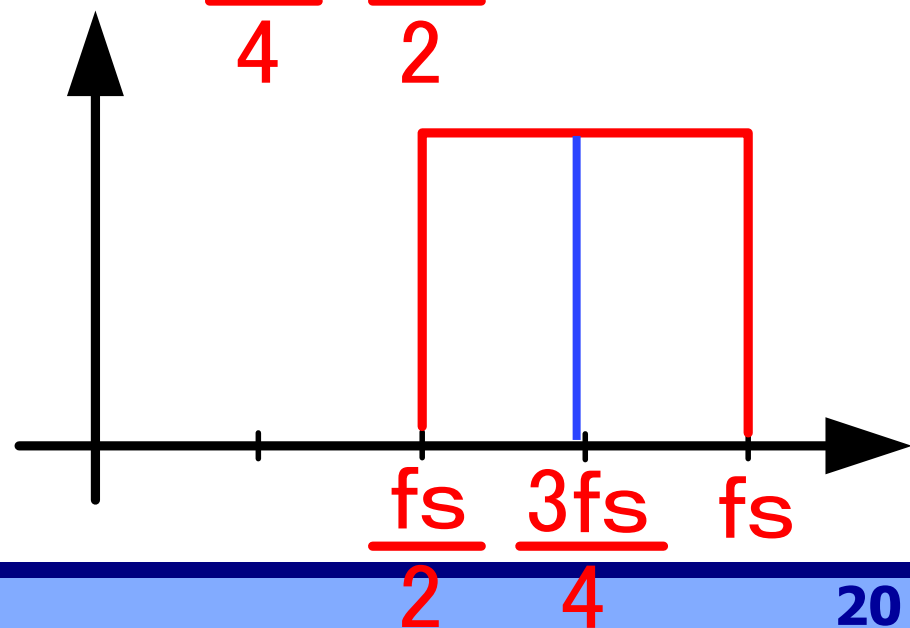
- 中心周波数:  $f_s/4$
- 帯域 :  $0 \sim f_s/2$



### ■ 提案手法

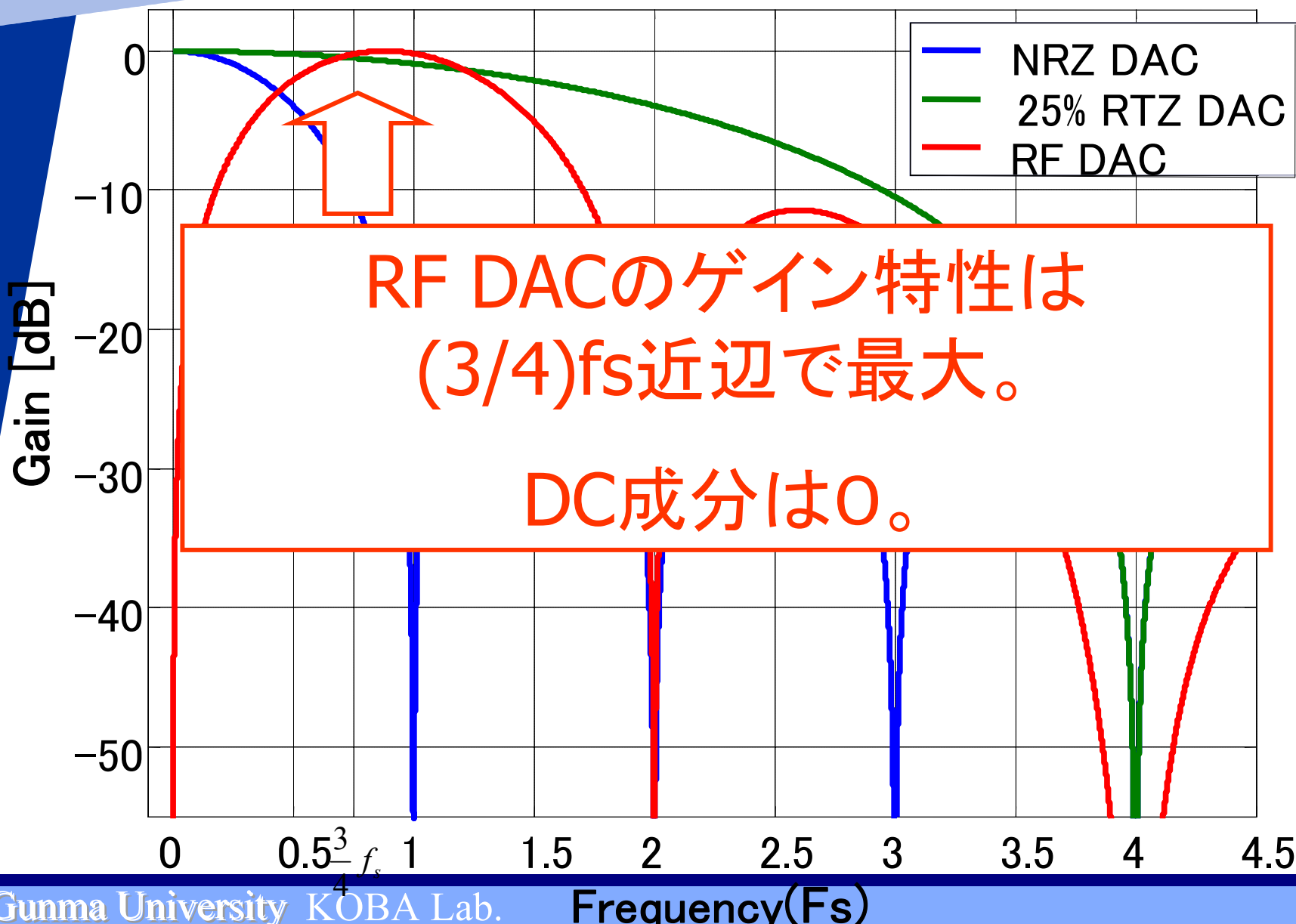
#### ☆ 中心周波数 $3f_s/4$

- 中心周波数:  $3f_s/4$
- 帯域 :  $f_s/2 \sim f_s$



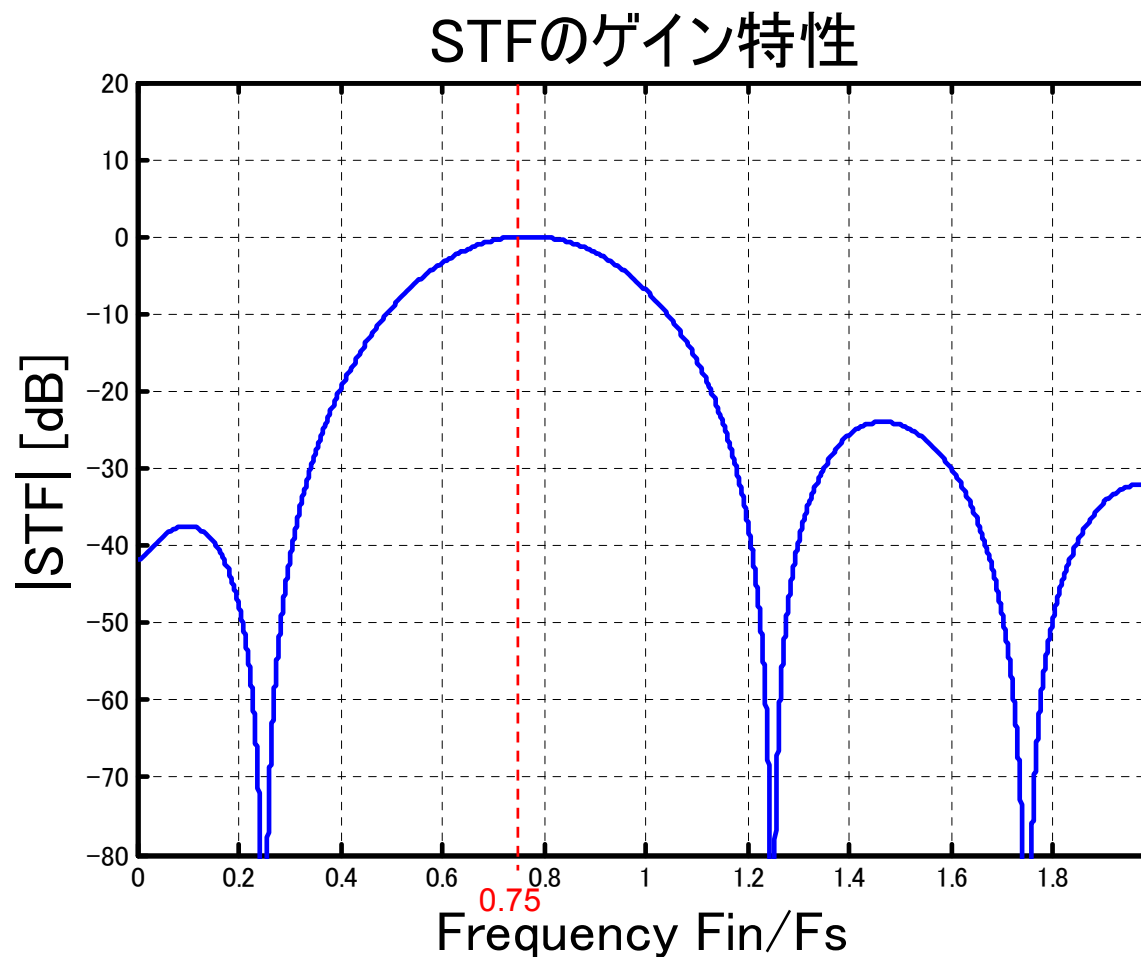
## NRZ DAC, RZ DAC と RF DAC

—インパルス応答のゲイン特性—

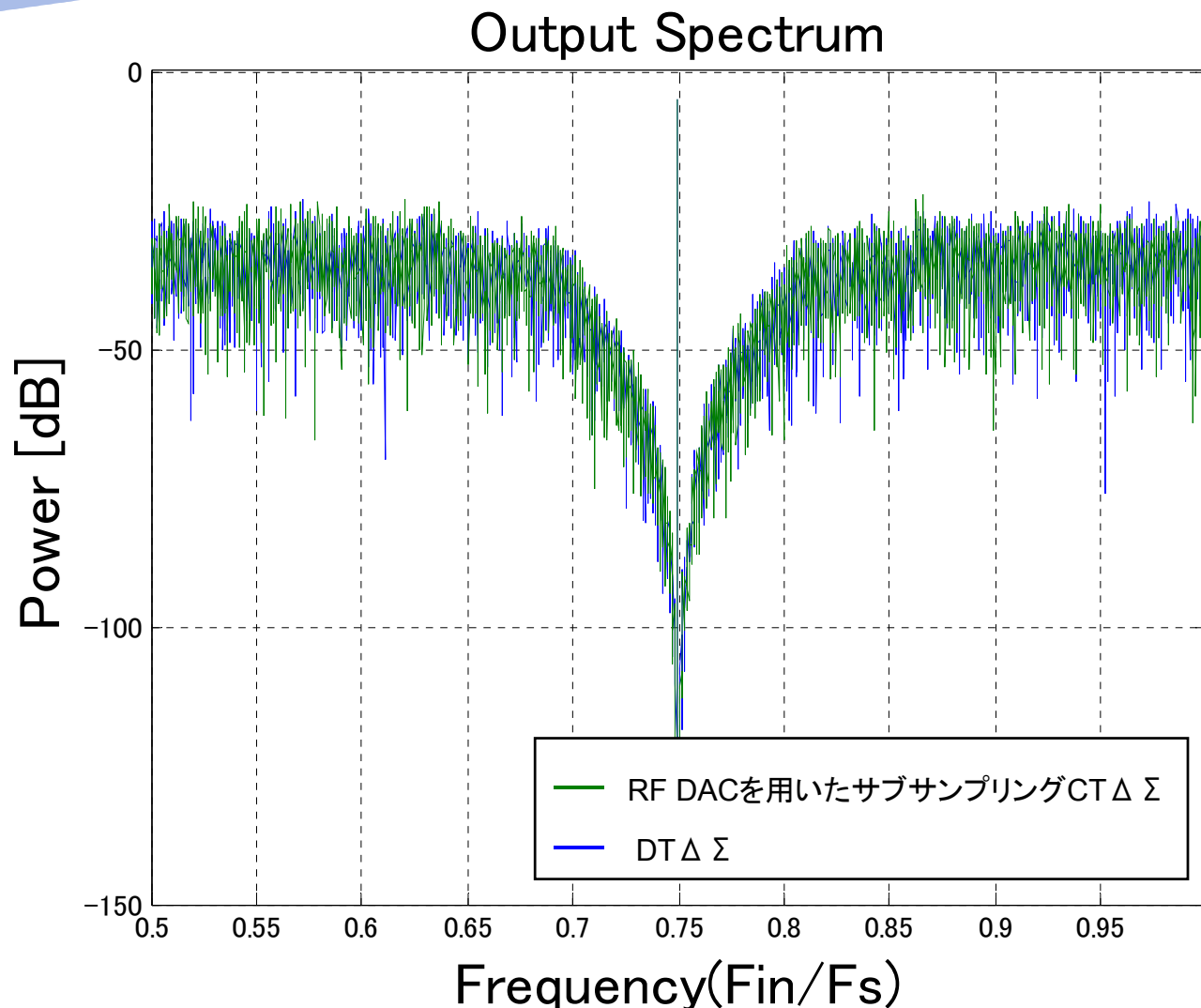


# 信号伝達関数(STF)の周波数特性

- アンチエイリアスフィルタの機能を変調器内部に持つ  
( $4/3F_s$ 中心のバンドパスフィルタ)



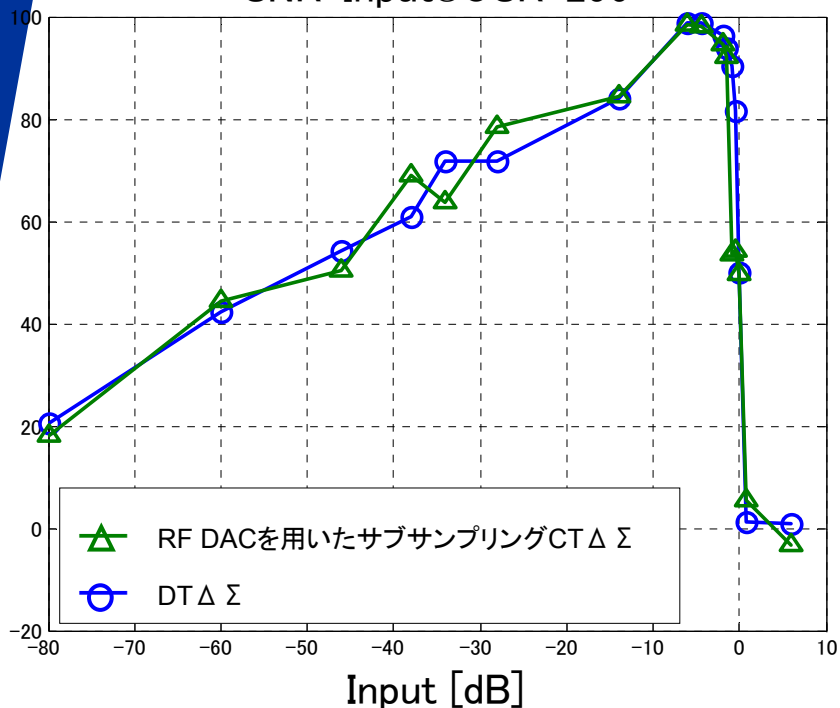
## 出力パワースペクトラムのシミュレーション結果



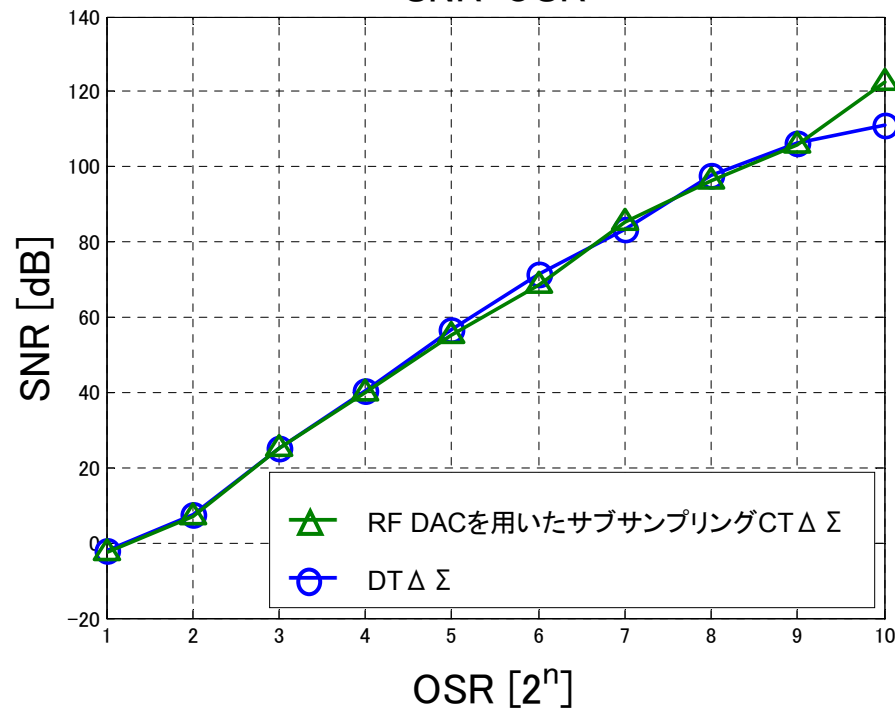
Output power spectrum: CT $\Delta\Sigma$ とDT $\Delta\Sigma$ で特性がほぼ一致

# SNR-Input, SNR-OSRのシミュレーション結果

SNR-Input@OSR=256



SNR-OSR



CT $\Delta\Sigma$ とDT $\Delta\Sigma$ で特性がほぼ一致



## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - $\Delta \Sigma$  変調器
  - 変調器内部DAC
  - 離散時間-連続時間変換による設計



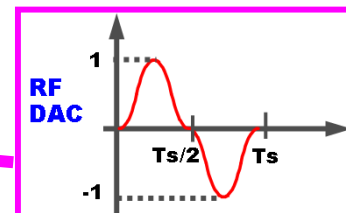
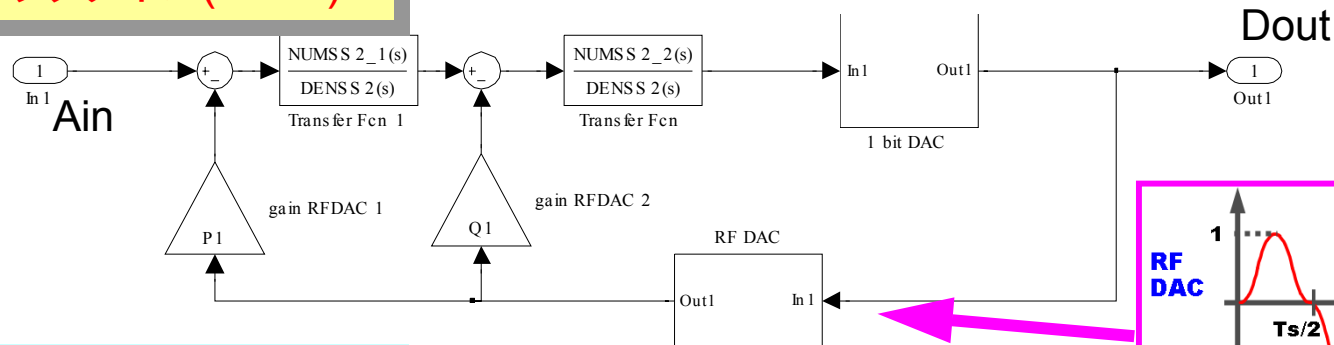
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析

- 内部共振器のQ値の影響
- ループ遅延の補償



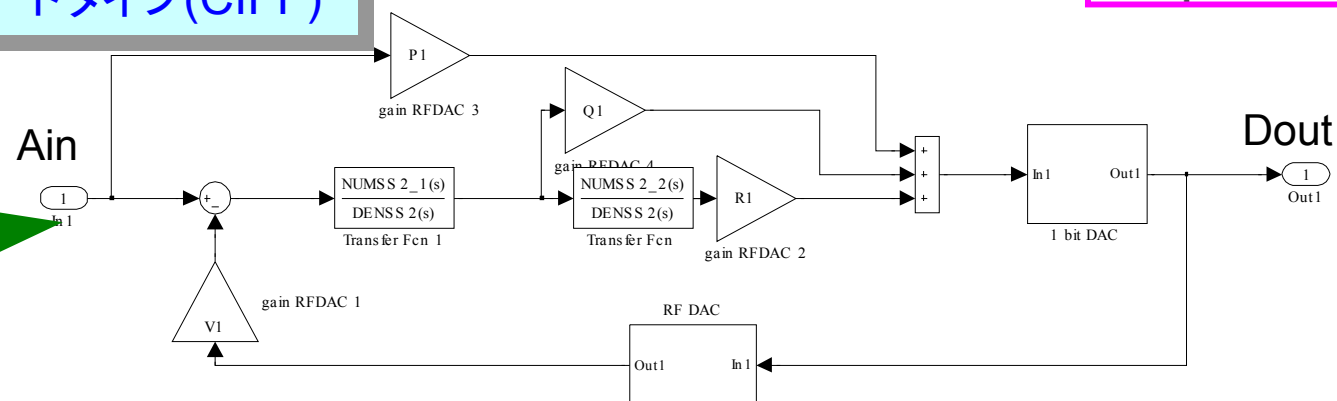
# △Σ変調器のトポロジ

## フィードバックタイプ(CIFB)

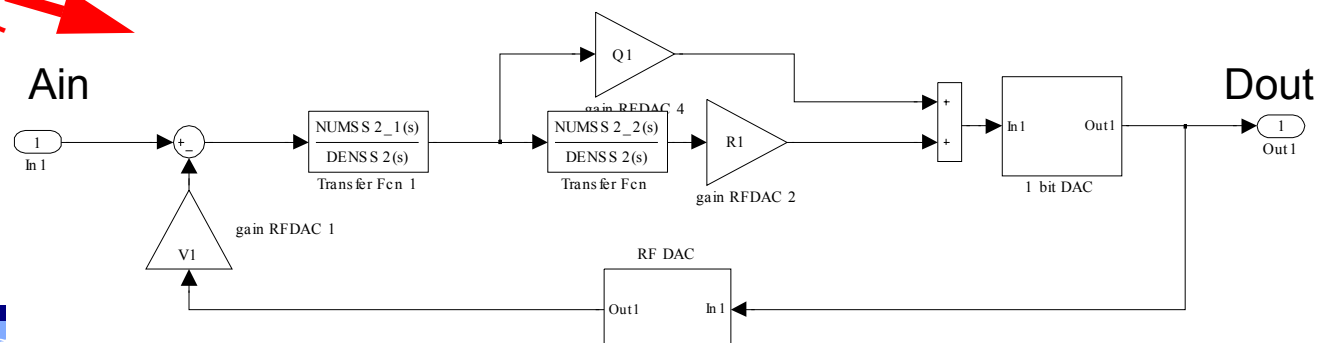


## フィードフォワードタイプ(CIFF)

入力からの  
パスがある場合

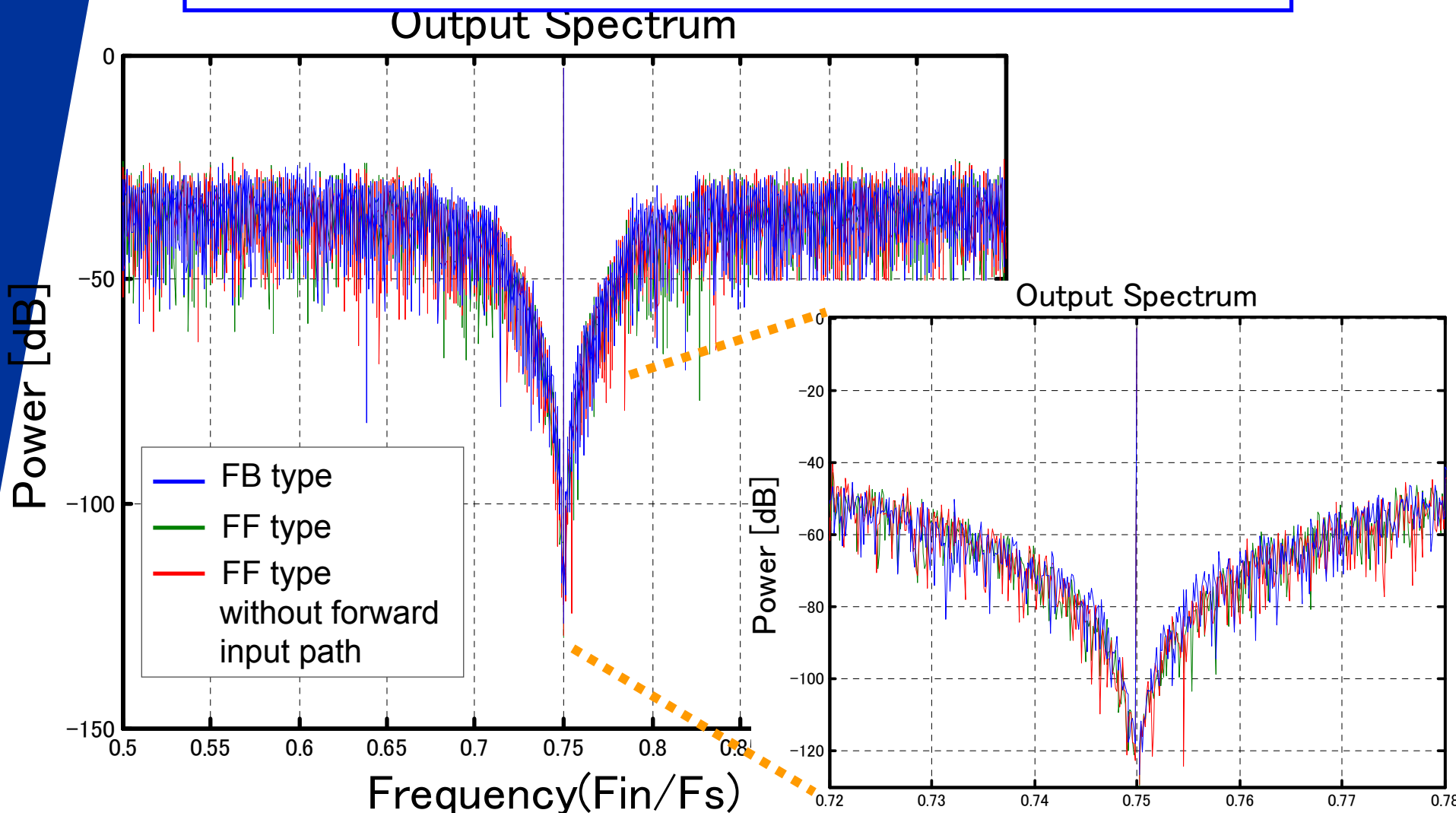


入力からの  
パスがない場合



## 出力パワースペクトラムのシミュレーション結果

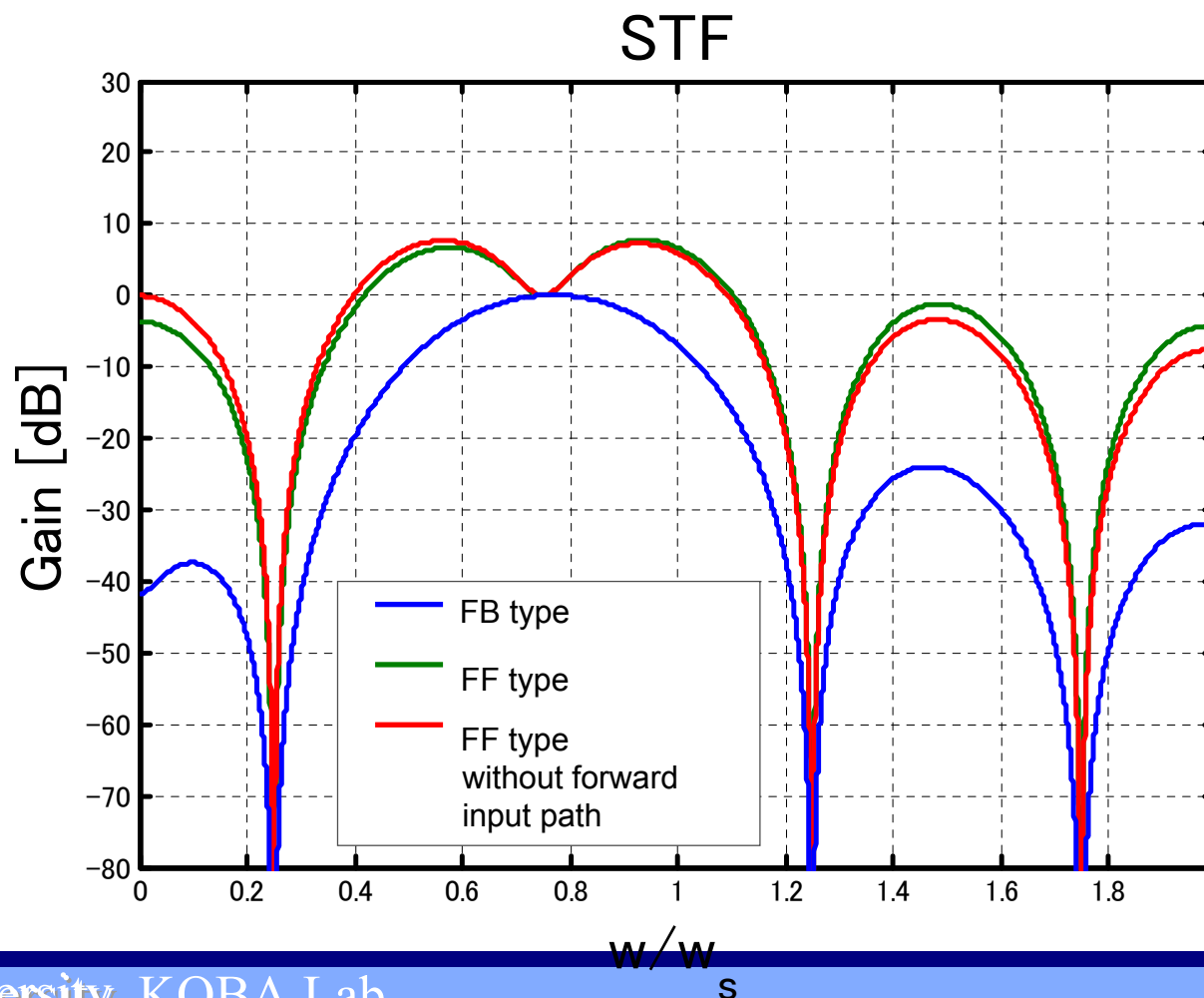
各トポロジの変調器で同じNTFであることを確認



# 各トポロジの変調器のSTF

フィードフォワードタイプ

⇒ STFのアンチエイリアシングフィルターの機能少ない



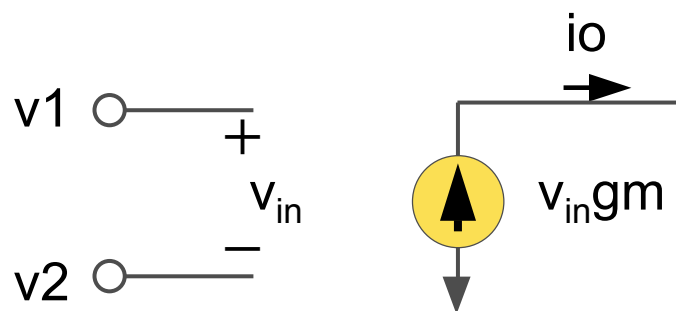
## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - $\Delta \Sigma$  変調器
  - 変調器内部DAC
  - 離散時間-連続時間変換による設計
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析
- 内部共振器のQ値の影響
- ループ遅延の補償

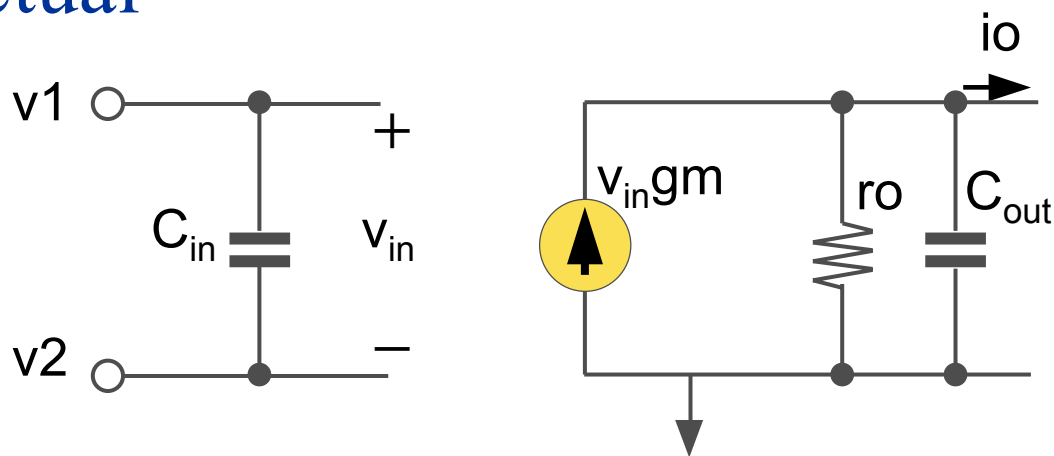


# CMOS Gmセル モデル

## ■ Ideal

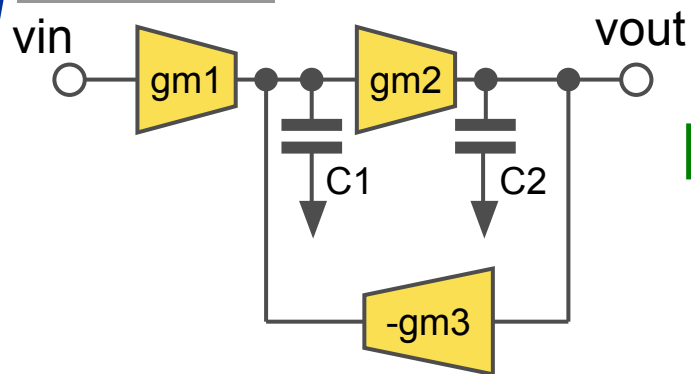


## ■ Actual

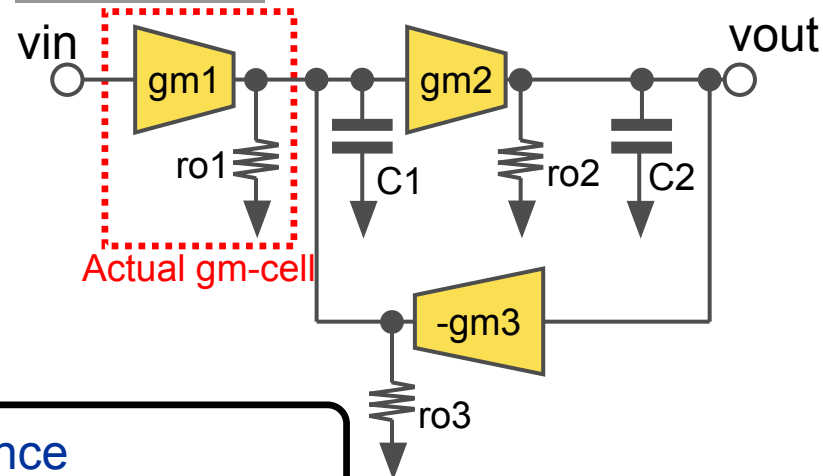


# Gm-C 共振器

Ideal



Actual



go: the output conductance  
( $g_{o1} = 1/r_{o1}$ ,  $g_{o2} = 1/r_{o2}$ ,  $g_{o3} = 1/r_{o3}$ )

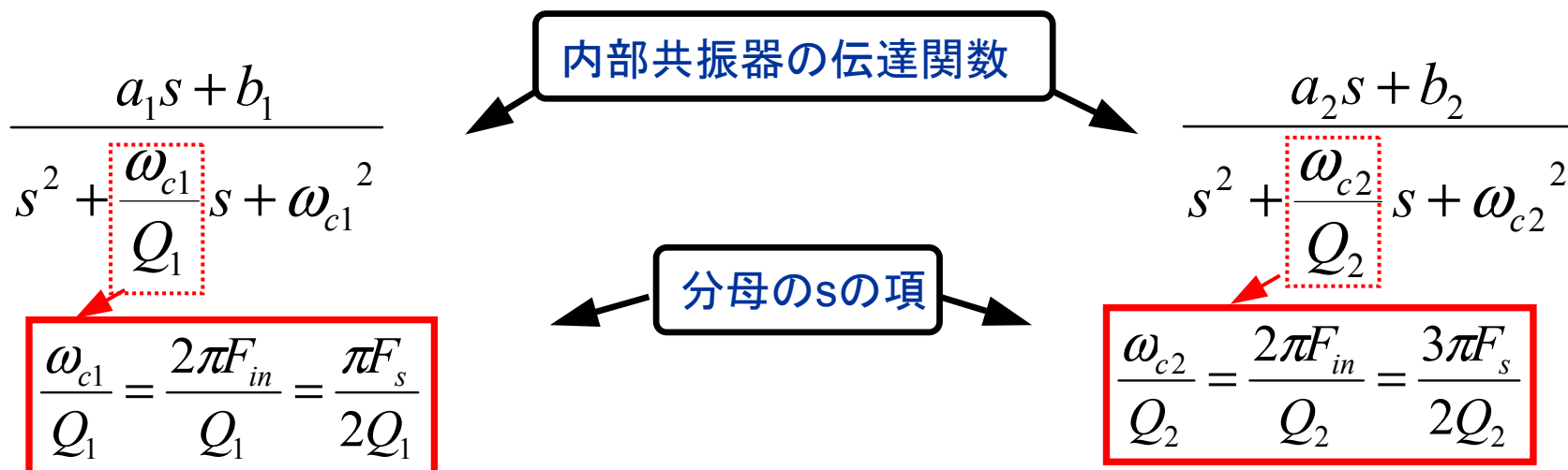
$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}}{s^2 + \frac{g_{m2}g_{m3}}{C_1C_2}}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}}{s^2 + \left( \frac{g_{o1} + g_{o3}}{C_1} + \frac{g_{o2}}{C_2} \right) s + \frac{g_{m2}g_{m3} + g_{o2}(g_{o1} + g_{o3})}{C_1C_2}}$$

# 提案サブサンプリング変調器と従来変調器の内部共振器のQ値

$$F_{in} = 1/4F_s$$

$$F_{in} = 3/4F_s (\text{サブサンプリング})$$



- Qが等しいとき ⇒ 分母のsの項はサブサンプリング動作の場合の方がより大きい
- サブサンプリング動作の場合分母のsの項を同等に小さくするには3倍のQ値が必要



# SQNR vs. OSR

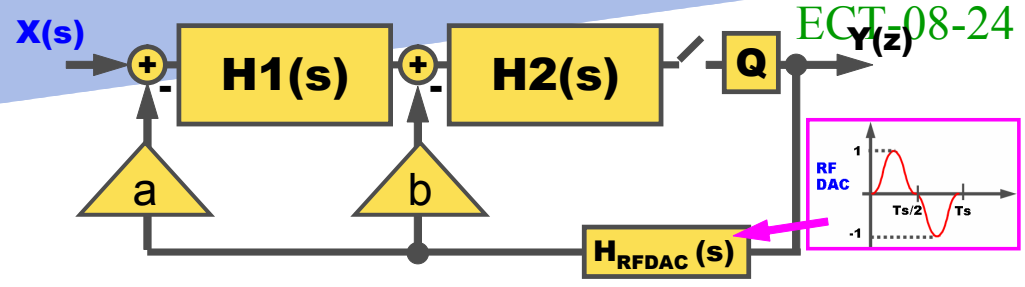
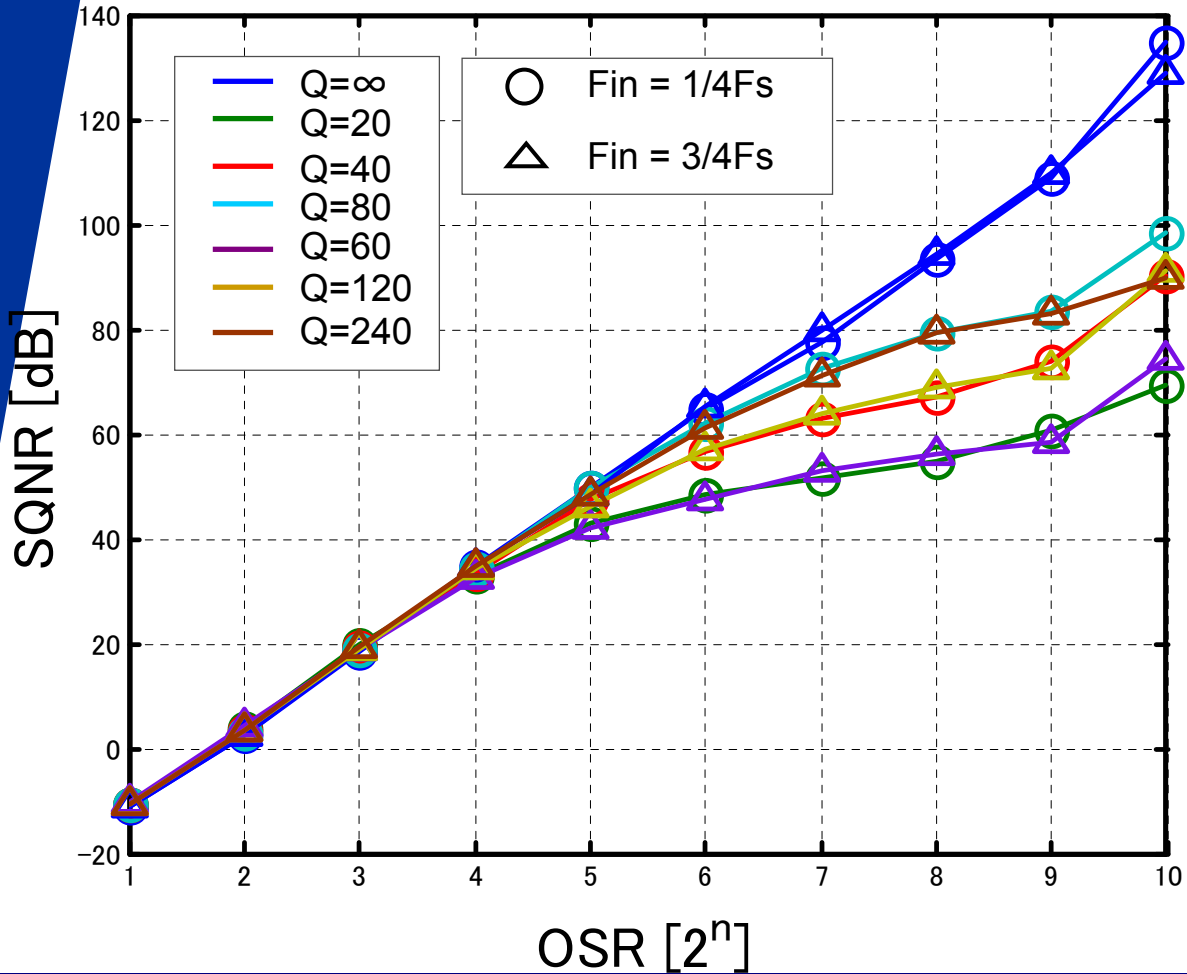


図: 2次連続時間 ΔΣ 変調器

## SQNR-OSR



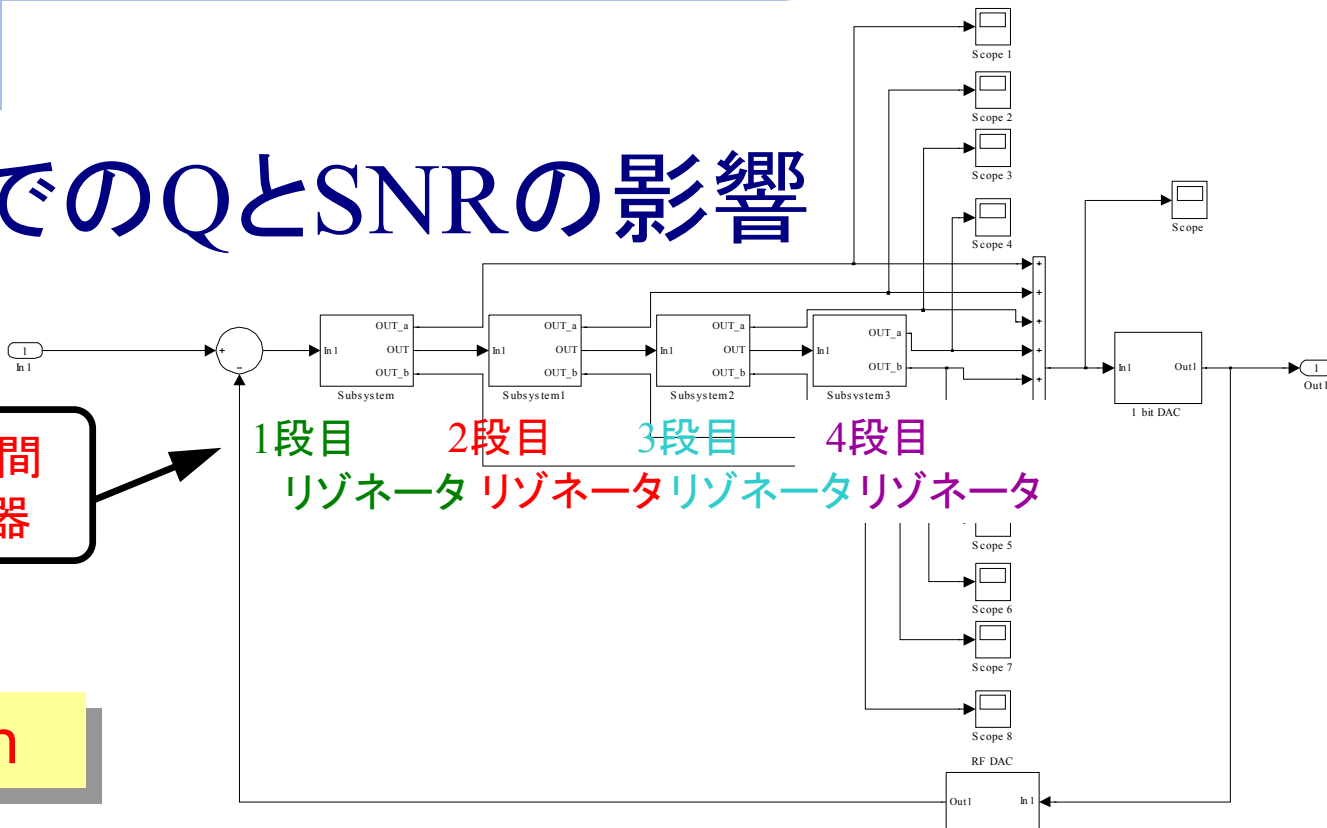
■ サブサンプリング技術により3倍の周波数を扱う場合、3倍のQ値が必要

# 各段でのQとSNRの影響

4次連続時間  
ΔΣ変調器

1段目    2段目    3段目    4段目  
リゾネータ   リゾネータ   リゾネータ   リゾネータ

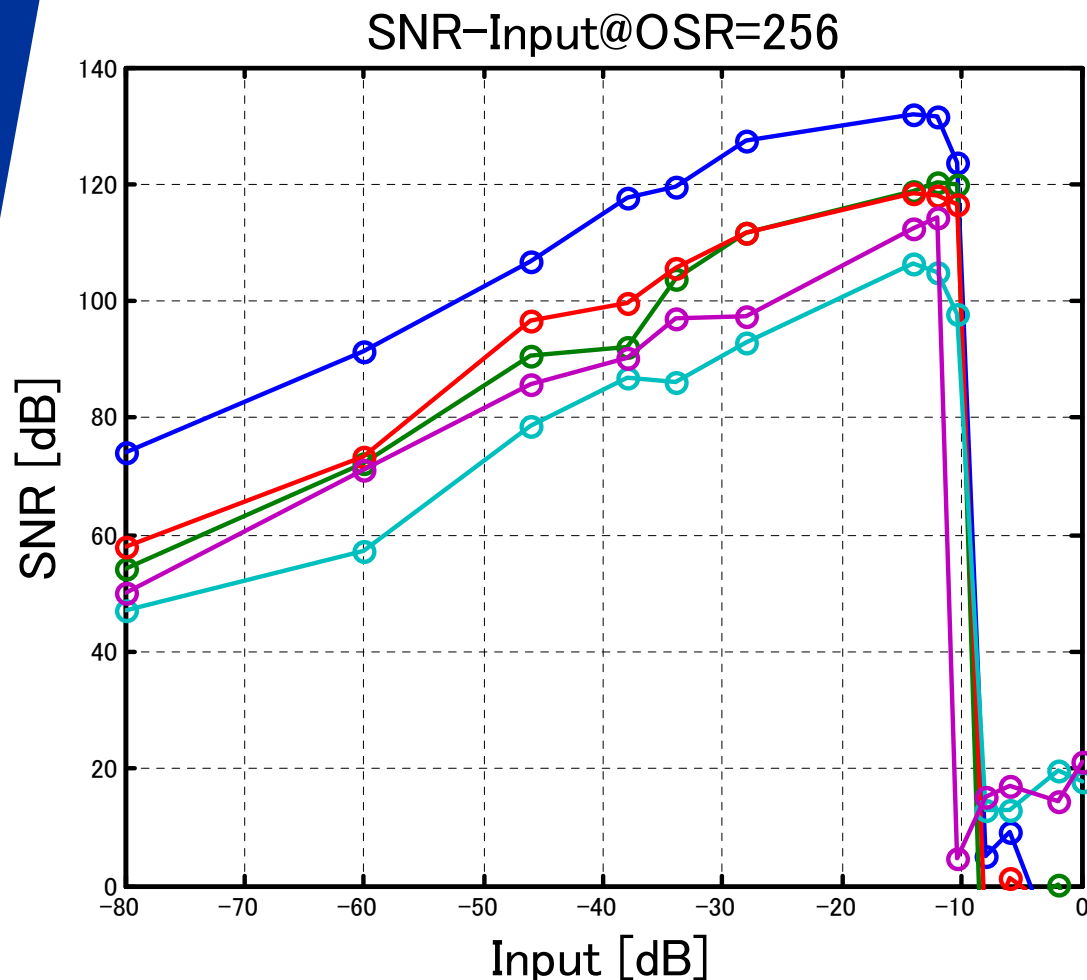
## Simulation



- 各段理想のリゾネータ( $Q=\infty$ )
- 1段目  $\Rightarrow Q=50$ , その他  $\Rightarrow Q=\infty$
- 2段目  $\Rightarrow Q=50$ , その他  $\Rightarrow Q=\infty$
- 3段目  $\Rightarrow Q=50$ , その他  $\Rightarrow Q=\infty$
- 4段目  $\Rightarrow Q=50$ , その他  $\Rightarrow Q=\infty$

これらのシミュレーションにより  
どの段が一番Qに影響されるか確認

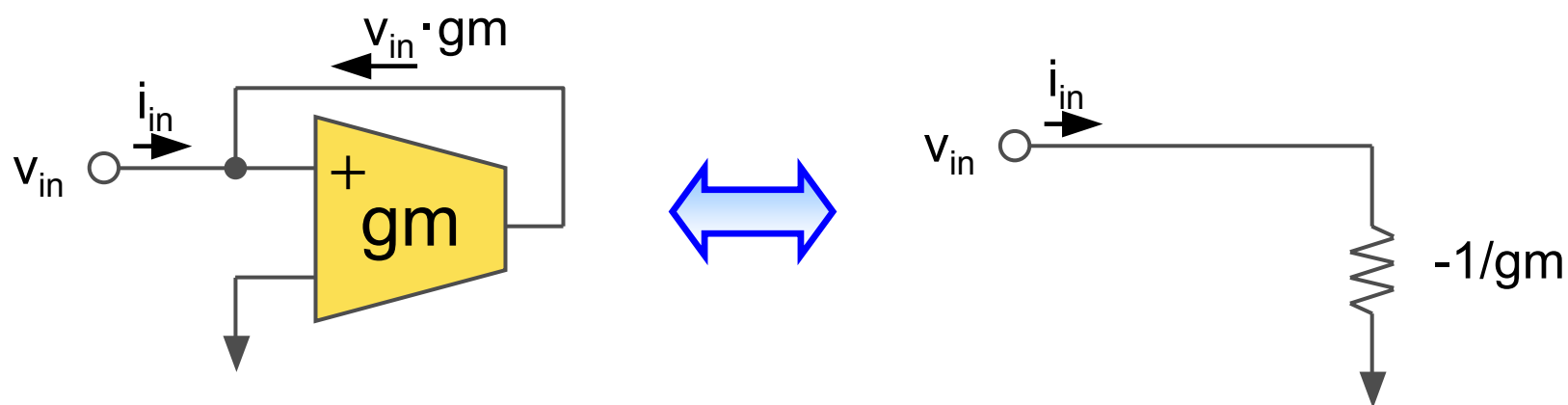
# 各段でのQとSNRの影響\_SQNR vs. Input



各段理想のリゾネータ( $Q=\infty$ )  
 1段目 $\Rightarrow Q=50$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$   
 2段目 $\Rightarrow Q=50$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$   
 3段目 $\Rightarrow Q=50$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$   
 4段目 $\Rightarrow Q=50$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$

- 後段の方が有限Qに対して敏感
- 後段のQが低いとオーバーロードが早い

# Gmセルによる負性抵抗

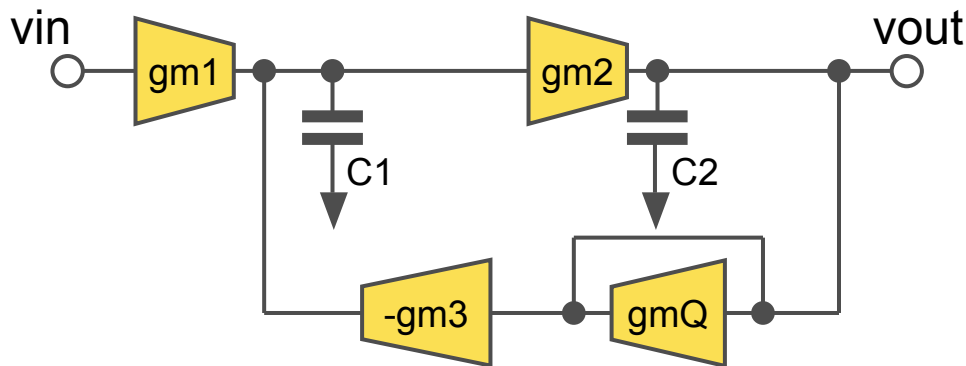


キルヒホッフの電流則より

$$i_{in} + v_{in} g_m = 0$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = -\frac{1}{g_m}$$

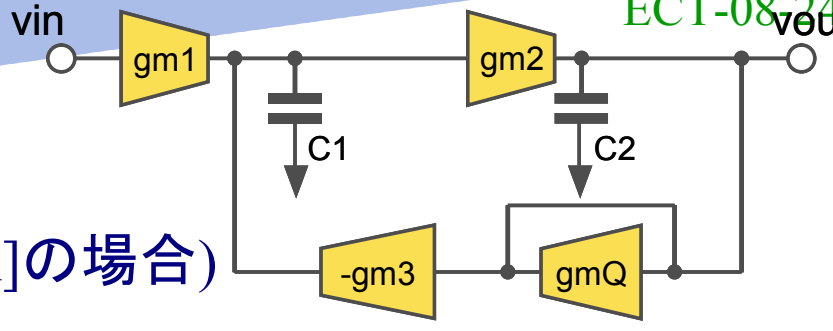
# QエンハンスメントをしたGm-C 共振器



$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}}{s^2 + \left( \frac{g_{o1} + g_{o3}}{C_1} + \frac{g_{o2} + g_{oQ} - g_{mQ}}{C_2} \right) s + \frac{g_{m2}g_{m3} + (g_{o1} + g_{o3})(g_{o2} + g_{oQ} - g_{mQ})}{C_1C_2}}$$

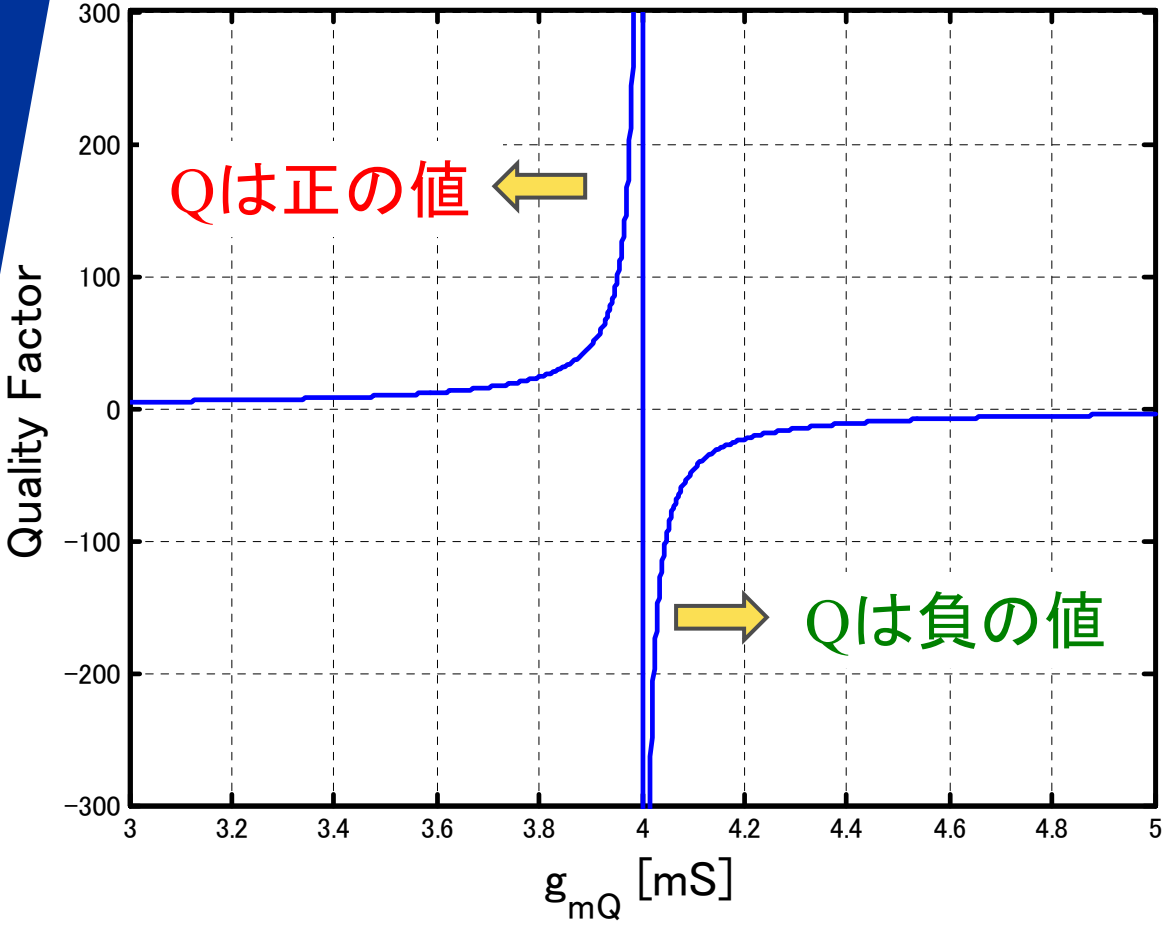
$$g_{mQ} = \frac{C_1(g_{o2} + g_{oQ}) + C_2(g_{o1} + g_{o3})}{C_1}$$

$g_{mQ}$ がこの式を満たす $\Rightarrow$ Q大



# Qと $g_{mQ}$ の関係

(全ての $gm$ セルの出力抵抗が1k[Ohm]の場合)



Qは正の値 ←

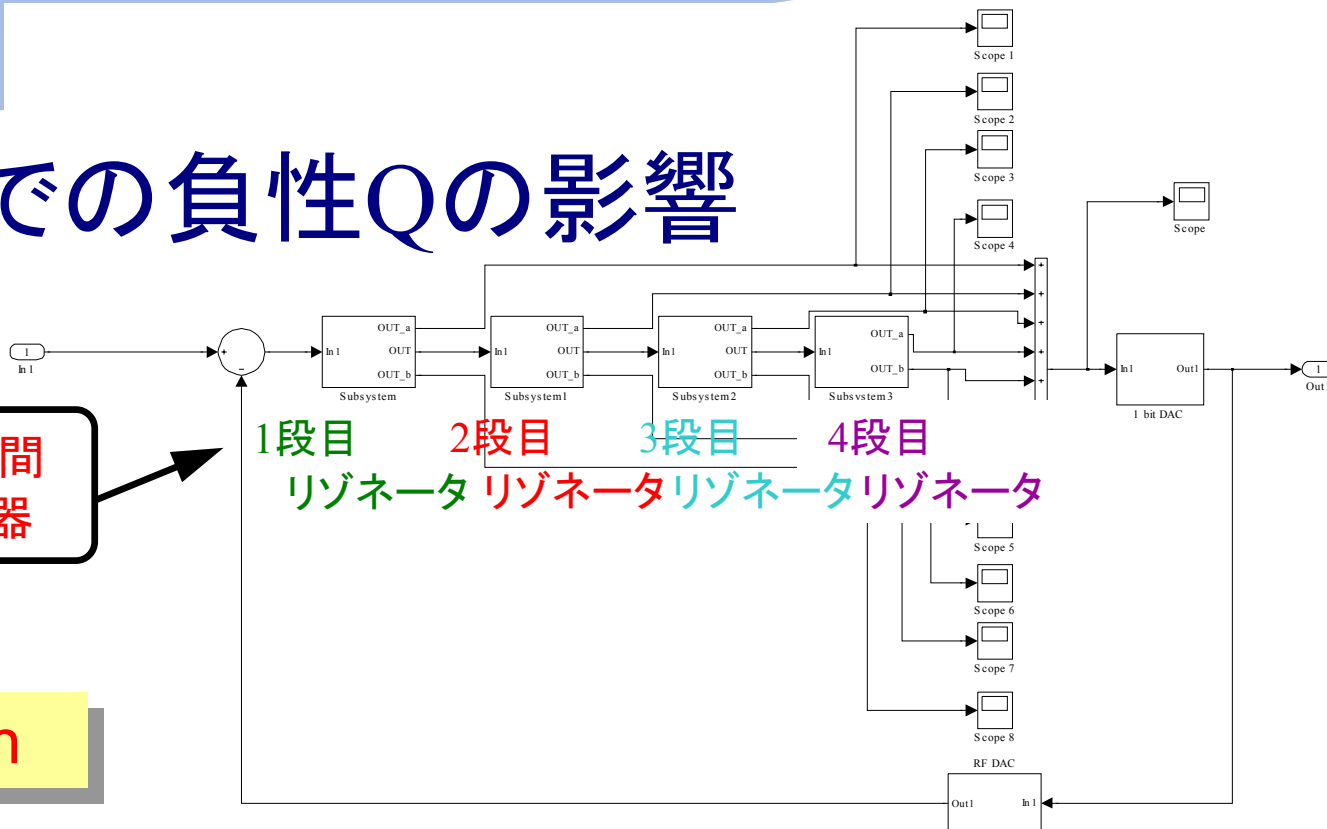
→ Qは負の値

- $g_{mQ}$ が所望の値より大きいとQは負となる
- Qの正負が安定性に影響を与える場合は注意!

# 各段での負性Qの影響

4次連続時間  
ΔΣ変調器

Simulation

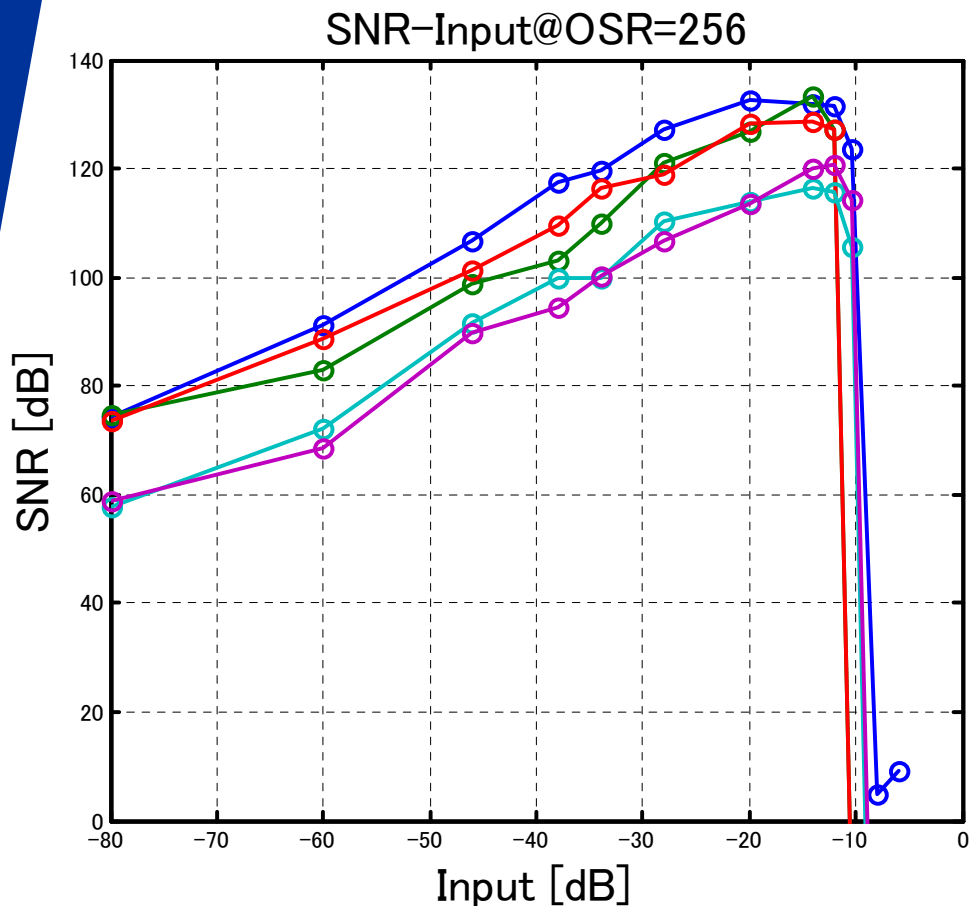


1段目    2段目    3段目    4段目  
リゾネータ   リゾネータ   リゾネータ   リゾネータ

- 各段理想のリゾネータ( $Q=\infty$ )
- 1段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$
- 2段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$
- 3段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$
- 4段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$

これらのシミュレーションにより  
どの段が一番Qに影響されるか確認

# 各段での負性Qの影響\_SQNR vs. Input



各段理想のリゾネータ( $Q=\infty$ )

1段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$

2段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$

3段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$

4段目 $\Rightarrow Q=-200$ , その他 $\Rightarrow Q=\infty$

- 後段の方が負性のQに対して敏感
- 初段のQが負だとオーバーロードが早い



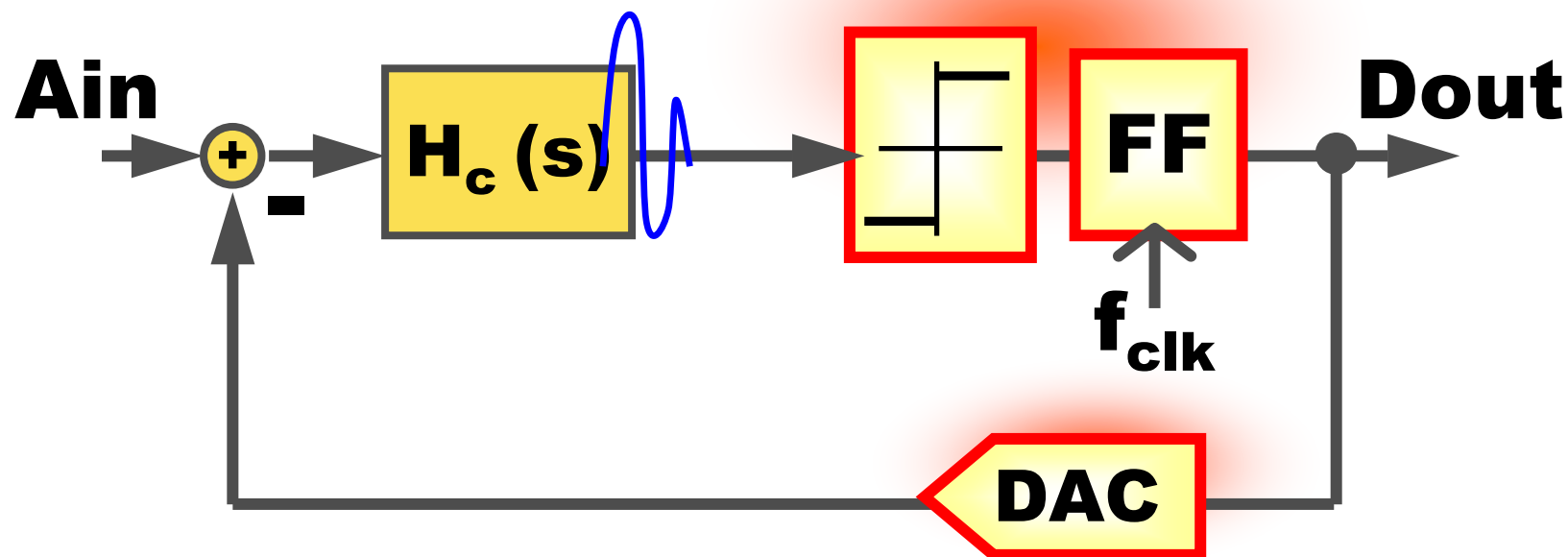
## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - $\Delta \Sigma$  変調器
  - 変調器内部DAC
  - 離散時間-連続時間変換による設計
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析
- ➡ ■ 内部共振器のQ値の影響
- ループ遅延の補償

## ループ遅延 (Excess Loop Delay)

### ■ ADCとDACの間の遅延時間

- コンパレータ、フリップフロップ、DACでのトータルの遅延
- AD変換の精度劣化

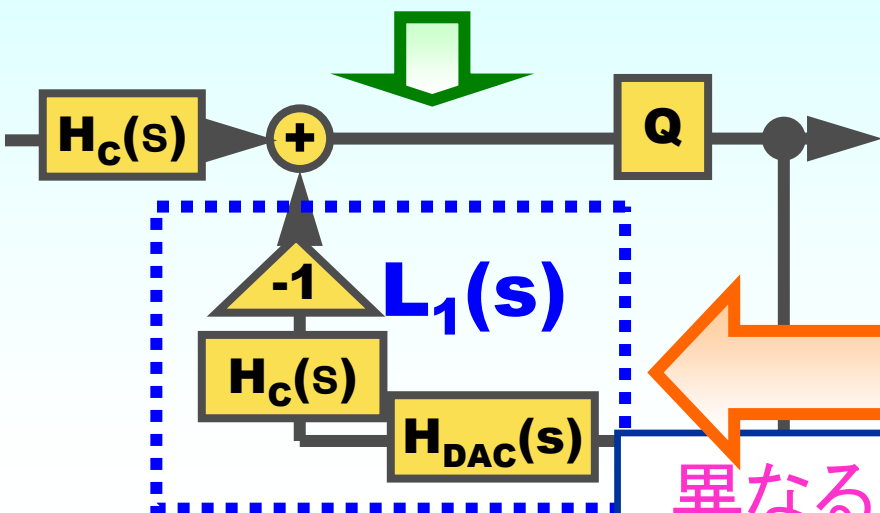
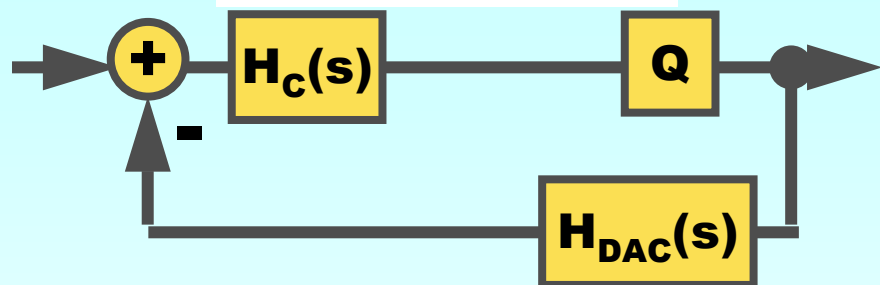


# ループ遅延のノイズ伝達関数NTFへの影響

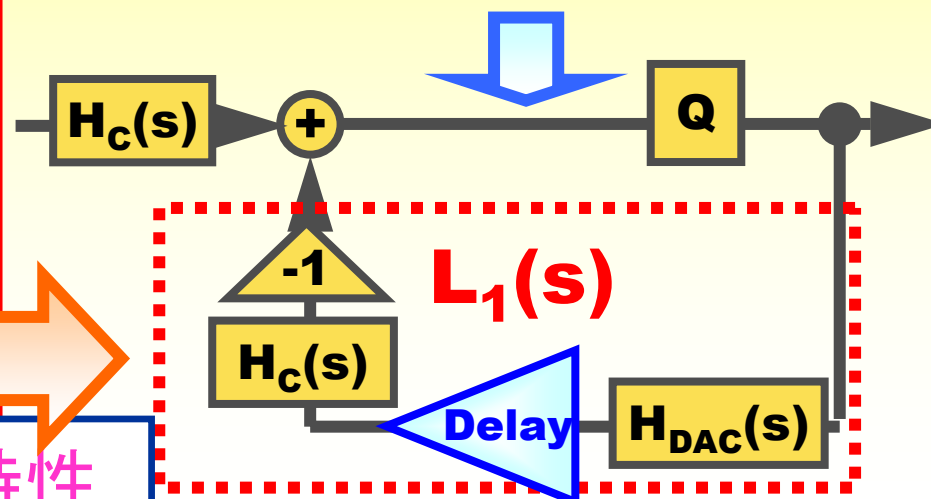
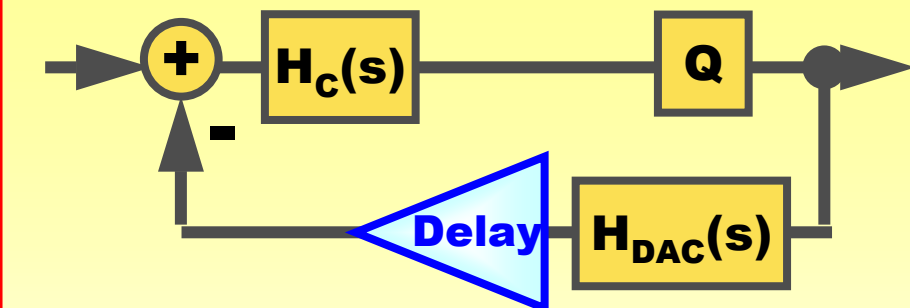
## ■ ループ遅延⇒L1の特性に影響

– NTFの特性⇒不安定

理想的なCTΔΣ



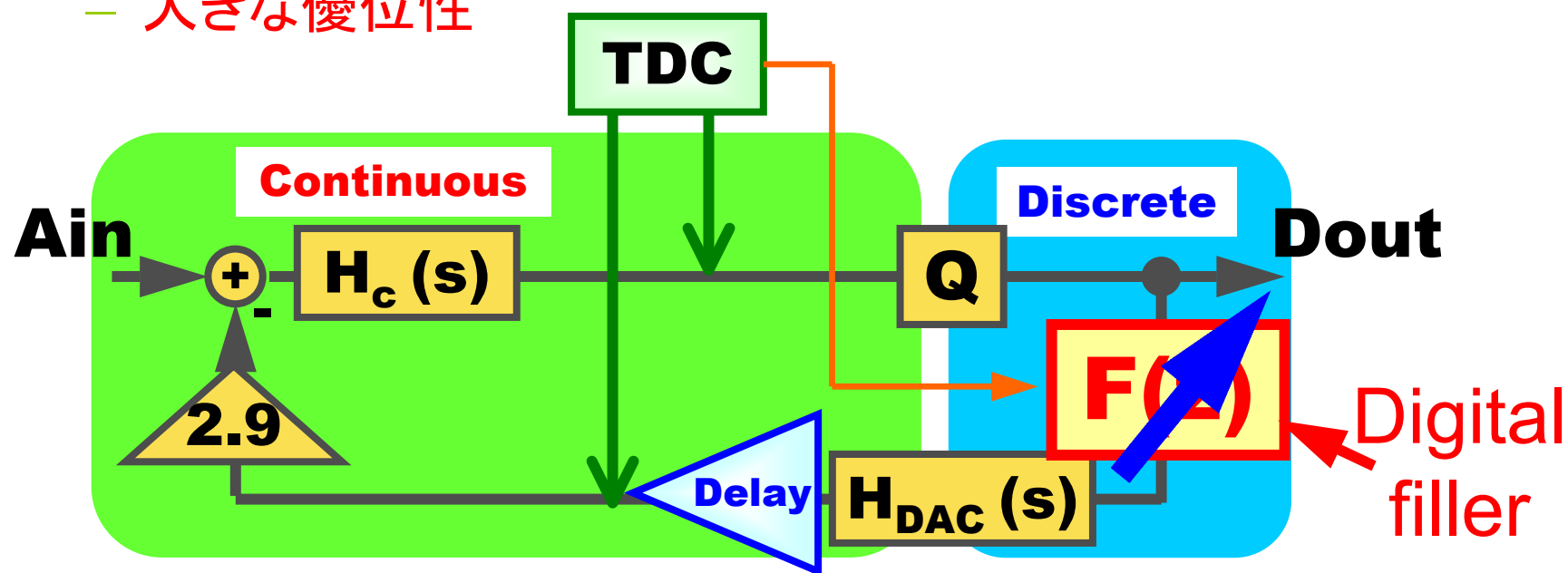
ループ遅延があるCTΔΣ



異なる特性

## デジタルフィルタを用いた補償

- TDCを用いてループ遅延をリアルタイムに測定
  - デジタルフィルタの伝達関数を調整
- アナログ的な調整がない
  - 大きな優位性

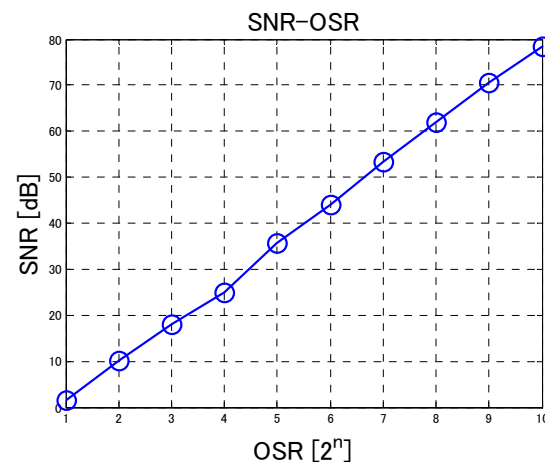
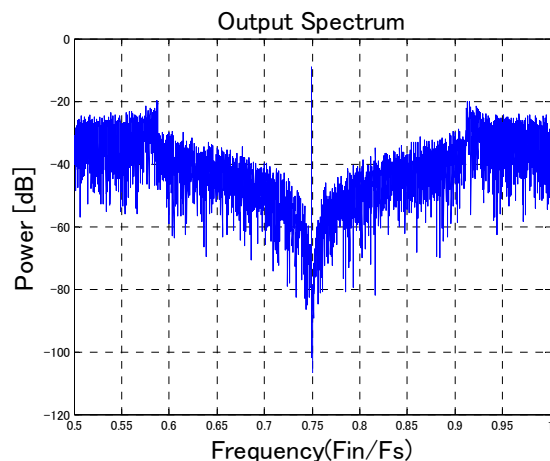
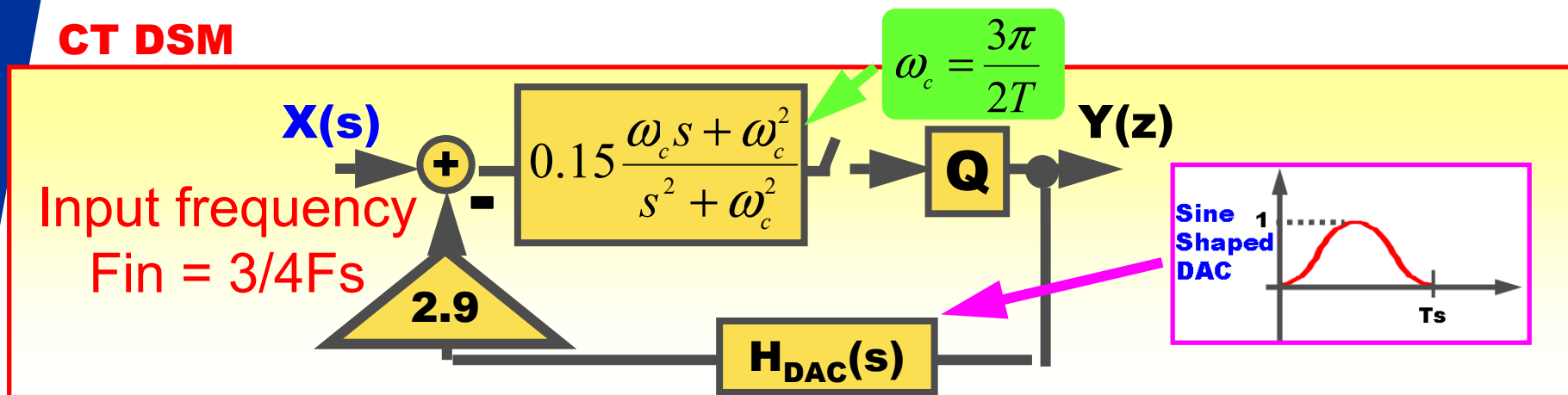


TDC: Time-to-Digital Converter

# 内部DACにSine-Shaped DACを使った1次 サブサンプリング CTBP $\Delta\Sigma$

- ループ遅延補償の効果を確認するため用いた変調器

## CT DSM

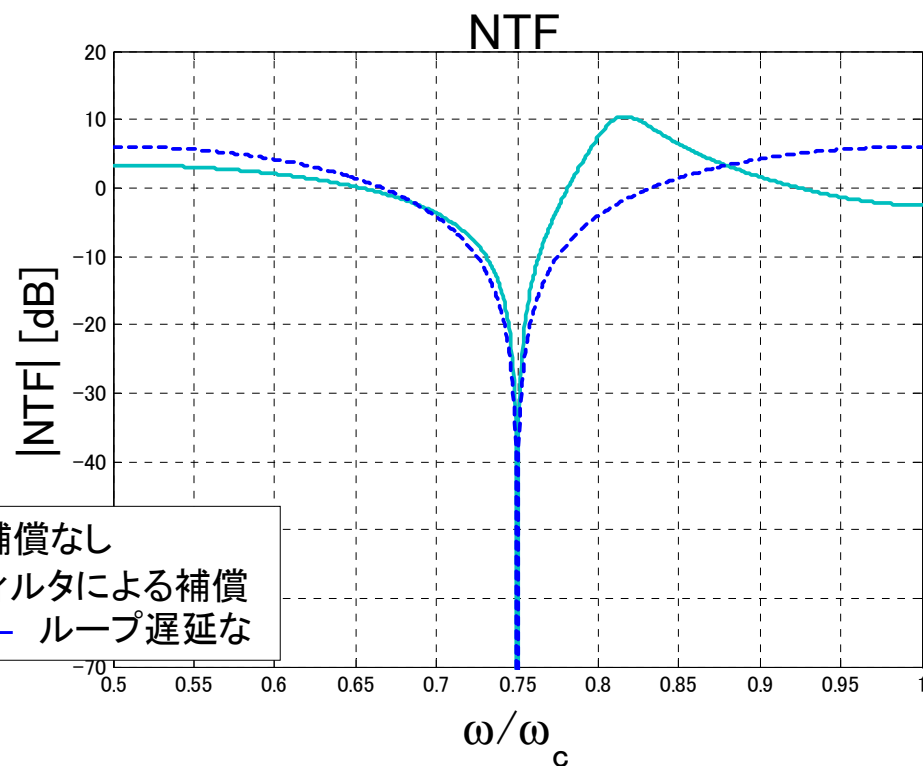
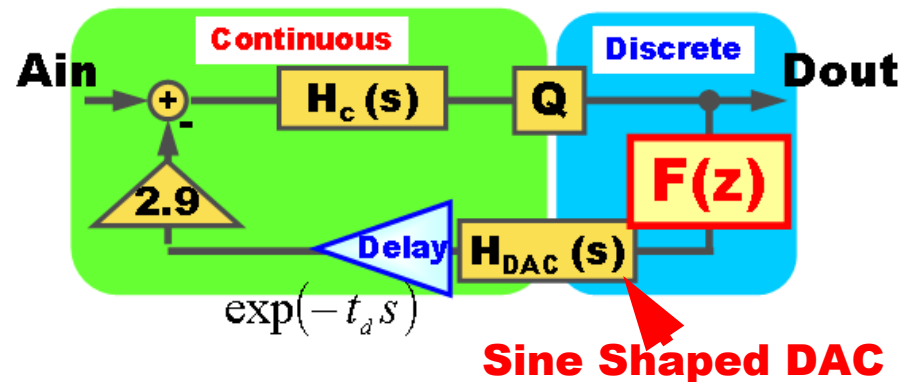
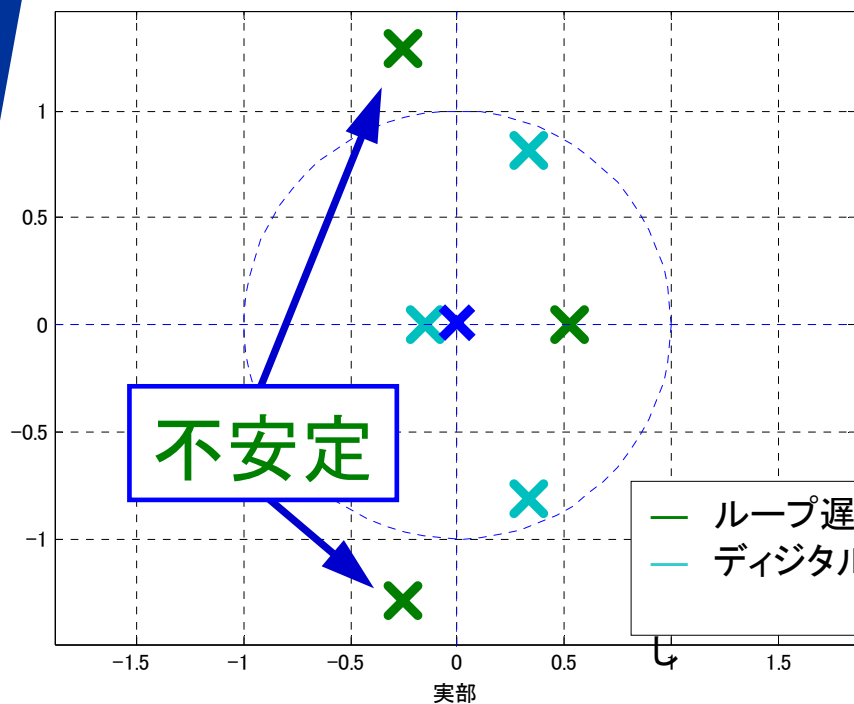


# ループ遅延がサンプリング時間の90%のNTF

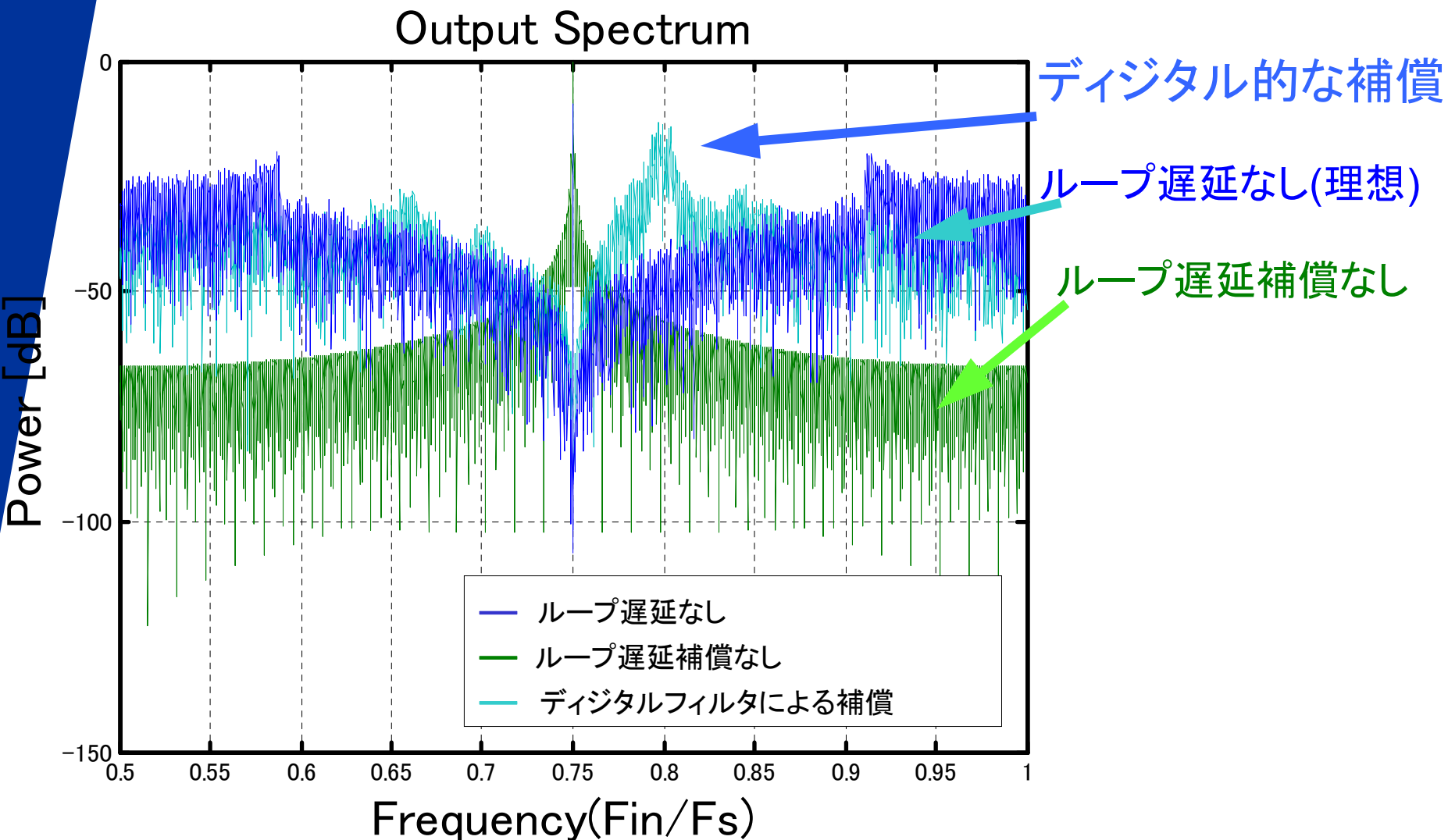
付加したデジタル  
フィルタの伝達関数

$$F(z) = \frac{-1.5z^{-1}}{-1.1z^{-1} + 2.1}$$

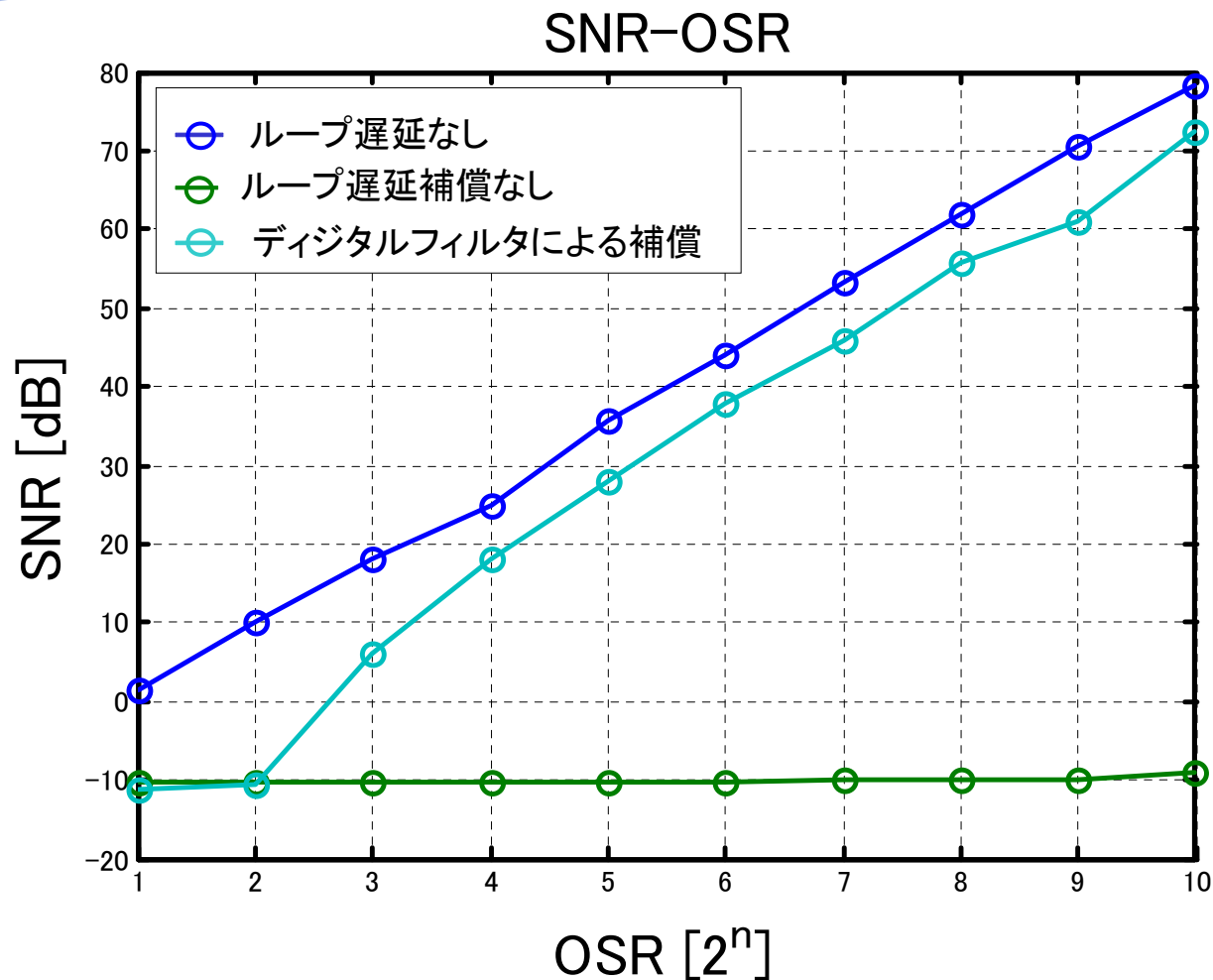
Pole of NTF



## 出力パワースペクトラム @ループ遅延=90%



## SNR-OSR @ループ遅延=90%



■ ループ遅延=90%における効果を確認



## Outline

- 研究背景と目的
- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - $\Delta \Sigma$  変調器
  - 変調器内部DAC
  - 離散時間-連続時間変換による設計
- 信号伝達関数の  
アンチエイリアシング特性の解  
析
- 内部共振器のQ値の影響
- ➔ ■ ループ遅延の補償

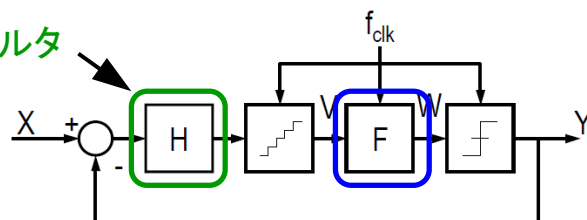
## まとめ

- RFサンプリング  $\Delta \Sigma$  AD変調器の設計
  - RF DACを用いたサブサンプリング動作のためのCT-DT変換を導出
  - 提案CT  $\Delta \Sigma$ を対応するDT  $\Delta \Sigma$ と同じ特性で設計
- 信号伝達関数のアンチエイリアシング特性の解析
  - 異なる2つの変調器トポロジで解析
- 内部共振器のQ値の影響
  - サブサンプリング動作を行うには高いQ値が必要
  - 初段のQが負, または後段のQが低い $\Rightarrow$ オーバーロードが早い
  - 後段の共振器は正で高いQを必要とする
- ループ遅延の補償によるAD変換の精度の改善
  - ループ遅延のリアルタイム補償法を提案
  - ループ遅延が90%でも効果があることを確認

# 今後の課題

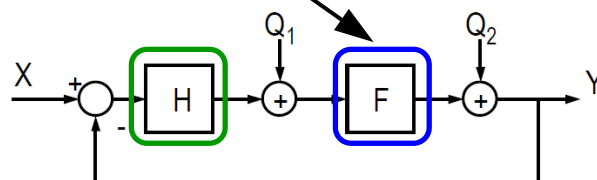
- サブサンプリング動作は高いQが必要...
  - タイムインターリーブの検討
- 後段の共振器には高いQが必要...
  - 初段⇒連続時間フィルタ, 後段⇒デジタルフィルタの $\Delta\Sigma$ 変調器構成[\*]の検討

連続時間フィルタ



$$Y = \frac{HF}{1+HF} X + \frac{F}{1+HF} Q_1 + \frac{1}{1+HF} Q_2$$

デジタルフィルタ



$$\Rightarrow Y \approx X + \frac{1}{H} Q_1 + \frac{1}{HF} Q_2$$

[\*] Robert H.M. van Veldhoven, Robert Rutten, Lucien J. Breems, “An Inverter-Based Hybrid  $\Sigma\Delta$  Modulator”, *ISSCC Digest of Technical Papers*, pp.492-493, 630 (Feb.2008).



# Appendix

# 参考文献

## 参考文献

- [1] J. Engelen, R. V. D. Plassche, “Bandpass Sigma Delta Modulators,” Kluwer Academic Publishers (1995).
- [2] F. Munoz, et. al., “A 4.7mW 89.5dB DR CT Complex  $\Delta \Sigma$  ADC with Built-in LPF,” *ISSCC Digest of Technical Papers*, vol.47, pp.500-501 (Feb.2004).
- [3] U. V. Kack, et. al., “Direct RF Sampling Continuous-Time Bandpass  $\Delta \Sigma$  AD Converter Design for 3G Wireless Applications,” Proc. of IEEE ISCAS, Vancouver, Canada, (May 2004).
- [4] R. Schreier, et.al., “A 375-mW Quadrature Bandpass  $\Delta \Sigma$  ADC With 8.5-MHz BW and 90-dB DR at 44 MHz,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.41, pp.2632-2639 (Dec. 2006).

## 参考文献

- M. Uemori, et.al., “ High-Speed Continuous-Time Subsampling Bandpass  $\Delta \Sigma$  AD Modulator Architecture,” *IEICE Trans. Fundamentals*, E89-A, no.4 (April 2006).
- [6] S. Luschs, et. al., ”Radio Frequency Digital-to-Analog Converter,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.39, no.9, pp.1462-1467 (Sept. 2004).
- [7] O. Shoaie, “Continuous-Time Delta-Sigma A/D Converters for High Speed Applications”, Ph.D. Dessertation, Carleton University (1995).
- [8] 清水一也他, 「タイムデジタイザを用いた非同期サンプリングAD変換器と信号処理」, 電子情報通信学会 第19回回路とシステム(軽井沢)ワークショップ(2006年4月).

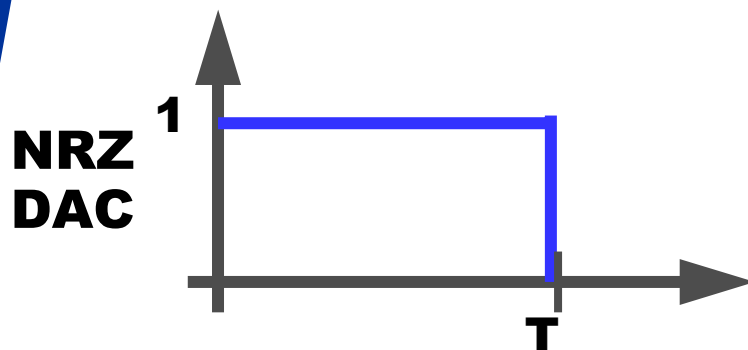


# 参考文献

- R. Schreier, G. C. Temes, *Understanding Delta-Sigma Data Converters*. Wiley-IEEE Press (Nov. 2004).
- [10] E.I.Jury, サンプル値制御, 丸善(1962).
- [11] E. I. Jury “Additions to the Modified z-Transform Method,” *I.R.E. Wescom Convention Record*, Part IV, pp. 135-156 (Aug. 1957).

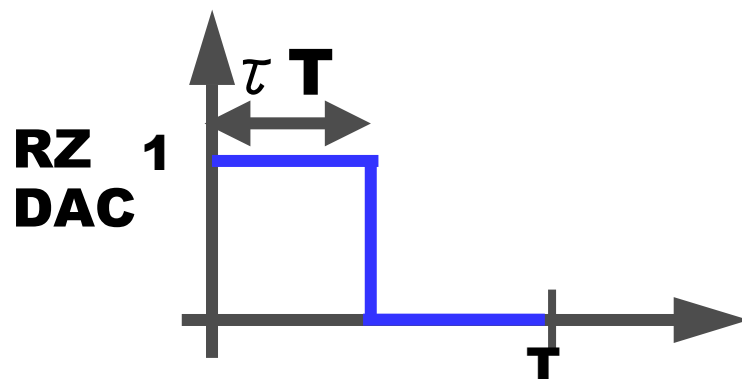
# DACの ラプラス変換と動作

# 従来の内部DAC



$$H_{DAC\_NRZ}(t) = 1 \quad (0 \leq t \leq T)$$

$$H_{DAC\_NRZ}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

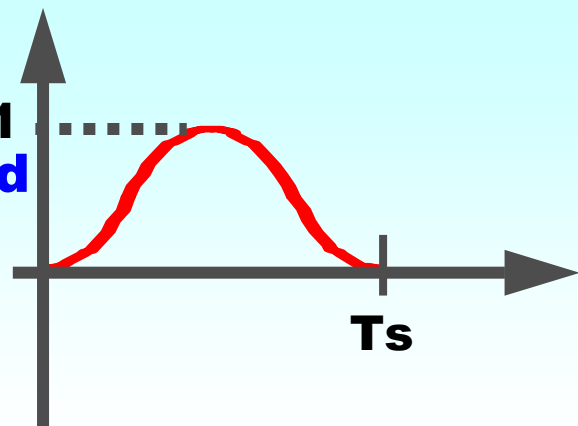


$$H_{DAC\_NRZ}(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq \tau T) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$H_{DAC\_RZ}(s) = \frac{1 - e^{-s\tau T}}{s}$$

# ジッタの影響小の内部DAC

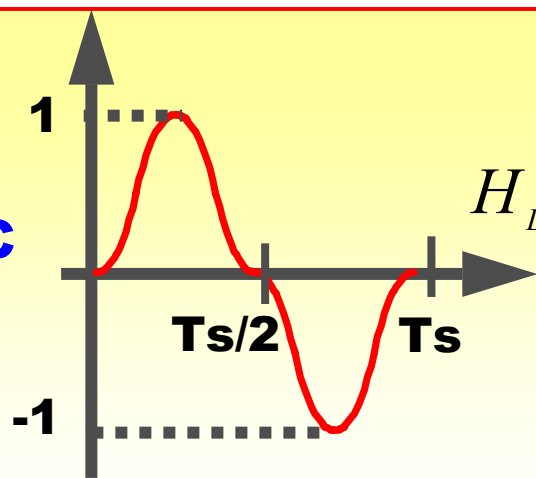
Sine  
Shaped  
DAC



$$H_{DAC\_Sine}(t) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\omega t))$$

$$H_{DAC\_Sine}(s) = \frac{1}{2}(1 - e^{-sT_s}) \frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$$

RF  
DAC

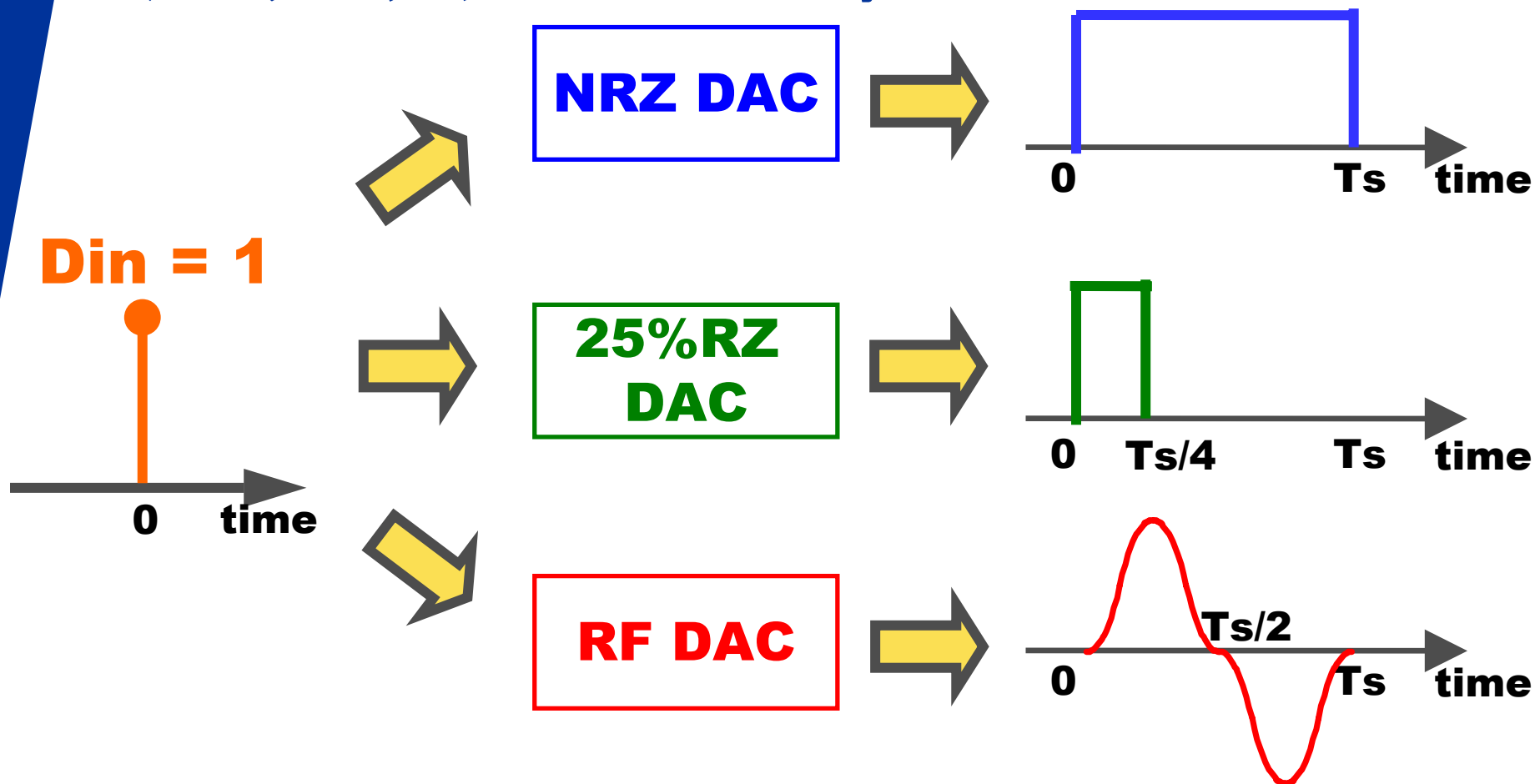


$$H_{DAC\_RF}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)) & \cdots (0 \leq t \leq Ts/2) \\ -\frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)) & \cdots (Ts/2 \leq t \leq Ts) \end{cases}$$

$$H_{DAC\_RF}(s) = \frac{1}{2} \left( 1 - e^{-s\frac{1}{2}T_s} \right)^2 \left( \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + 4\omega^2} \right)$$

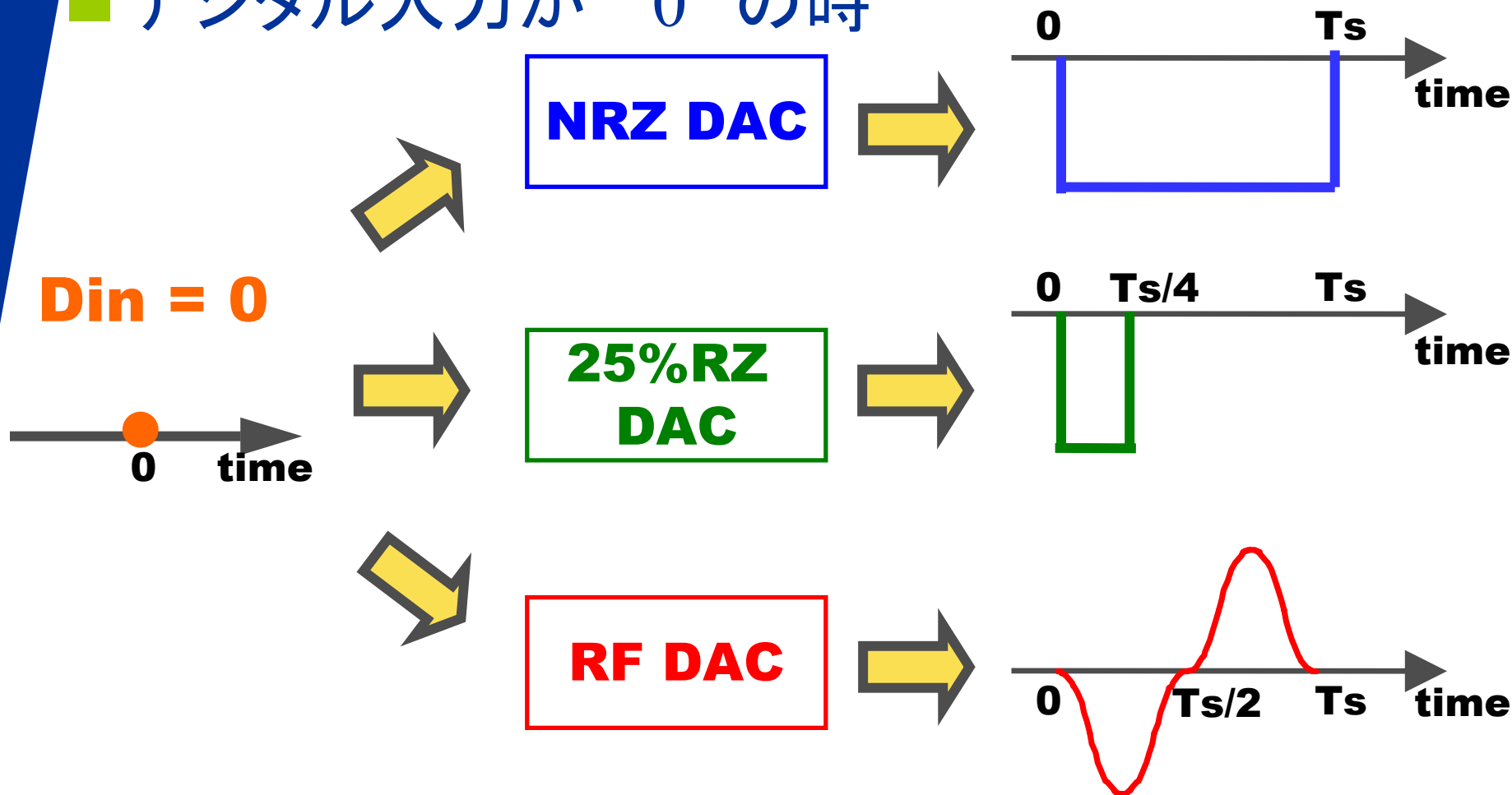
# 内部DACの動作(1)

## ■ デジタル入力が“1”の時



# 内部DACの動作(2)

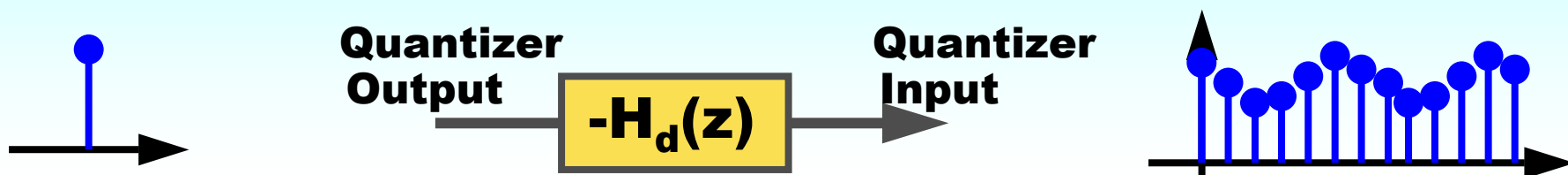
## ■ デジタル入力が“0”の時



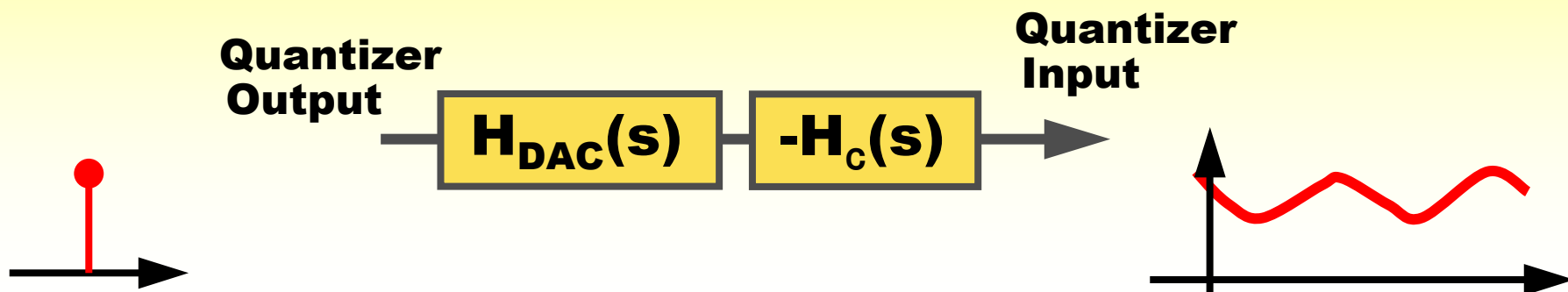
# CT-DT変換の詳細

# のインパルス応答

**DT  $\Delta\Sigma$  :**  $G_d(z) = -H_d(z)$



**CT  $\Delta\Sigma$  :**  $G_c(z) = -Z[H_c(s) \cdot H_{DAC}(s)]$





## 伝達関数の場合のCT-DT変換

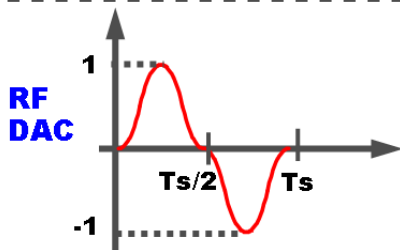
$$g(nT) \equiv L^{-1} \left[ \underbrace{H_{RF}(s)H_c(s)}_{L_1(s)} \right]_{t=nT}$$

$$g(nT) = [h_{RF}(t) * h_c(t)]_{t=nT} = \frac{8\pi^2 \left( 1 - e^{-\frac{1}{2}s_k T} \right)^2 e^{s_k nT}}{s_k (s_k^2 T^2 + 16\pi^2)}$$

$H_{RF}(s)$ のインパルス応答

$H_c(s)$ のインパルス応答

•  $H_{RF}(s)$ のインパルス応答 →



$$H_{RF}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)) & 0 \leq t \leq T/2 \\ -\frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)) & T/2 \leq t \leq T \end{cases}$$

•  $H_c(s)$ ; 1次の伝達関数

$$H_c(s) = \frac{1}{s - s_k}$$

•  $H_c(s)$ のインパルス応答

$$h_c(t) = \exp(s_k t) u(t)$$

## 1次、2次の伝達関数の場合のCT-DT変換式

### ■ 1次の伝達関数の場合

$$\frac{z^{-1}}{1 - e^{s_k T} z^{-1}} \Leftrightarrow \frac{s_k (s_k^2 T^2 + 16\pi^2)}{8\pi^2 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}s_k T}\right)^2} \frac{1}{e^{s_k T} (s - s_k)}$$

### ■ 2次の伝達関数の場合

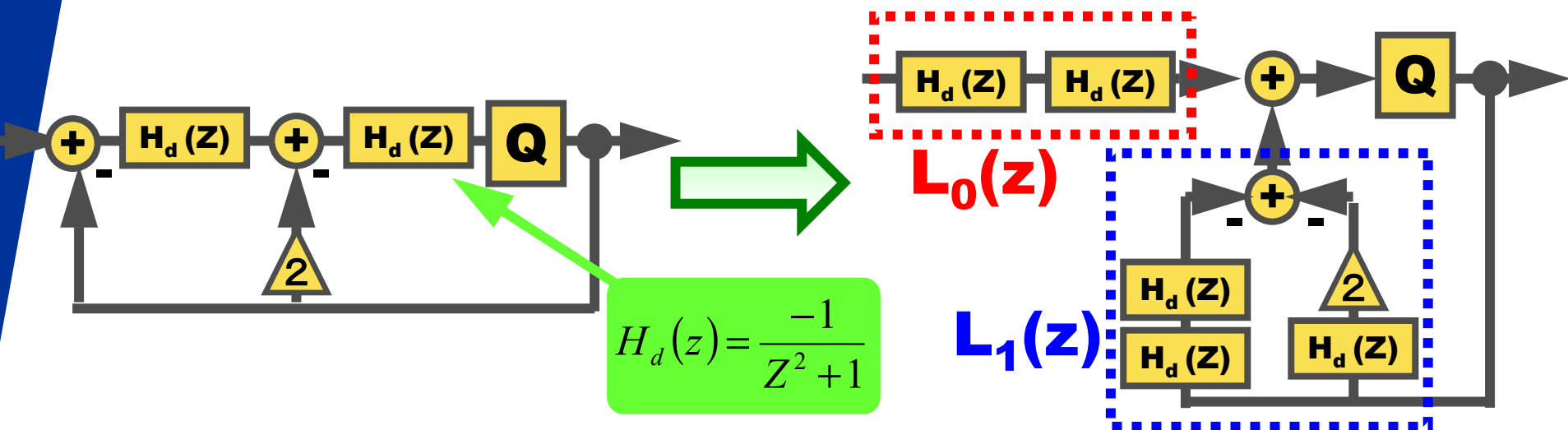
$$\frac{z^{-2}}{(1 - e^{s_k T} z^{-1})^2} \Leftrightarrow \frac{As + B}{8\pi^2 T \left(1 - e^{-s_k \frac{T}{2}}\right)^3} \frac{1}{e^{s_k T} (s - s_k)^2}$$

$$A = e^{s_k \frac{T}{2}} (s_k^3 T^3 - 3s_k^2 T^2 + 16\pi^2 s_k T - 16\pi^2) + 16\pi^2 + 3s_k^2 T^2$$

$$B = e^{s_k \frac{T}{2}} (-s_k^4 T^3 + 2s_k^3 T^2 - 16\pi^2 s_k^2 T) - 2s_k^3 T^2$$

# バンドパスDT $\Delta\Sigma \Rightarrow$ バンドパスCT $\Delta\Sigma$

- $L_1(z)$ をz-領域からs-領域に変換
  - NTF  $\Rightarrow$  DT と CT で特性が一致



$$L_1 = \frac{2z^2 + 1}{(z^2 + 1)^2} = \frac{-0.75}{z - j} + \frac{-0.25}{(z - j)^2} + \frac{0.75}{z + j} + \frac{0.25}{(z + j)^2}$$

サブサンプリングCTバンドパス $\Delta\Sigma$ 変調器■  $F_{in}=3/4F_s$ の場合

$$e^{s_k T} = \begin{cases} j & \Rightarrow s_k = -\frac{3\pi}{2T}j \\ -j & \Rightarrow s_k = \frac{3\pi}{2T}j \end{cases}$$

**z-領域**

$$L_1(z) = \frac{-0.75}{z-j} + \frac{-0.25}{(z-j)^2} + \frac{0.75}{z+j} + \frac{0.25}{(z+j)^2}$$

**s-領域**

$$L_1(s)$$

**CT-DT変換****1次の伝達関数**

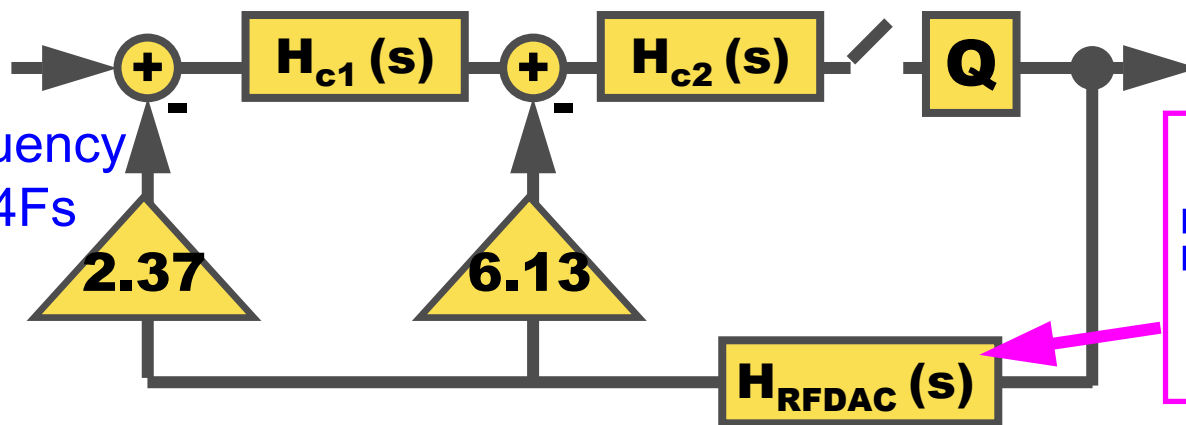
$$\frac{z^{-1}}{1-e^{s_k T} z^{-1}} \Leftrightarrow \frac{s_k (s_k^2 T^2 + 16\pi^2)}{8\pi^2 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}s_k T}\right)^2} \frac{1}{e^{s_k T} (s - s_k)}$$

**2次の伝達関数**

$$\frac{z^{-2}}{(1-e^{s_k T} z^{-1})^2} \Leftrightarrow \frac{As + B}{8\pi^2 T \left(1 - e^{-\frac{T}{2}s_k}\right)^3} \frac{1}{e^{s_k T} (s - s_k)^2}$$

# 提案サブサンプリング ドパス $\Delta\Sigma$ 変調器の構成

連続時間バン

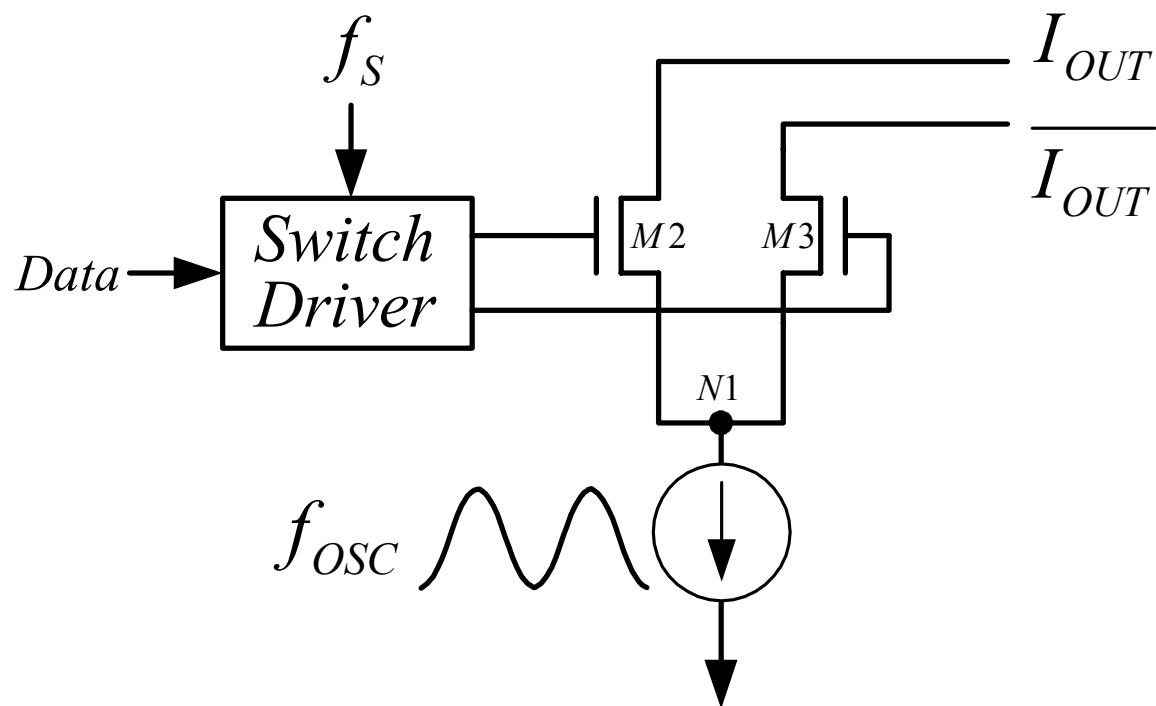


$$\frac{1}{2} \left( 1 - e^{-s \frac{1}{2} T_s} \right)^2 \left( \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + 4\omega^2} \right)$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_{c1} &= \frac{0.42\omega_c s + 0.03\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2} \\ H_{c2} &= \frac{0.07\omega_c s - 0.08\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2} \end{aligned} \right. \quad \left( \omega_c = \frac{3\pi}{2T} \right)$$

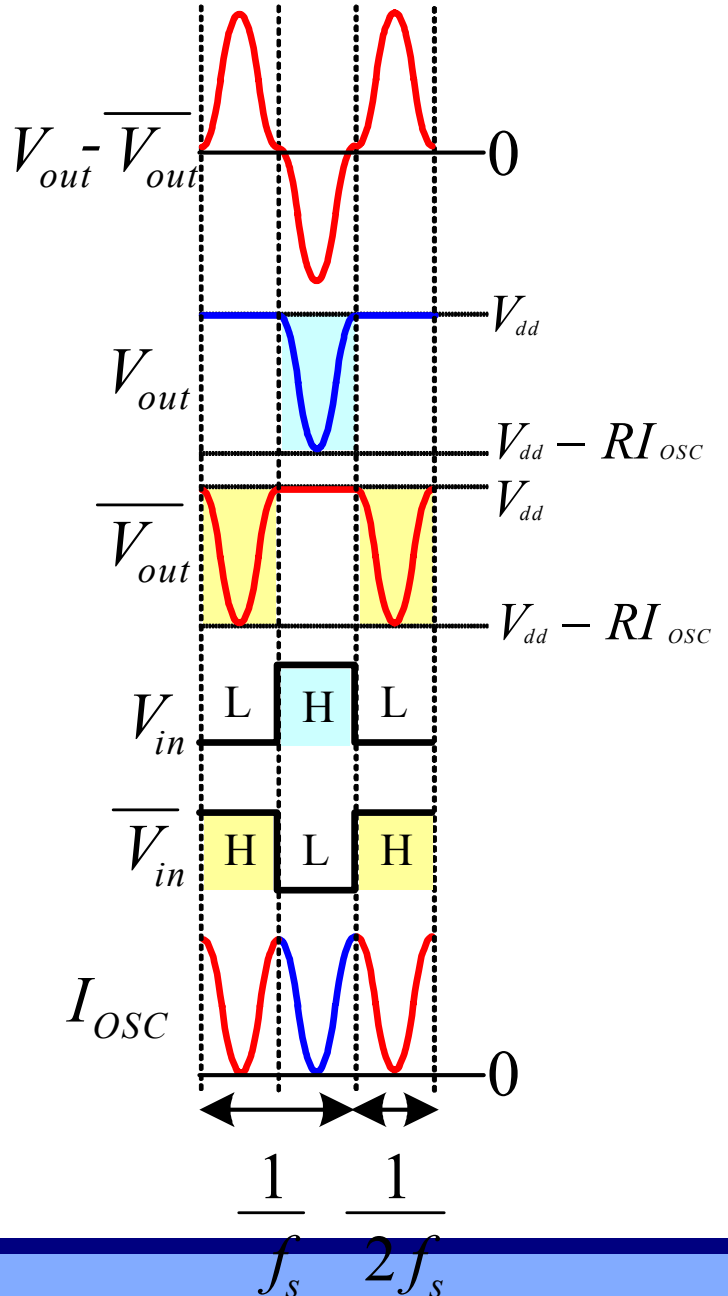
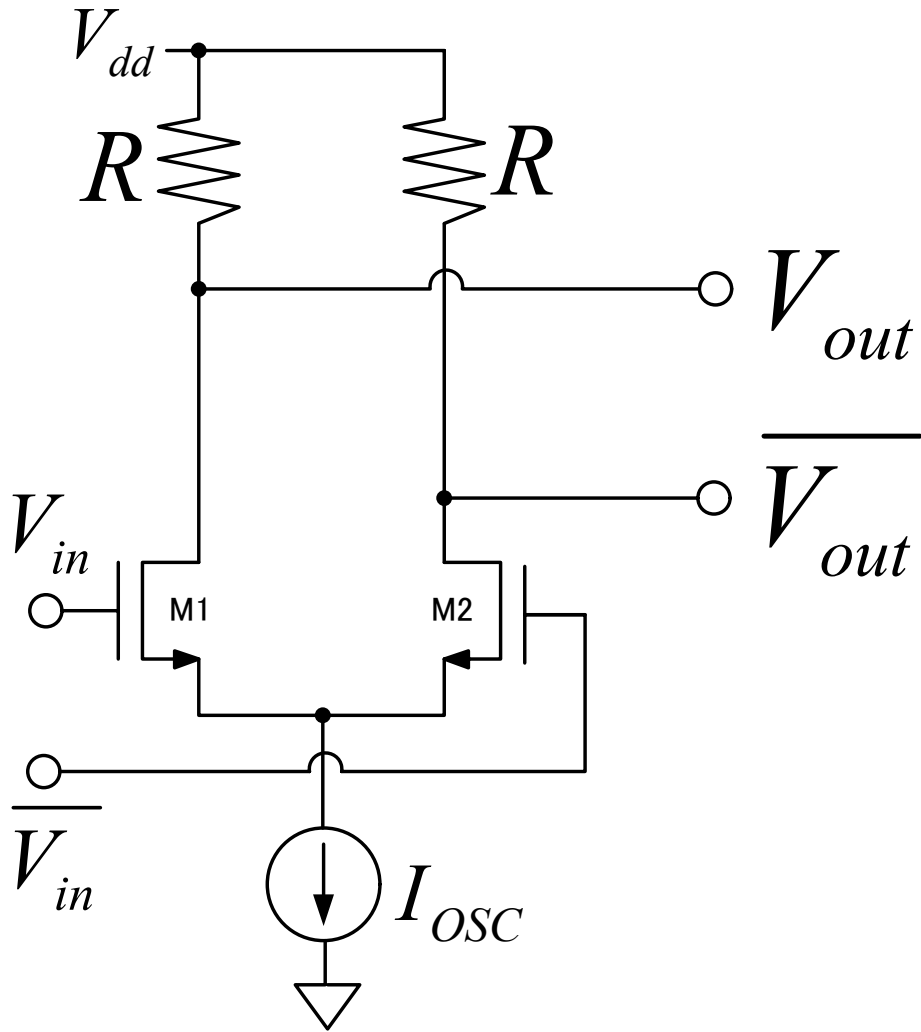
# RF DAC

# RF DACの実現回路構成



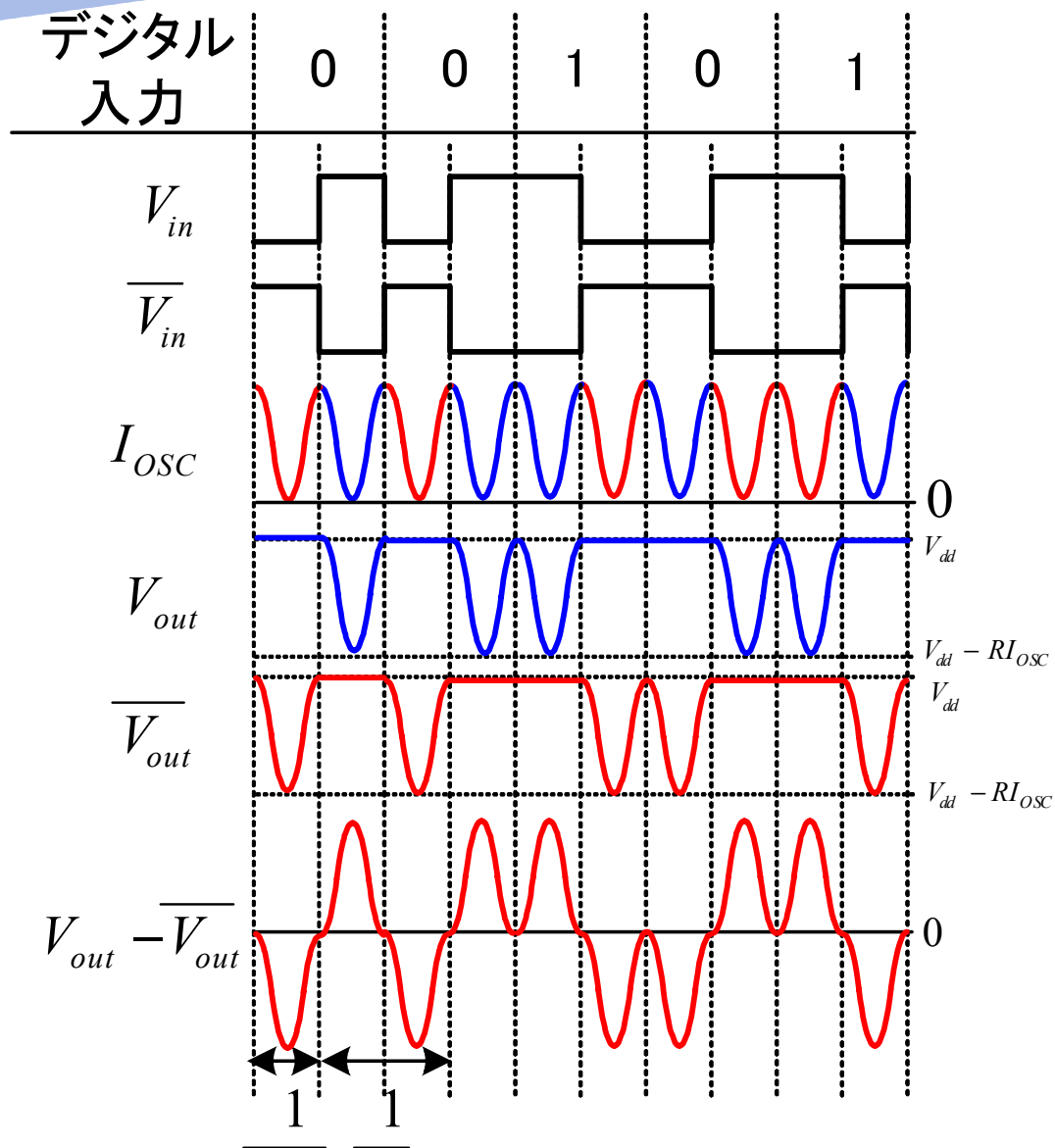
- 差動対と $\cos(2\pi(2f_s)t)$ の交流テール電流源
- 比較的簡単な回路構成で実現可能

# 1bit RF DAC 回路動作原理





# RF DACの動作原理(入出力例)



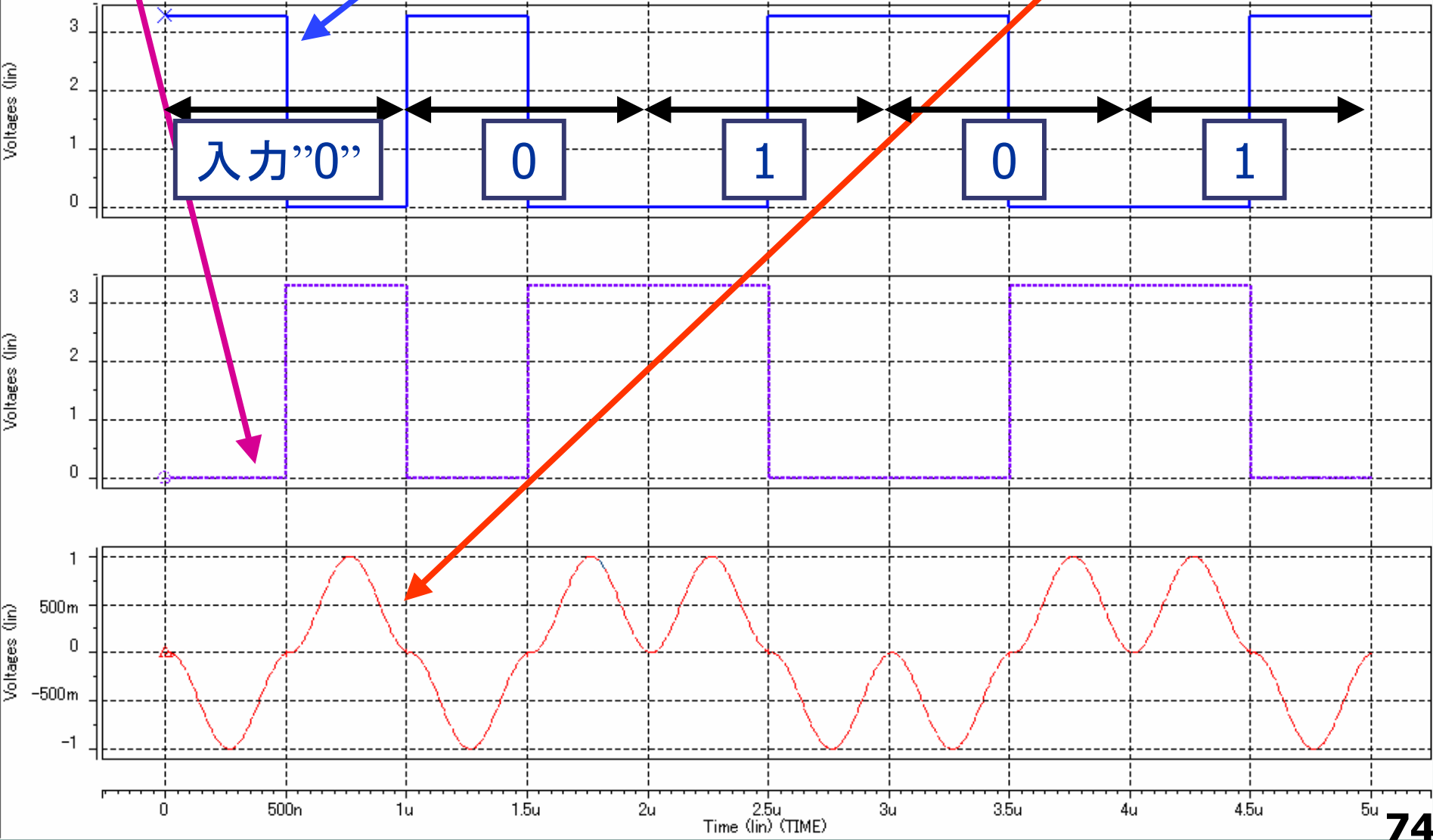
# SPICE シミュレーション結果

$V_{in}$

$\overline{V_{in}}$

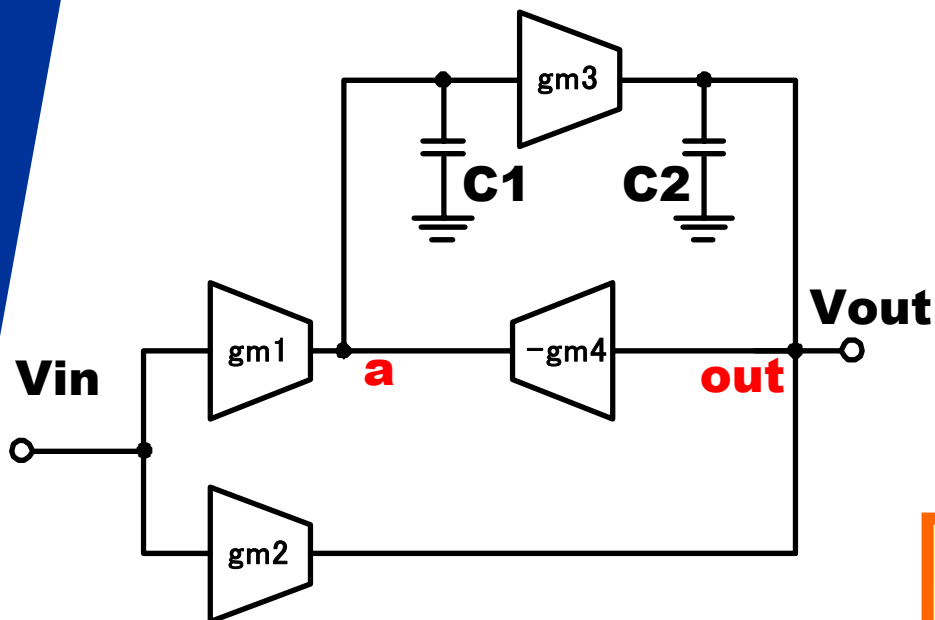
$V_{out} - \overline{V_{out}}$

\*\*\*\*\*rfdac\*\*\*\*\*



# 内部フィルタの実現

# Hcの実現回路



ノード **a**、**out** のそれぞれについて  
キルヒホッフの電流則をもちいると

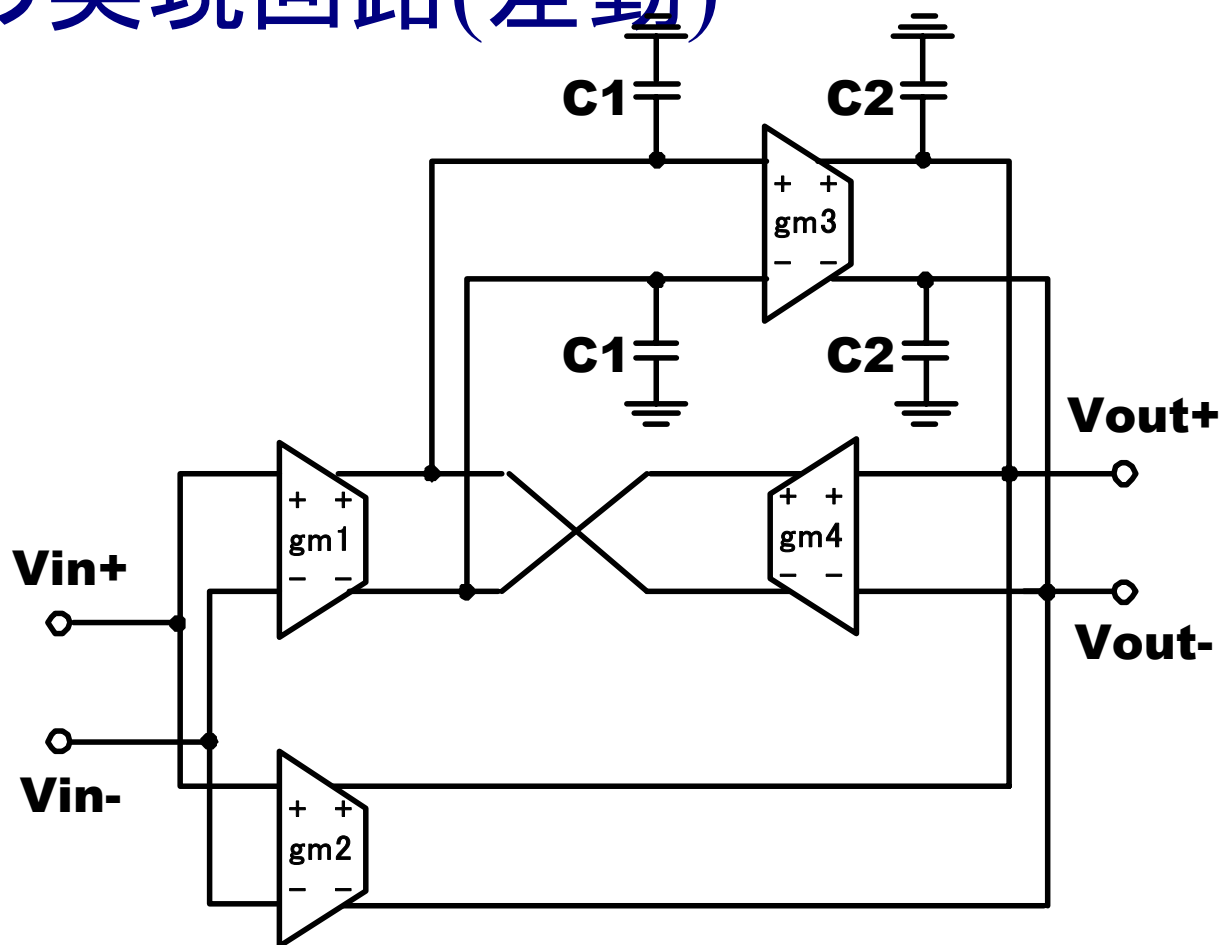
$$\begin{cases} g_{m1} V_{in} - C_1 g_{m3} V_a s - g_{m4} V_{out} = 0 \\ g_{m3} V_a + g_{m2} V_{in} - C_2 V_{out} s = 0 \end{cases}$$

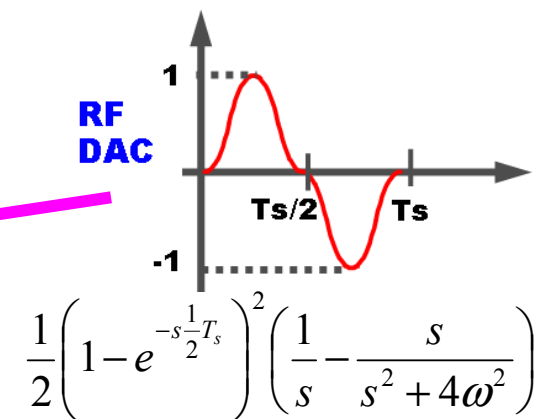
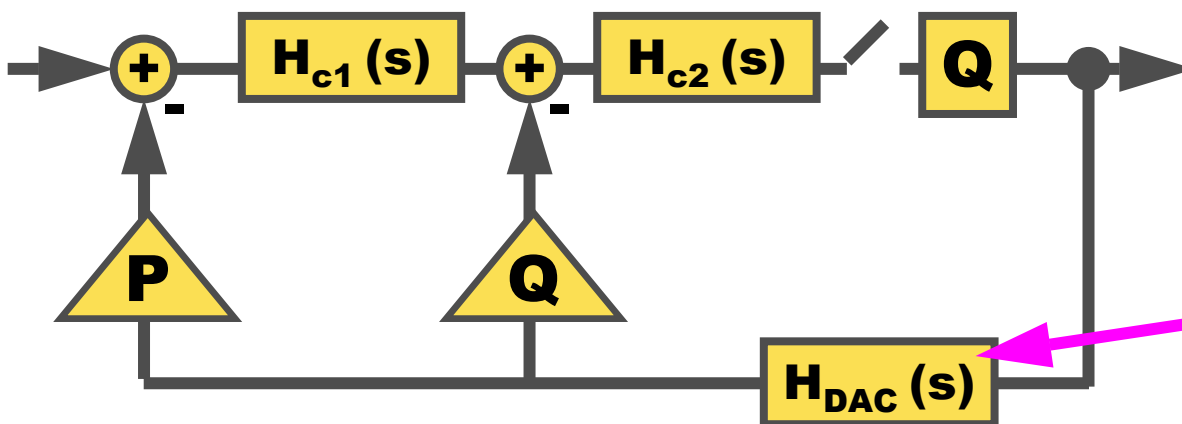
↓ 2式より **V<sub>a</sub>** を消去

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{g_{m2}}{C_2} s + \frac{g_{m1} g_{m3}}{C_1 C_2}}{s^2 + \frac{g_{m3} g_{m4}}{C_1 C_2}}$$

分母に **s** 項が無いいため **Q** が  $\infty$

# Hcの実現回路(差動)



2次 BP CT  $\triangle \Sigma$ 

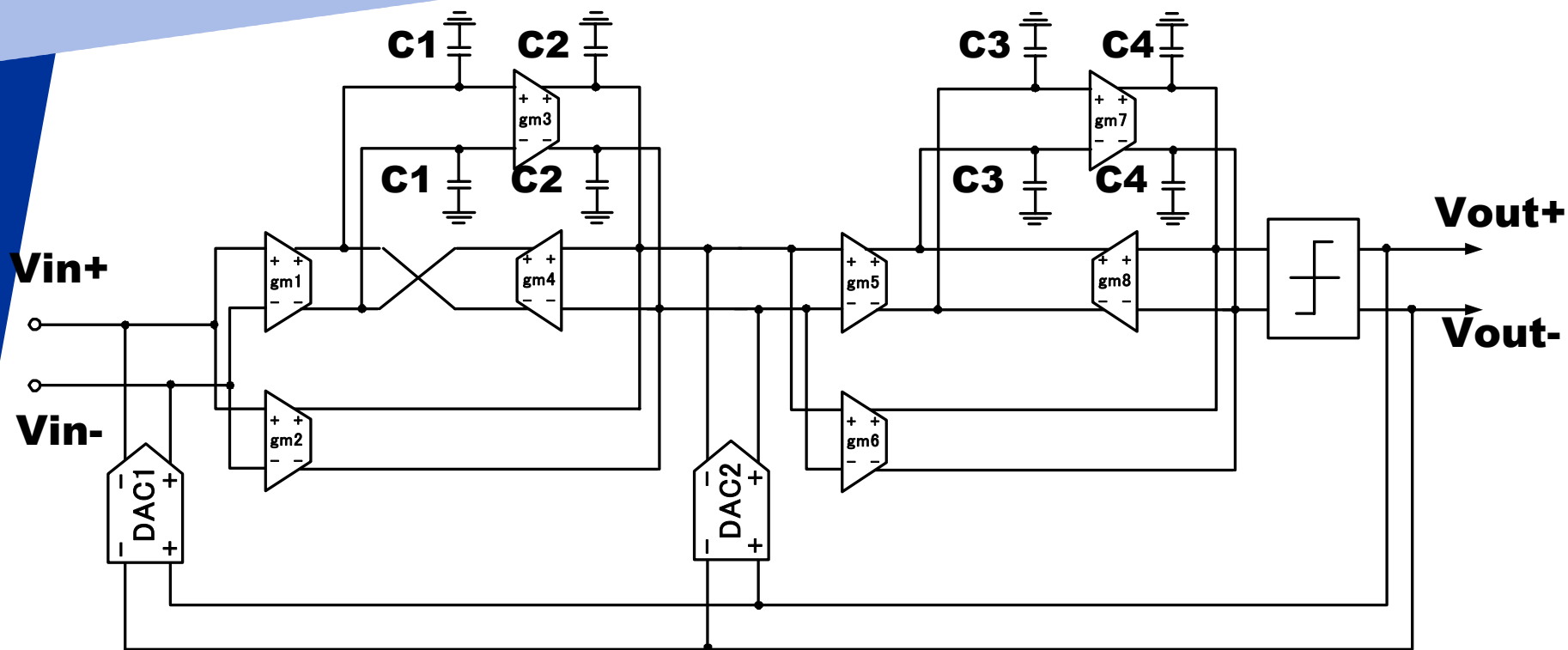
$$H_{c1} = a \frac{\omega_c s + 0.0605 \omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2}$$

$$H_{c2} = \frac{1}{aP} \frac{0.0707 \omega_c s - 0.0798 \omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2}$$

$$Q = 6.134 a P \quad \left( \text{ただし、} \omega_c = \frac{3\pi}{2T} \right)$$

※ $p, a$ は任意の定数

## 変調器全体構成



$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$$

$$g_{m3} = g_{m4} = g_{m7} = g_{m8} = g_m$$

$$\omega_c = \frac{3\pi}{2T} = \frac{g_m}{C}$$

$$g_{m1} = 0.0605ag_m, \quad g_{m5} = \frac{0.0707}{aP} g_m$$

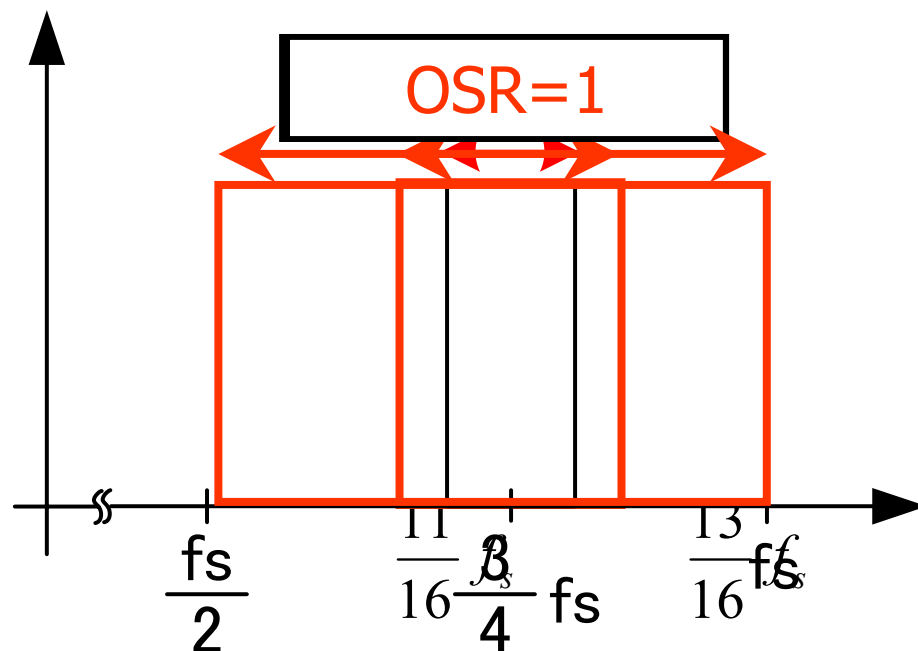
$$g_{m2} = ag_m, \quad g_{m6} = \frac{0.0798}{aP} g_m$$

※以下のスライドのMATLAB Sim.では $P=1/a=2.372$ としている

# OSR



# バンドパス $\Delta \Sigma$ AD変調器の OSR (Over Sampling Ratio)



$$OSR = \frac{f_s}{2BW}$$

OSRを上げる⇒

- 帯域は狭くなる
- 精度が上がる

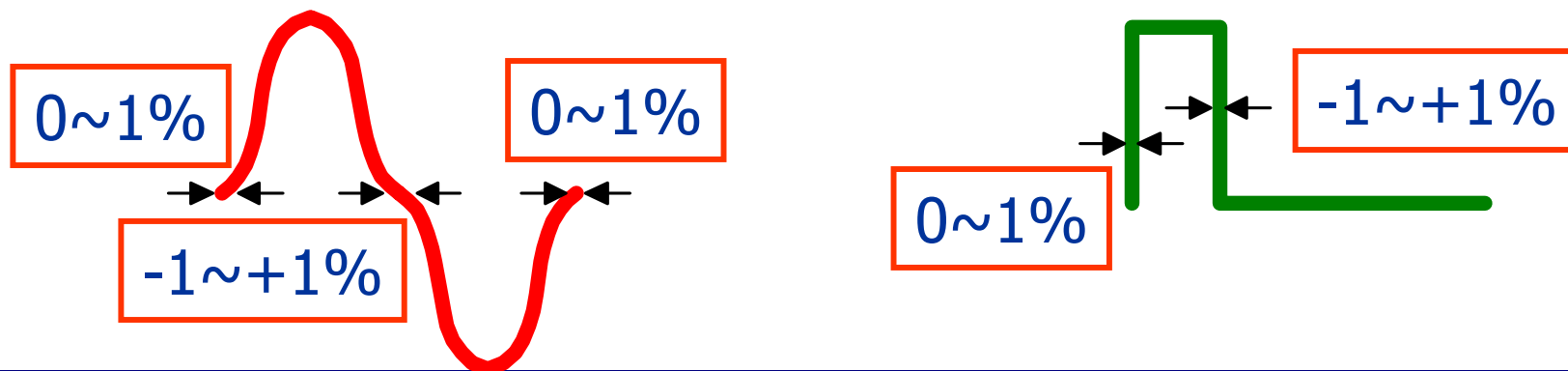
## シミュレーション条件

### ■ 連続時間バンドパス $\Delta \Sigma$ AD変調器の内部DACのCLKにジッタ

#### — 内部DACが

- パルス幅25%のRTZ DAC
- RF DAC

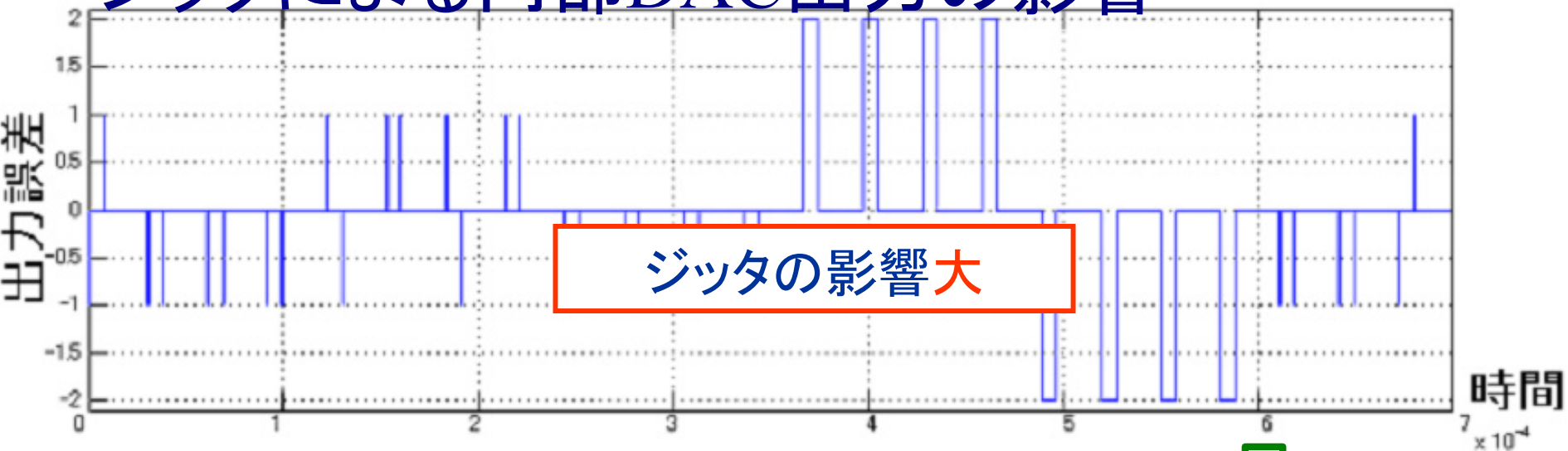
### ■ CLK周期 $1/f_s$ の $\pm 1\%$ で正規分布



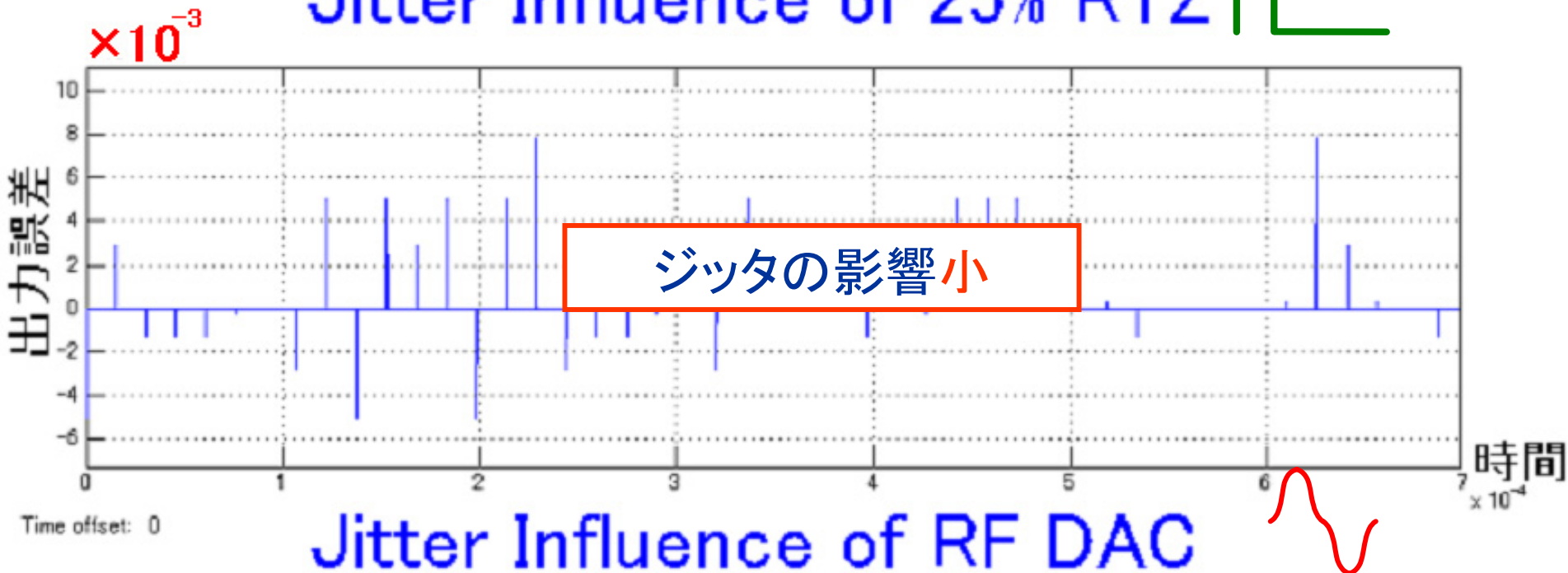
# ジッタの影響

スペクトラム、SNR

# ジッタによる内部DAC出力の影響



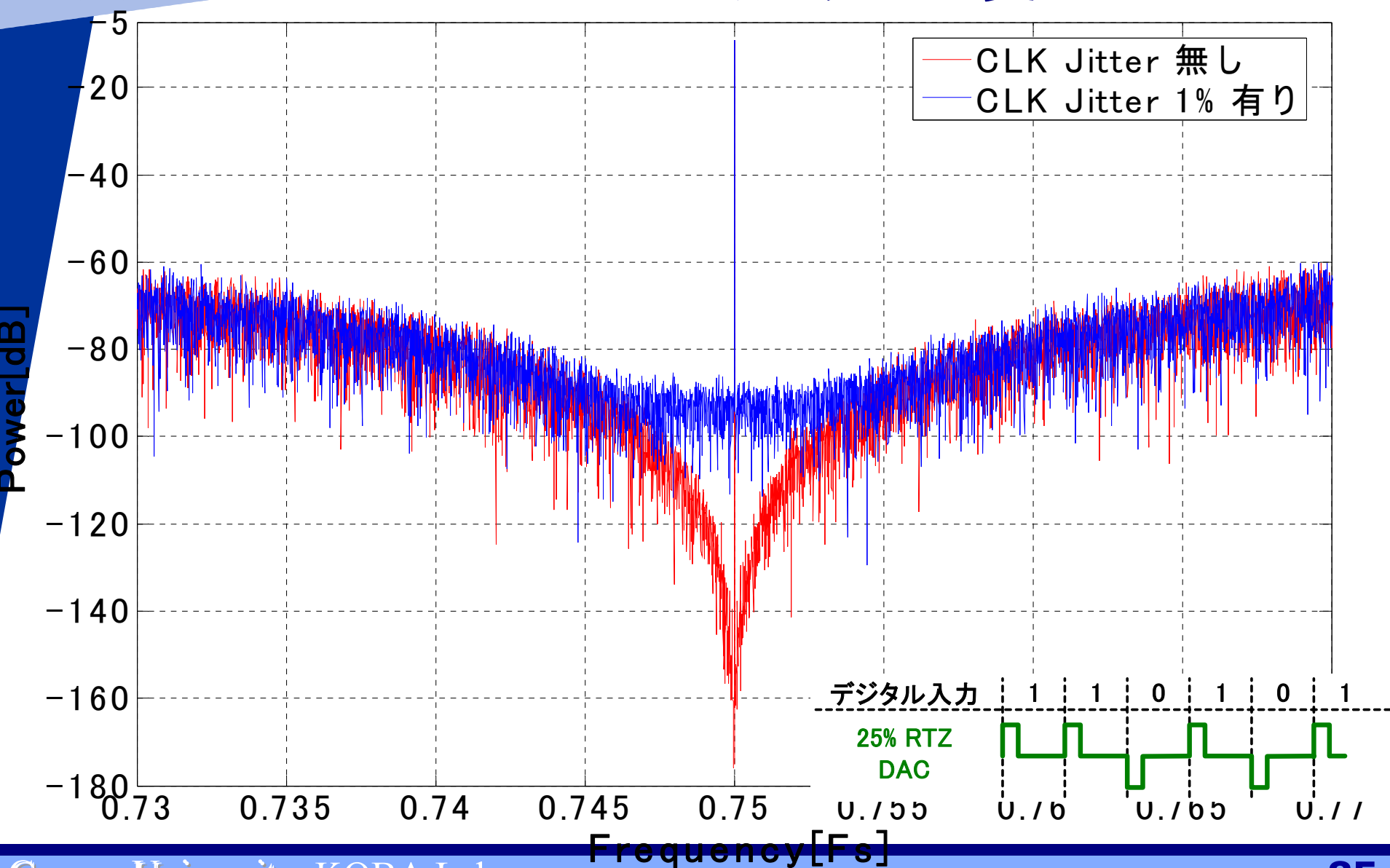
Jitter Influence of 25% RTZ 



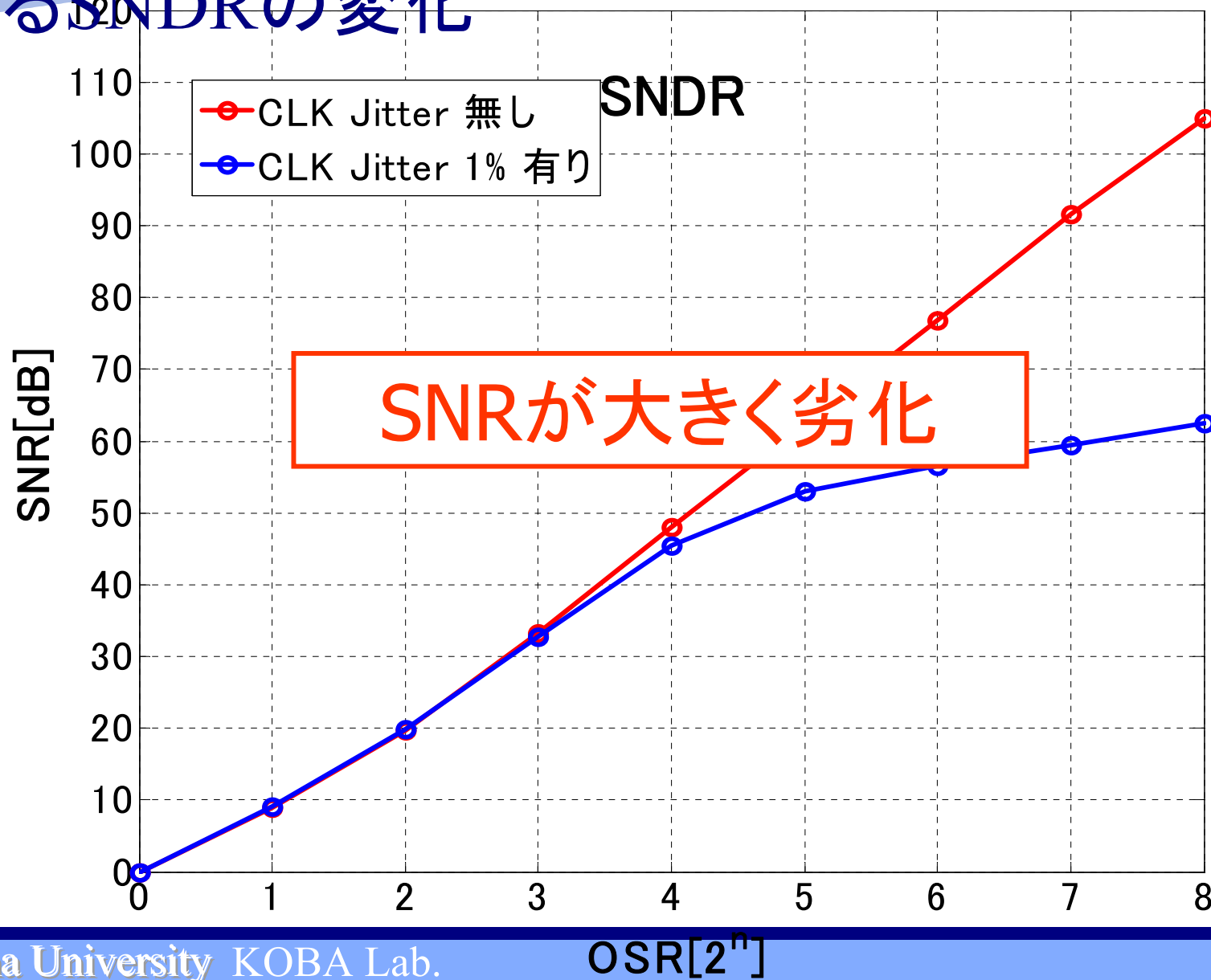
Jitter Influence of RF DAC 

25% RTZ DAC使用の  $\Delta \Sigma$  AD変調器

## ジッタによる出力パワースペクトラムの変化

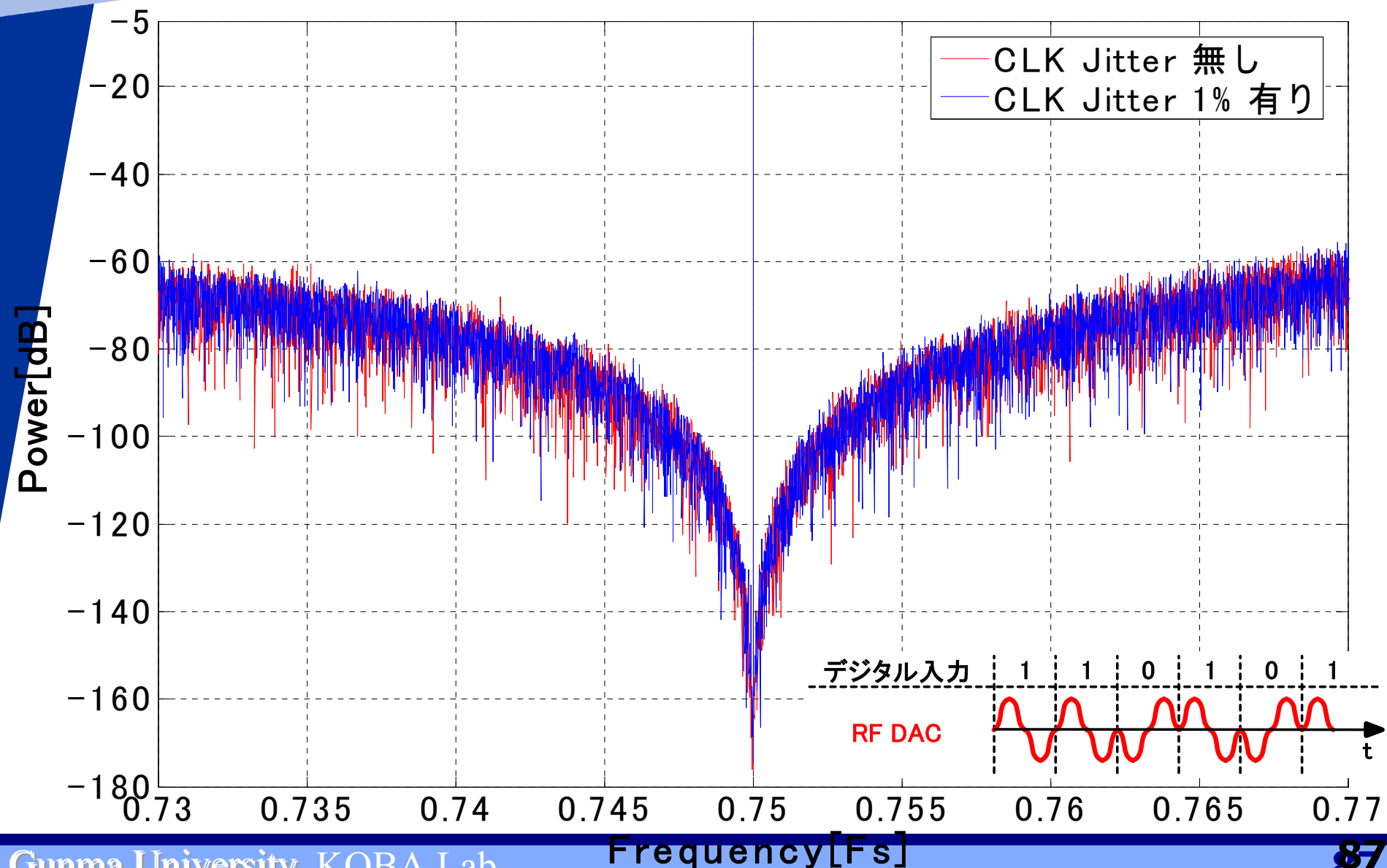


# 25% RTZ DAC使用の $\Delta \Sigma$ AD変調器ジッタによるSNDRの変化

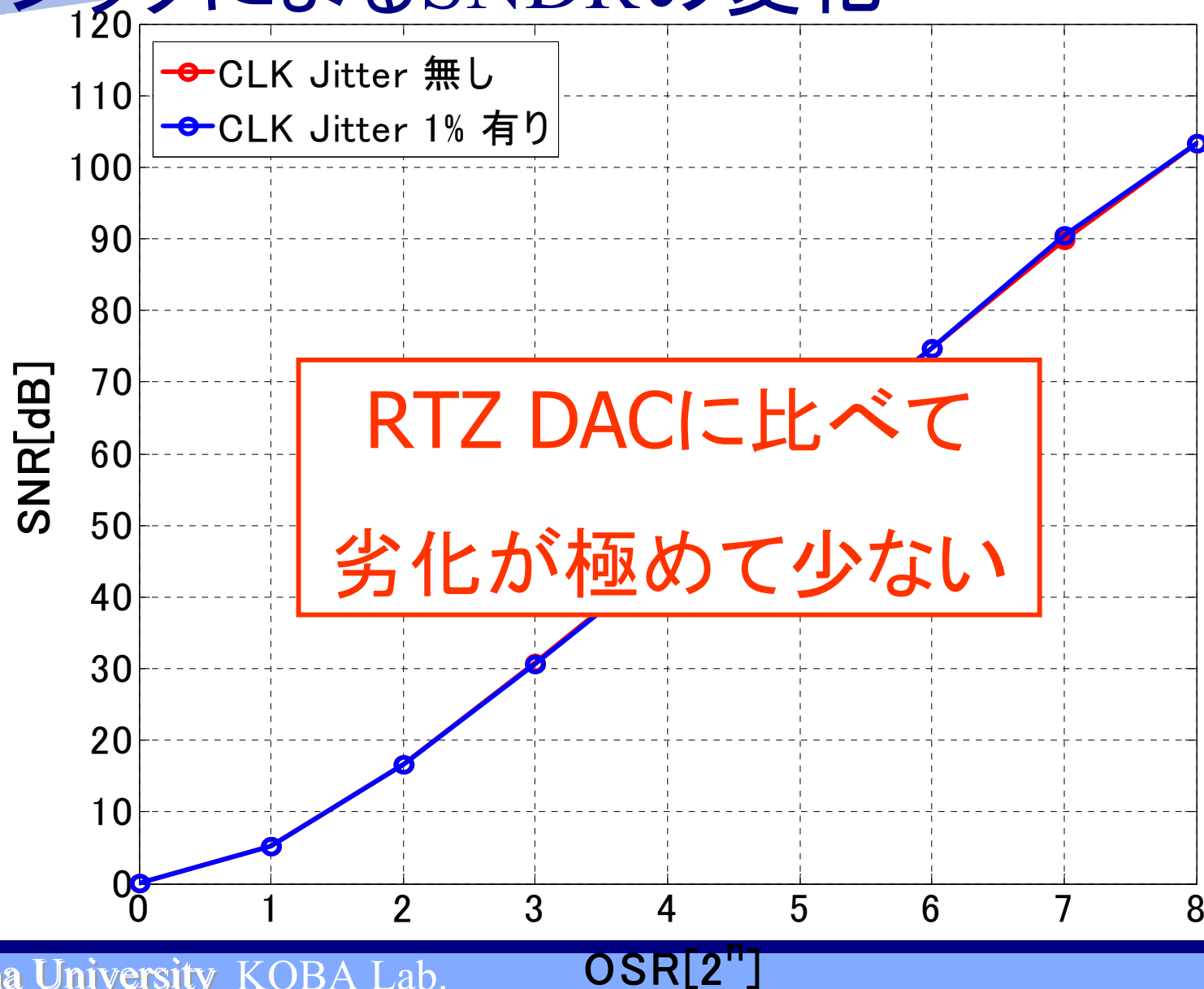


RF DAC使用の $\Delta \Sigma$  AD変調器

## ジッタによる出力パワースペクトラムの変化



# RF DAC使用の $\Delta \Sigma$ AD変調器 ジッタによるSNDRの変化

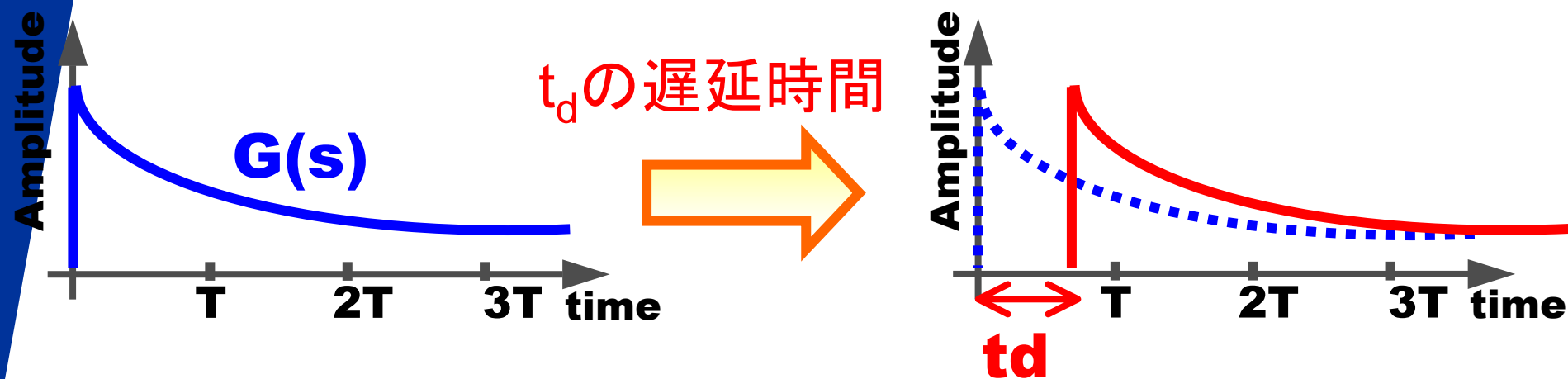




# Modified z-変換

# Modified z-変換

## ■ 遅延時間を考慮したz-変換

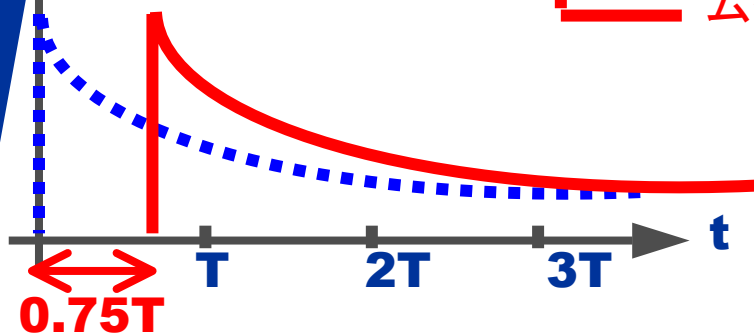


$$\begin{aligned}
 G(z) &= Z[G(s) \cdot \exp(-t_d s)] \\
 &= Z_m[G(s)]_{m=(T-t_d)/T}
 \end{aligned}$$

# Modified Z-変換を使った例題

$$H(s) = \frac{1}{s+1} e^{-s0.75T} \quad \text{の (Modified) Z-変換を考える}$$

ムダ時間



$$H(Z) = Z \left[ \frac{1}{s+1} e^{-s0.75T} \right]$$

$$= Z_m \left[ \frac{1}{s+1} \right]_{m=1-0.75}$$

**Modified Z-変換**

( $Z_m$ : Modified Z-変換の意味)

変換公式

$$\frac{1}{s+a} \iff \frac{e^{-amT}}{z - e^{-aT}}$$

$$= \frac{e^{-0.75T}}{z - e^{-T}}$$

$$= \frac{e^{-0.75}}{z - e^{-1}} = \frac{0.47}{z - 0.37}$$

# 主なModified Z-変換の公式

$$\frac{1}{s+a} \Leftrightarrow \frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}$$

$$\frac{1}{s^2} \Leftrightarrow \frac{mT}{z-1} + \frac{T}{(z-1)^2}$$

$$\frac{1}{s^3} \Leftrightarrow \frac{T^2}{2} \left[ \frac{m^2}{z-1} + \frac{2m+1}{(z-1)^2} + \frac{2}{(z-1)^3} \right]$$

$$\frac{1}{s^2 + A^2} \Leftrightarrow \frac{1}{A} \frac{z \sin mAT + \sin(1-m)AT}{z^2 - 2z \cos AT + 1}$$

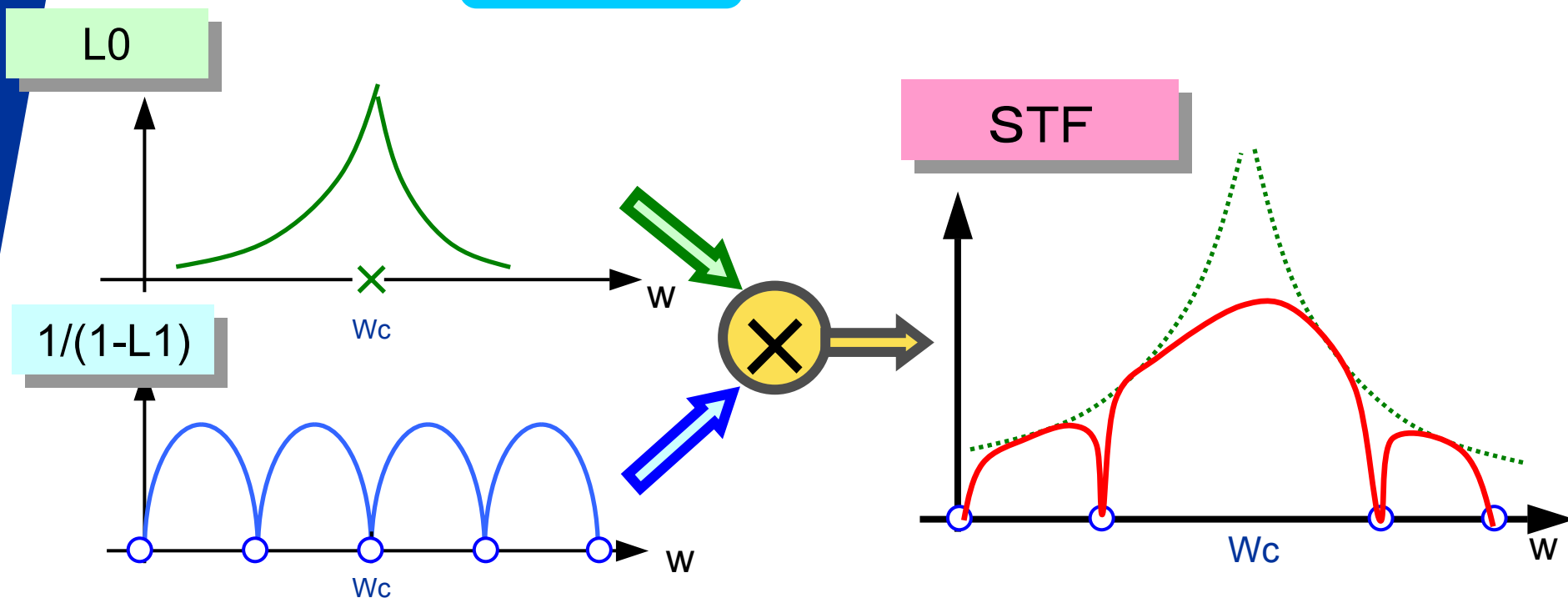
$$\frac{1}{s(s^2 + A^2)} \Leftrightarrow \frac{1}{A^2} \left\{ \frac{1}{z-1} - \frac{z \cos mAT + \cos(1-m)AT}{z^2 - 2z \cos AT + 1} \right\}$$

# STFのAAF効果の考察

# CT $\Delta \Sigma$ 変調器のSTF

$$STF = \frac{L_o(s)}{1 - L_1(z)}$$

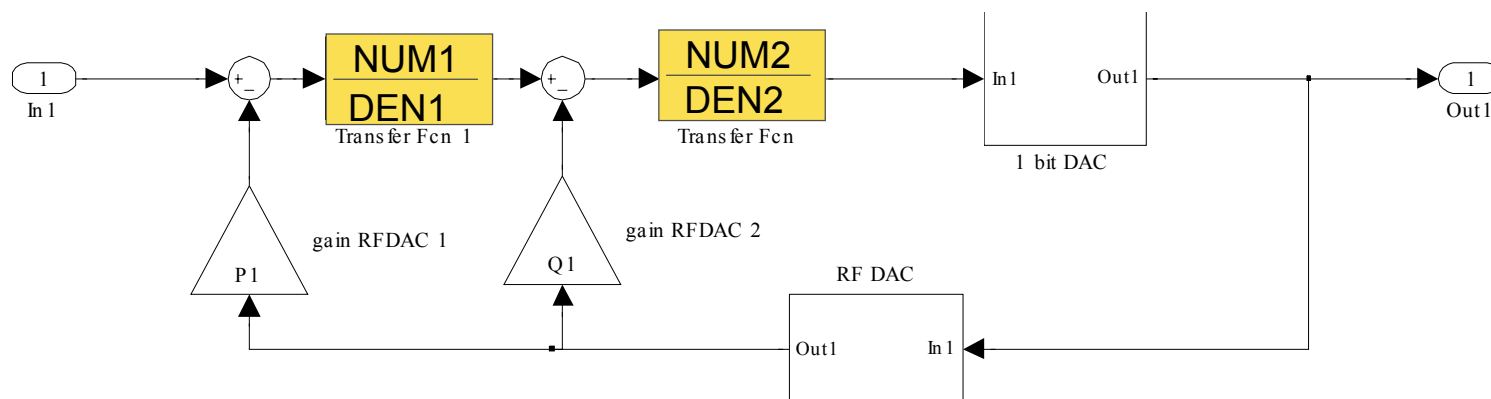
$\leftarrow$  s領域  
 $\leftarrow$  z領域



STF  $\Rightarrow$   $L_0$ の周波数特性に大きく依存

# フィードバックタイプのL0

## フィードバックタイプ(CIFB)



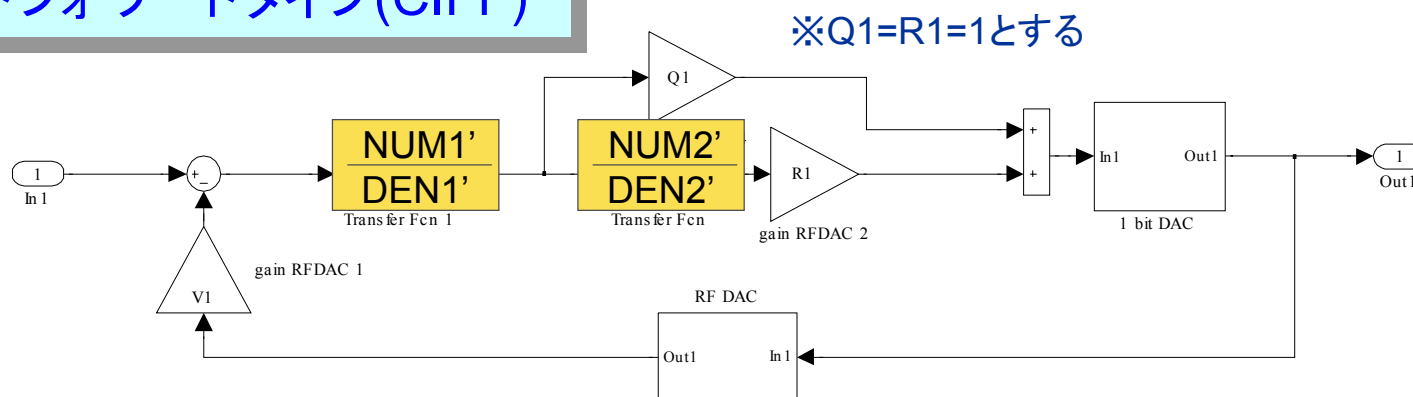
$$L_0 = \frac{NUM1}{DEN1} \cdot \frac{NUM2}{DEN2}$$

NUM; sに対する次数は1

DEN; sに対する次数は2

# フィードフォワードタイプのL0

## フィードフォワードタイプ(CIFF)



$$L_0 = \frac{NUM1}{DEN1} \left( 1 + \frac{NUM2}{DEN2} \right) = \frac{NUM1(DEN2 + NUM2)}{DEN1 \cdot DEN2}$$

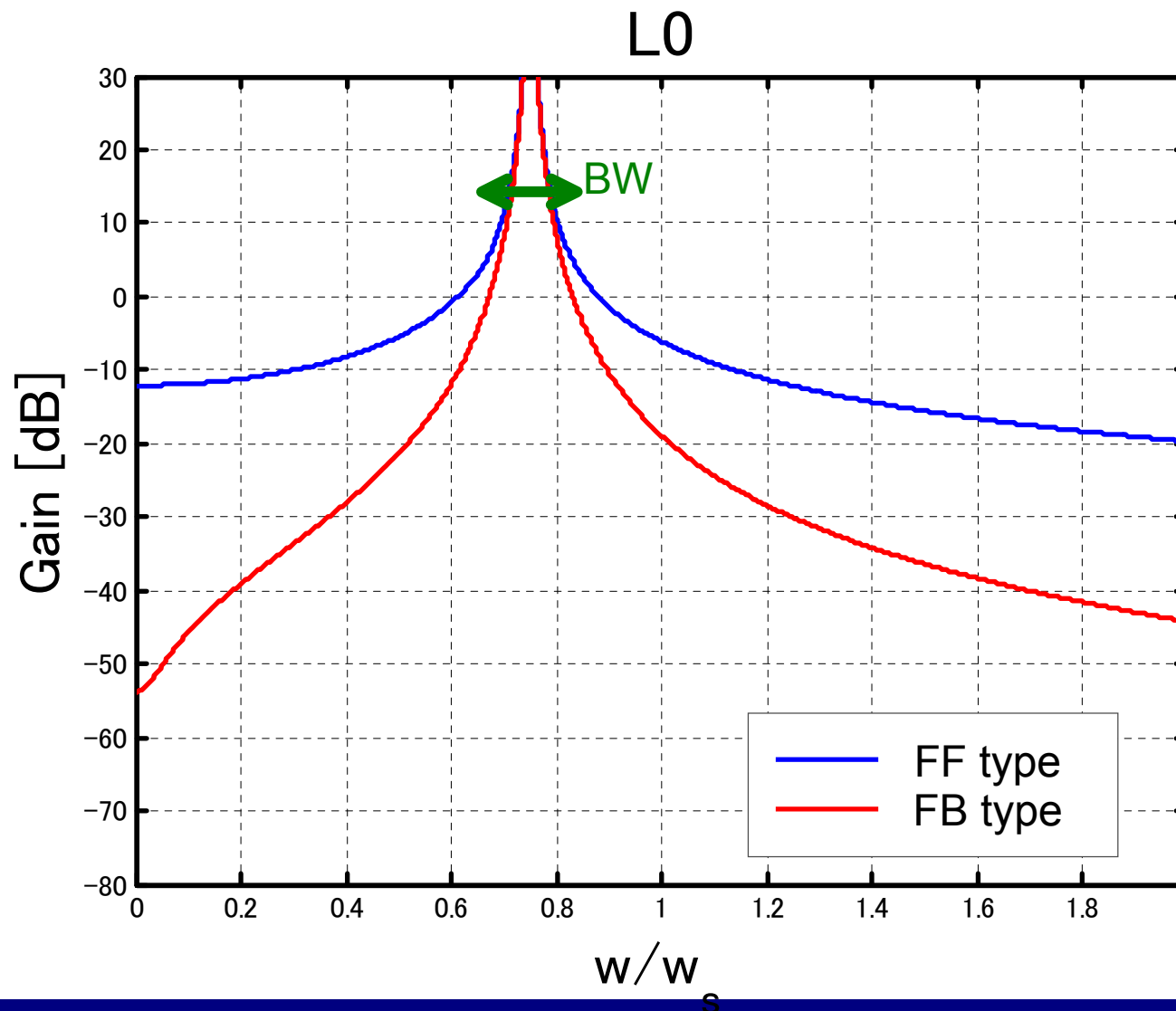
$DEN2 \gg NUM2$

- NUM;  $s$ に対する次数は1
- DEN;  $s$ に対する次数は2

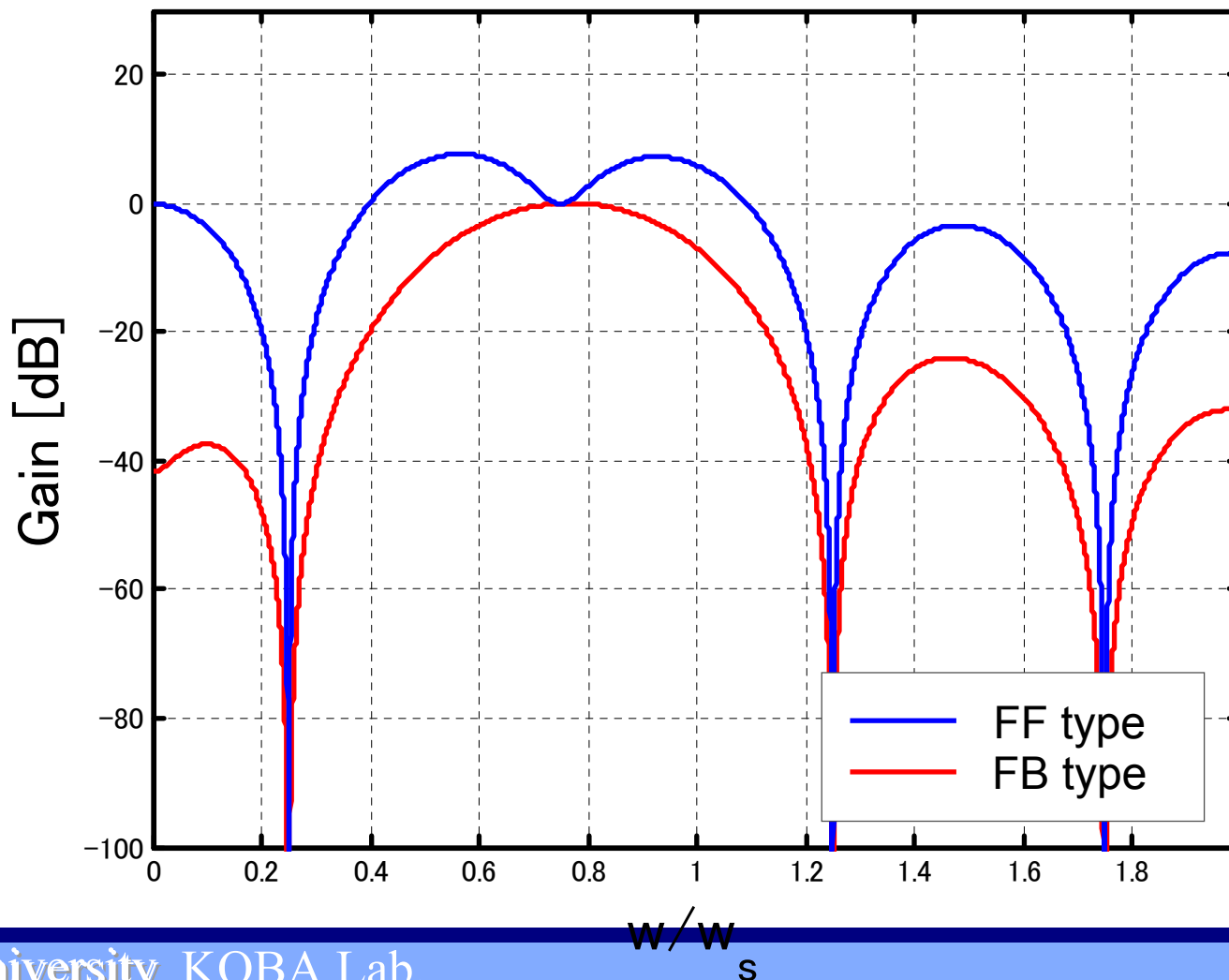
$$L_0 \approx \frac{NUM1}{DEN1}$$



# L0の周波数特性



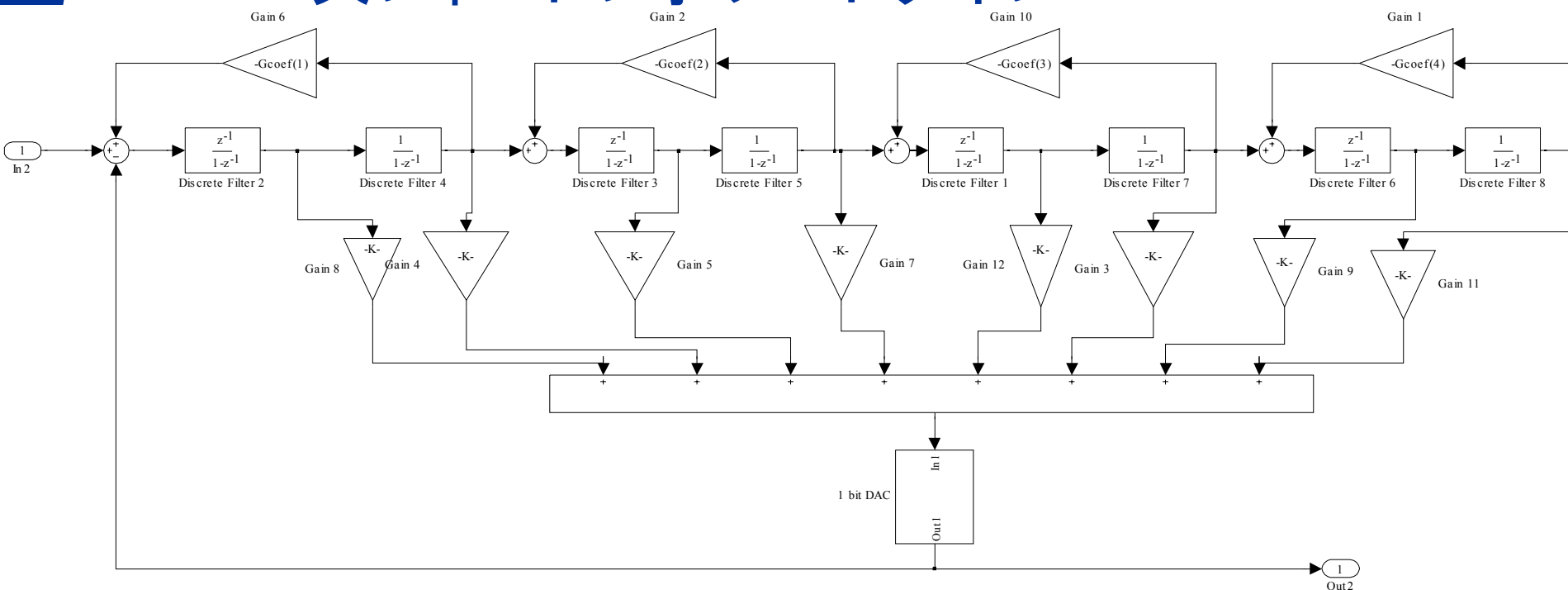
# STFの周波数特性



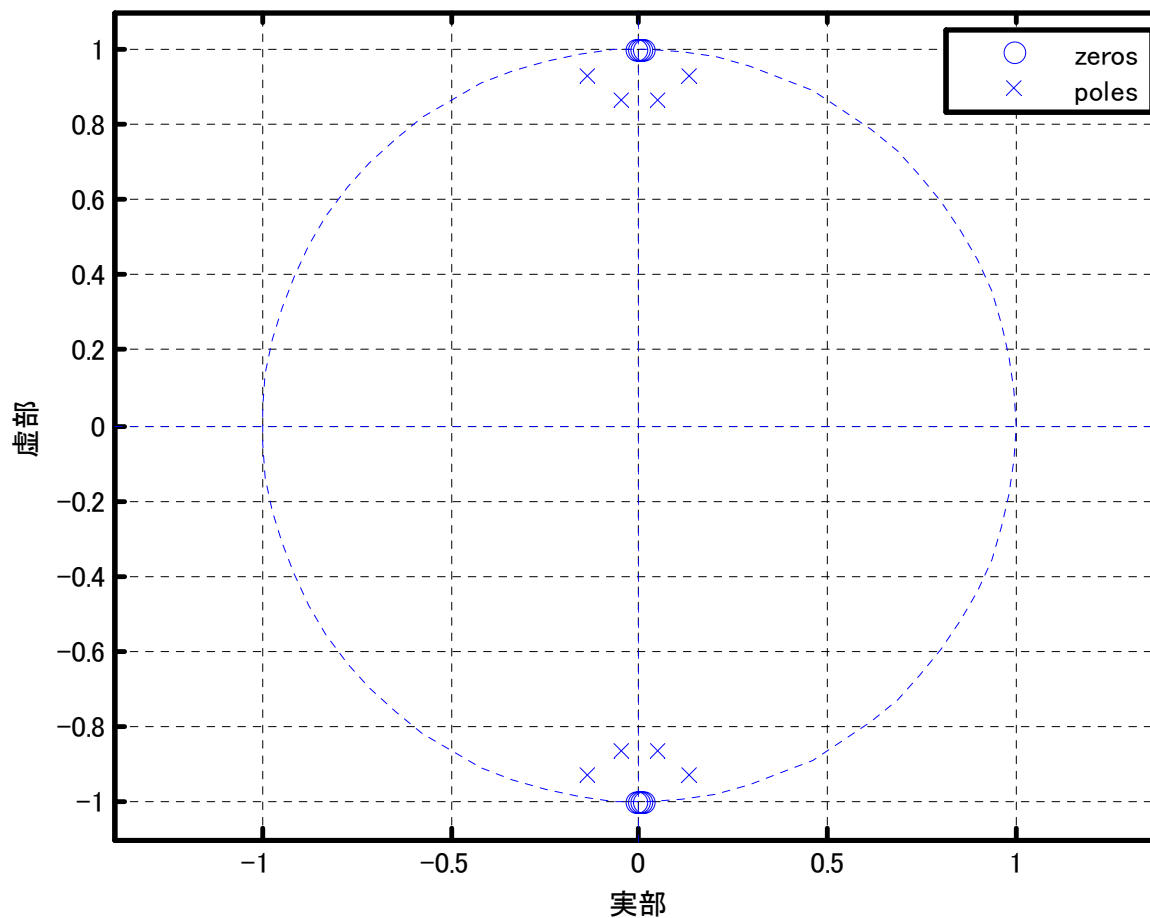
# 4<sup>th</sup>-order CT-DSM with RF-DACの設計

# リファレンスとしたDT-DSM

## ■ 4次フィードフォワードタイプ



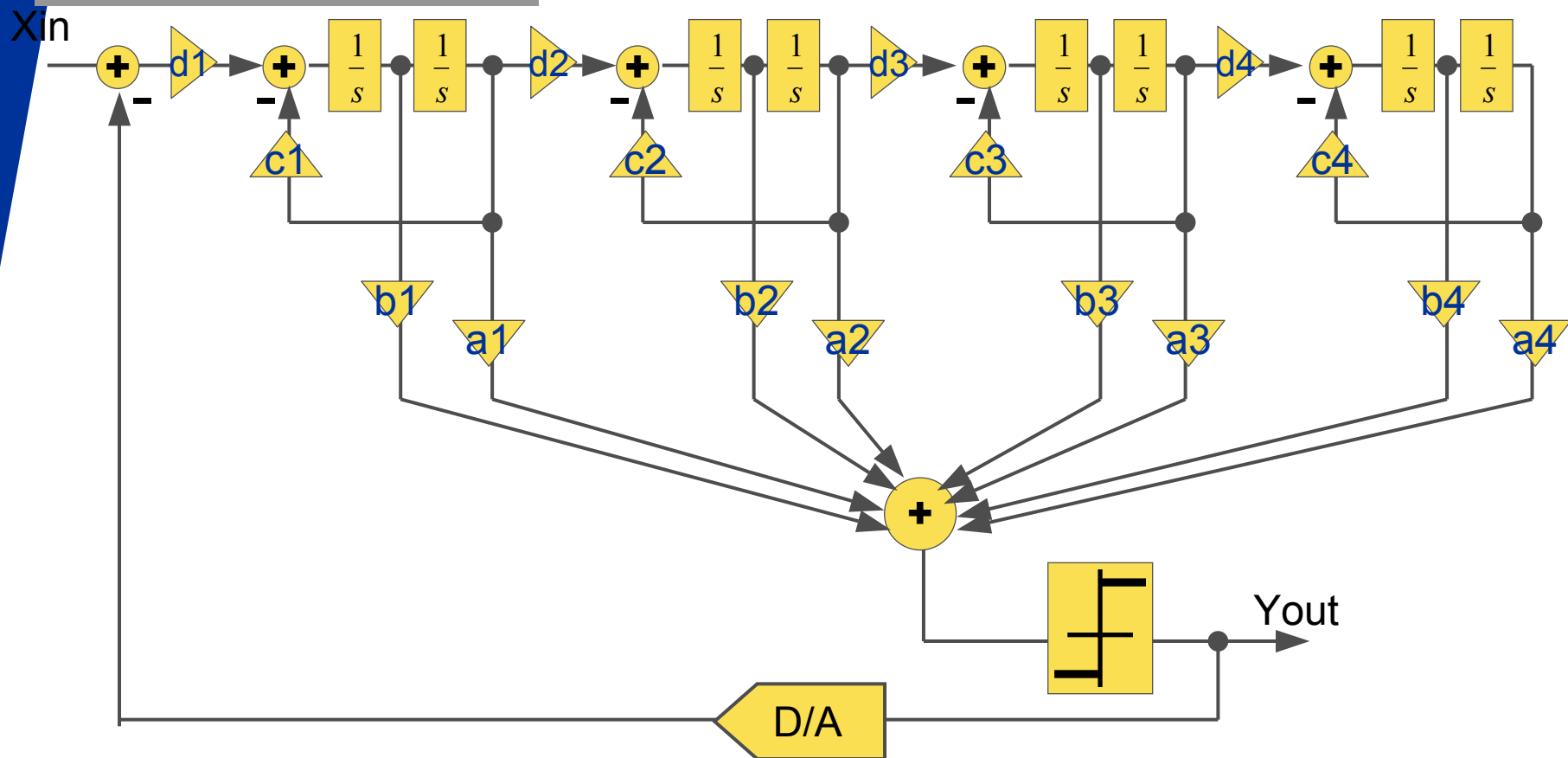
# リファレンスDT-DSMのNTF



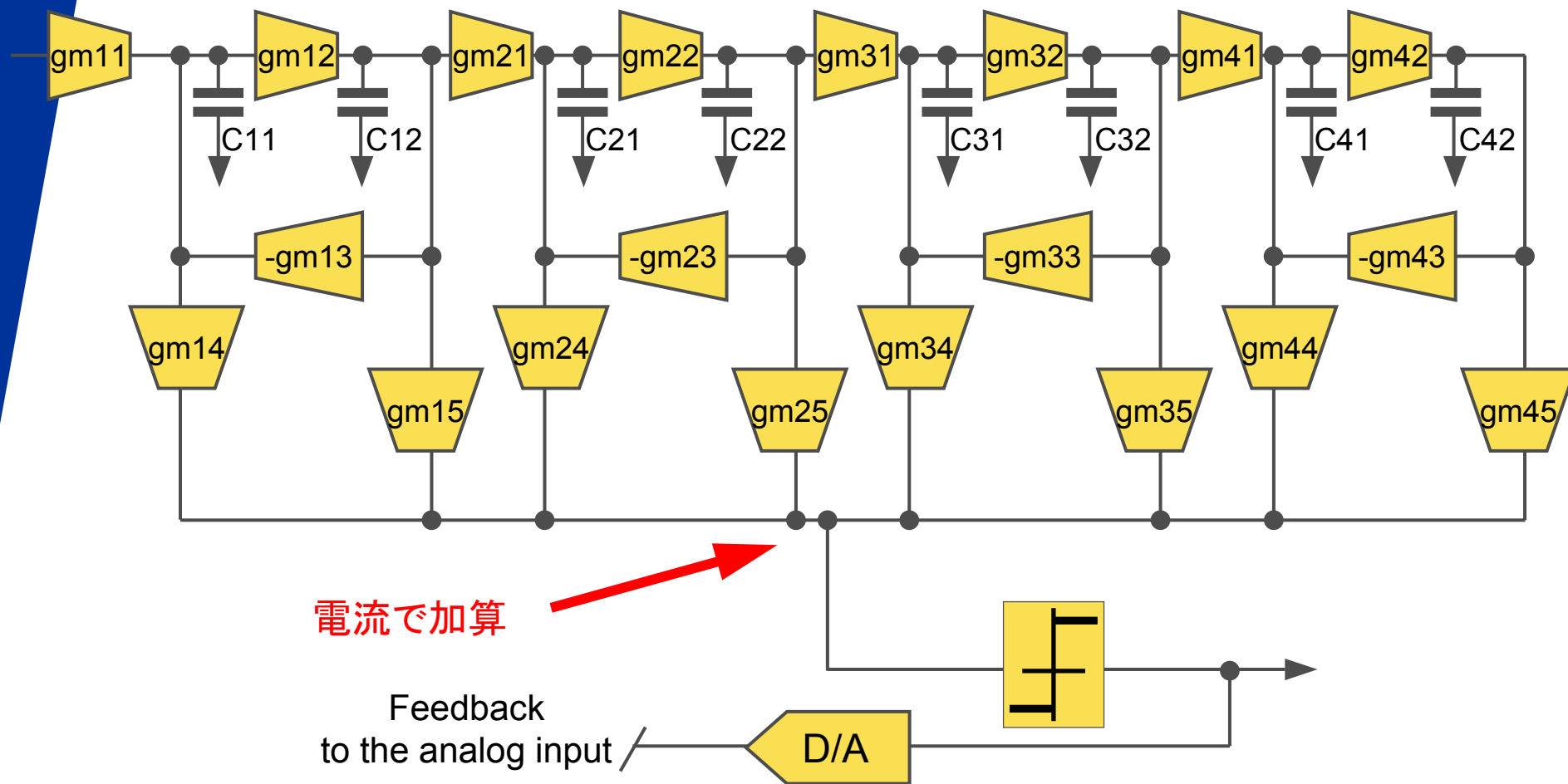
$$NTF(z) = \frac{(z^2 - 0.021z + 1)(z^2 + 0.021z + 1)(z^2 - 0.0083z + 1)(z^2 + 0.0083z + 1)}{(z^2 - 0.10z + 0.75)(z^2 + 0.10z + 0.75)(z^2 - 0.27z + 0.89)(z^2 + 0.27z + 0.89)}$$

# CT $\Delta \Sigma$ 変調器の構成

## 基本構成

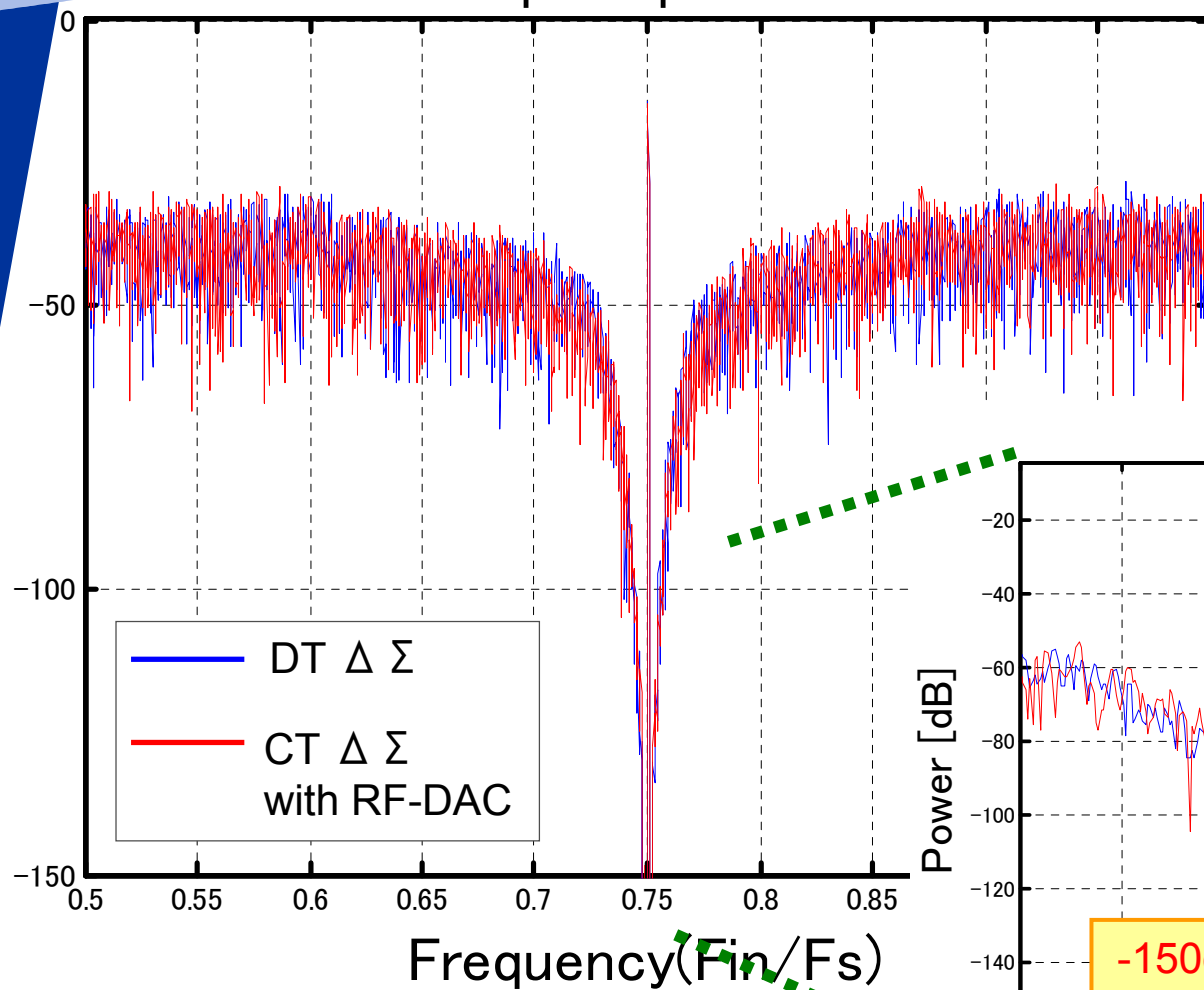


# 内部フィルタの構成

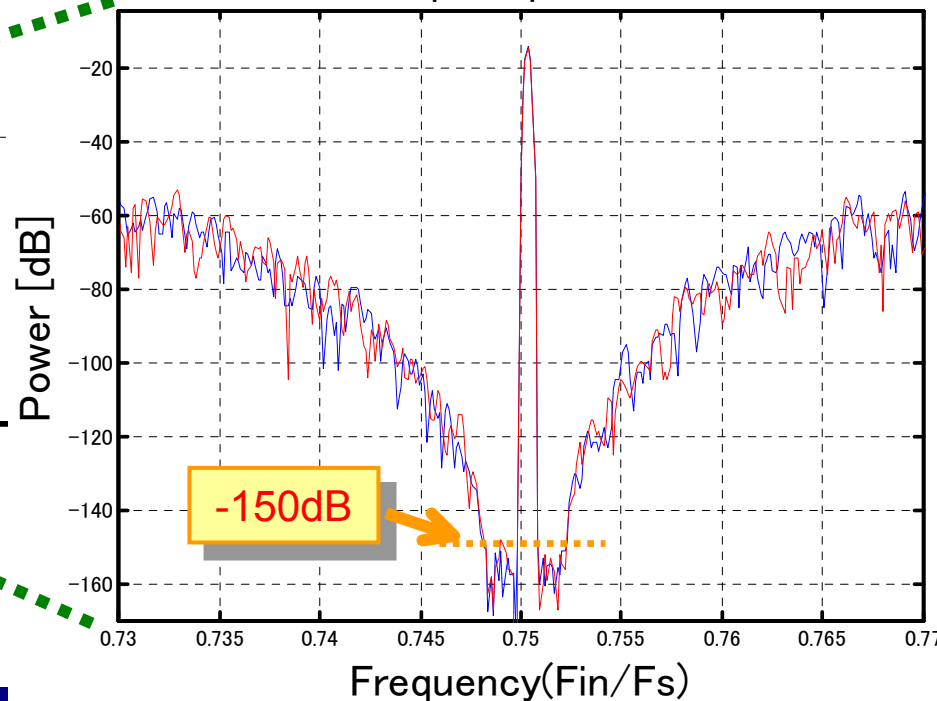


# Output Spectrum

## Output Spectrum



## Output Spectrum

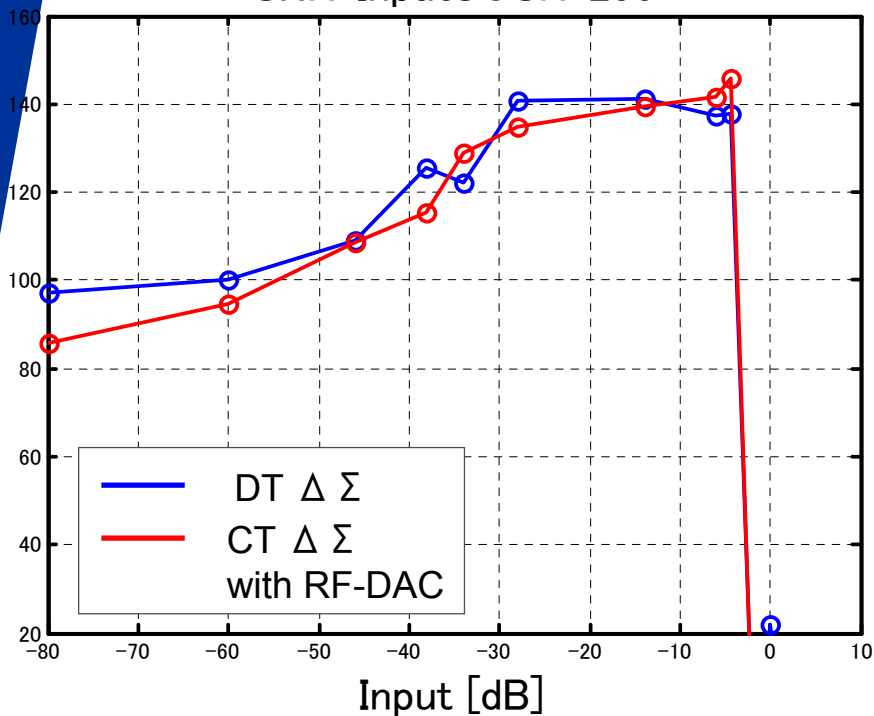




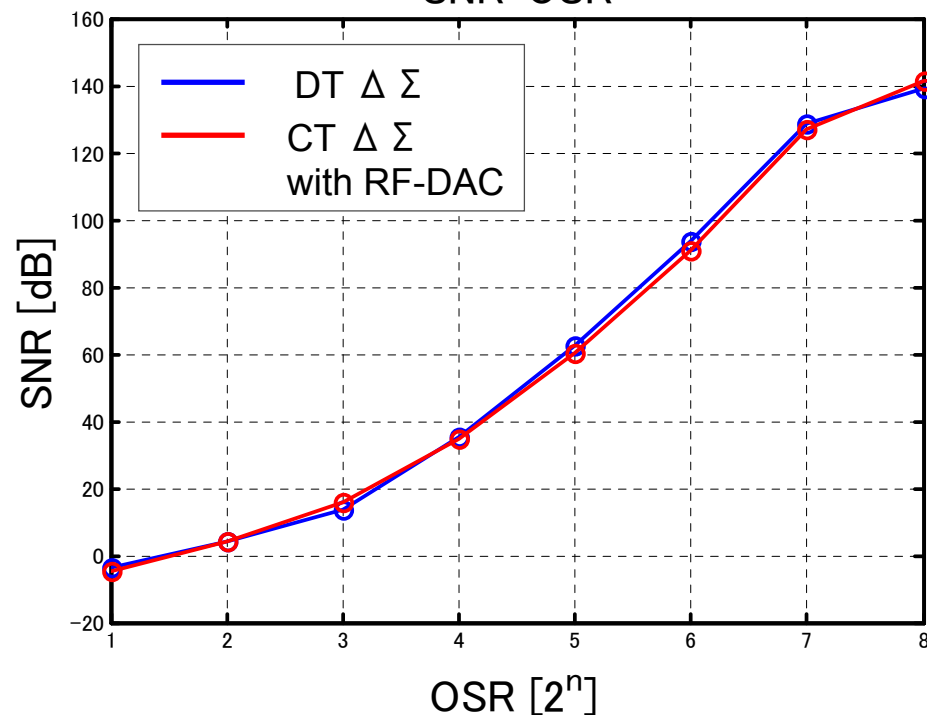
# SNR-InputとSNR-OSR

SNR [dB]

SNR-Input@OSR=256



SNR-OSR

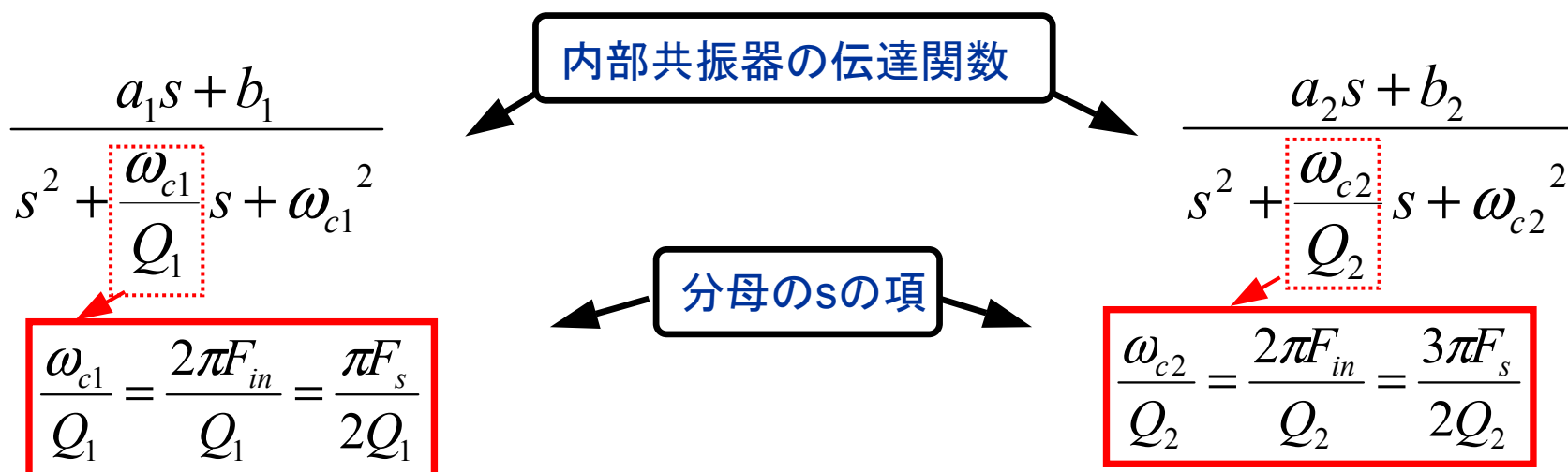


# 提案サブサンプリング変調器と従来変調器の内部共振器のQ値

# 提案サブサンプリング変調器と従来変調器の内部共振器のQ値

$$F_{in} = 1/4F_s$$

$$F_{in} = 3/4F_s(\text{サブサンプリング})$$



- Qが等しいとき ⇒ 分母のsの項はサブサンプリング動作の場合の方がより大きい
- サブサンプリング動作の場合分母のsの項を同等に小さくするには3倍のQ値が必要

提案サブサンプリング変調器と従来変調器の  
内部共振器のQ値

# Power Spectrum

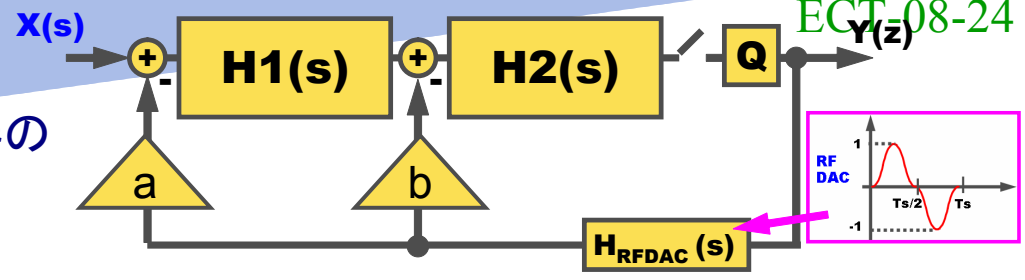
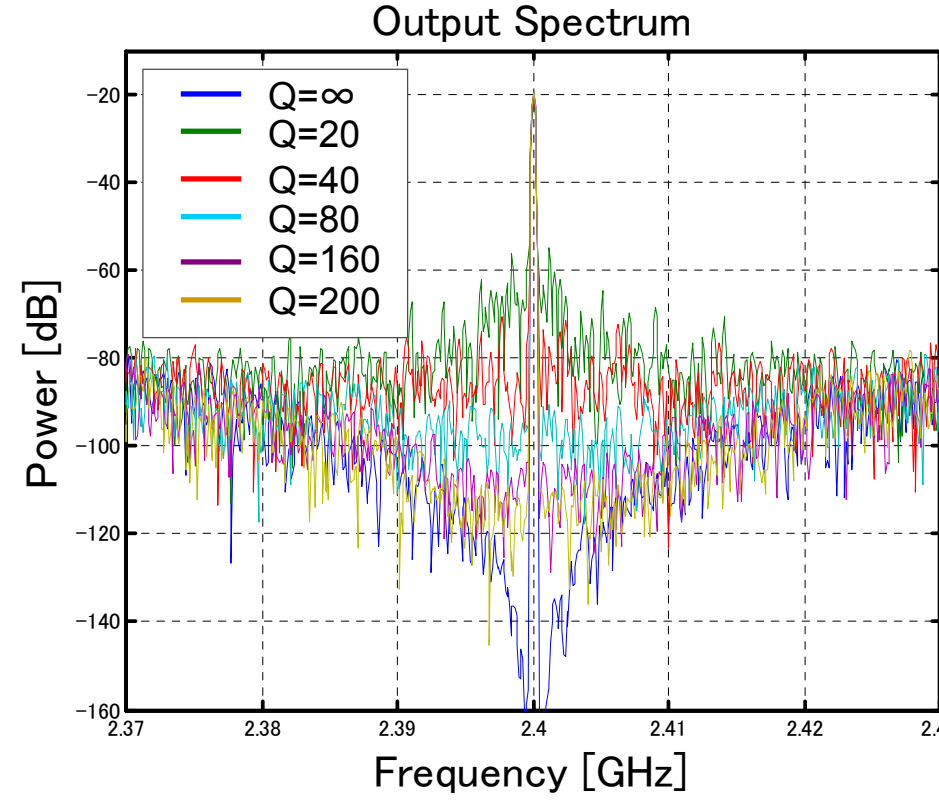
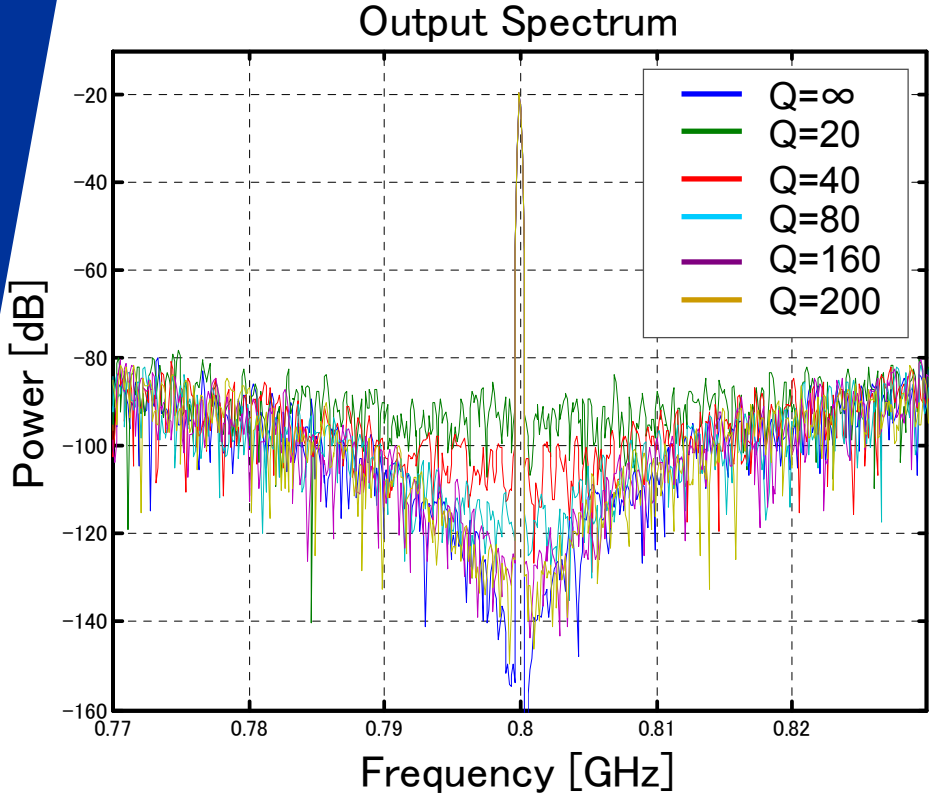


図: 2次連続時間  $\Delta \Sigma$  変調器

$F_{in} = 1/4F_s$

$F_{in} = 3/4F_s$ (サブサンプリング)



提案サブサンプリング変調器と従来変調器の  
内部共振器のQ値

# SQNR vs. OSR

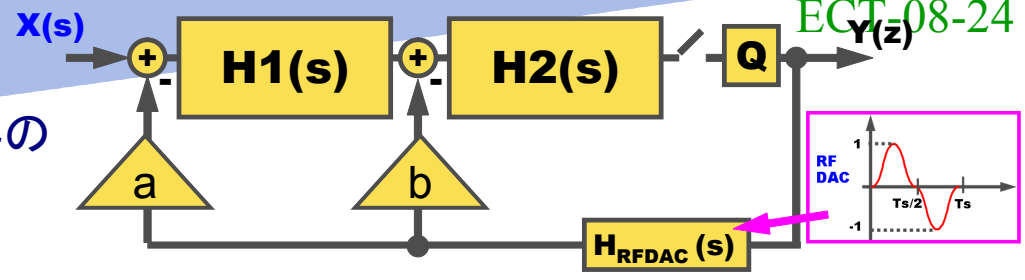
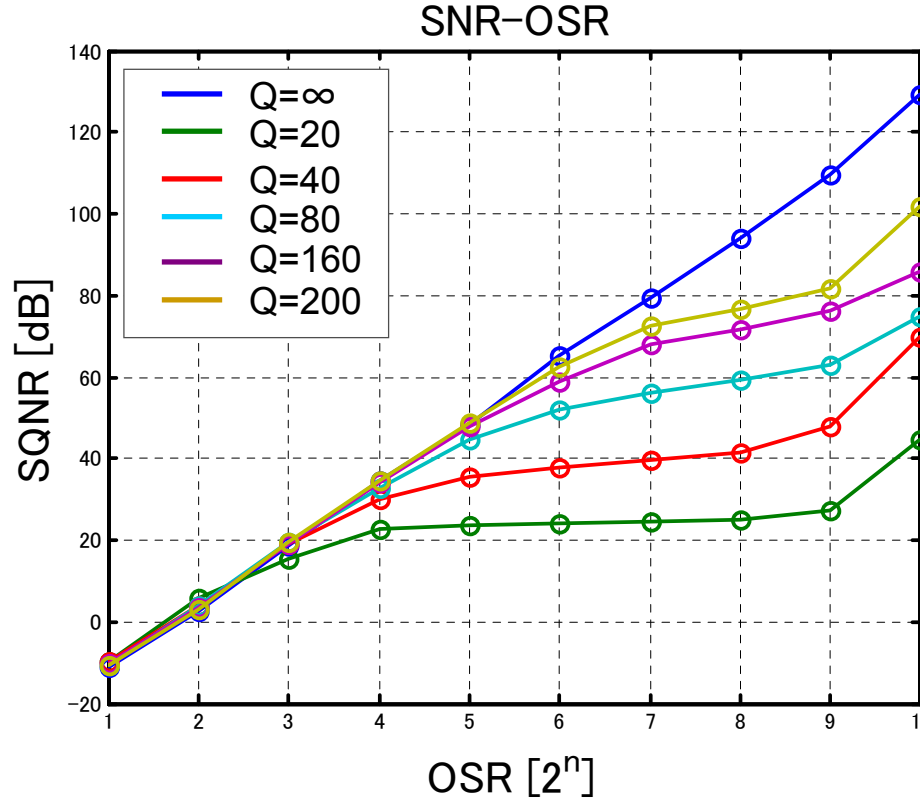
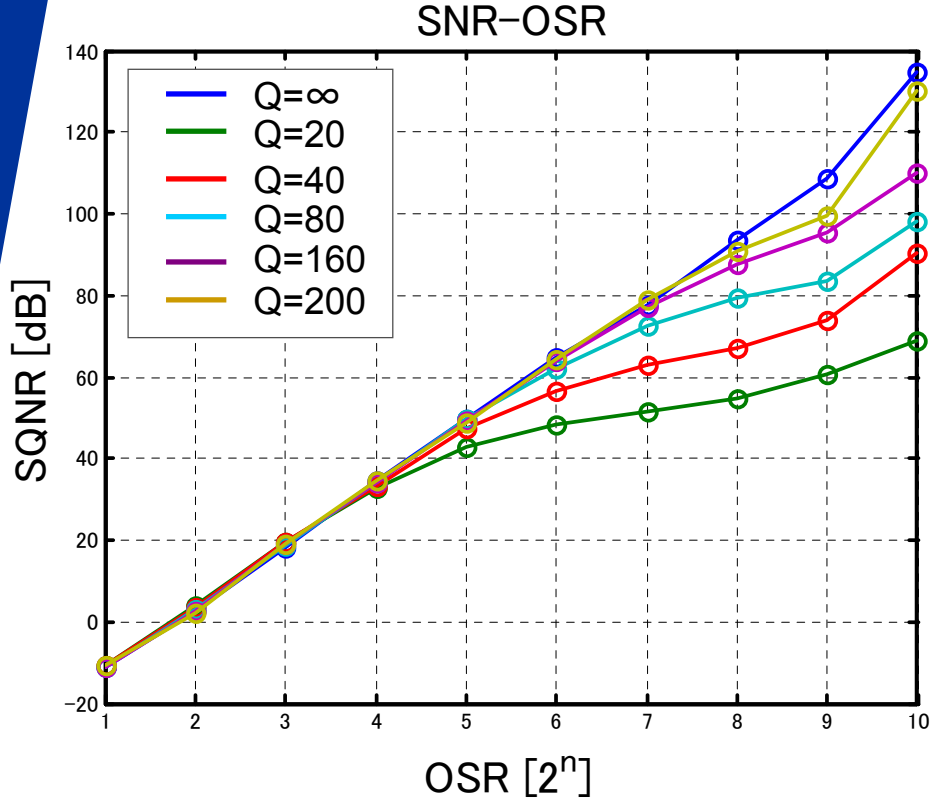


図: 2次連続時間 Δ Σ 変調器

Fin = 1/4Fs

Fin = 3/4Fs(サブサンプリング)



# SQNR vs. OSR

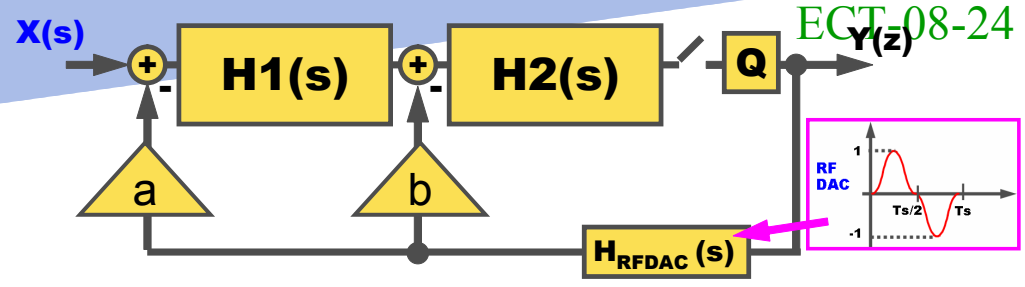
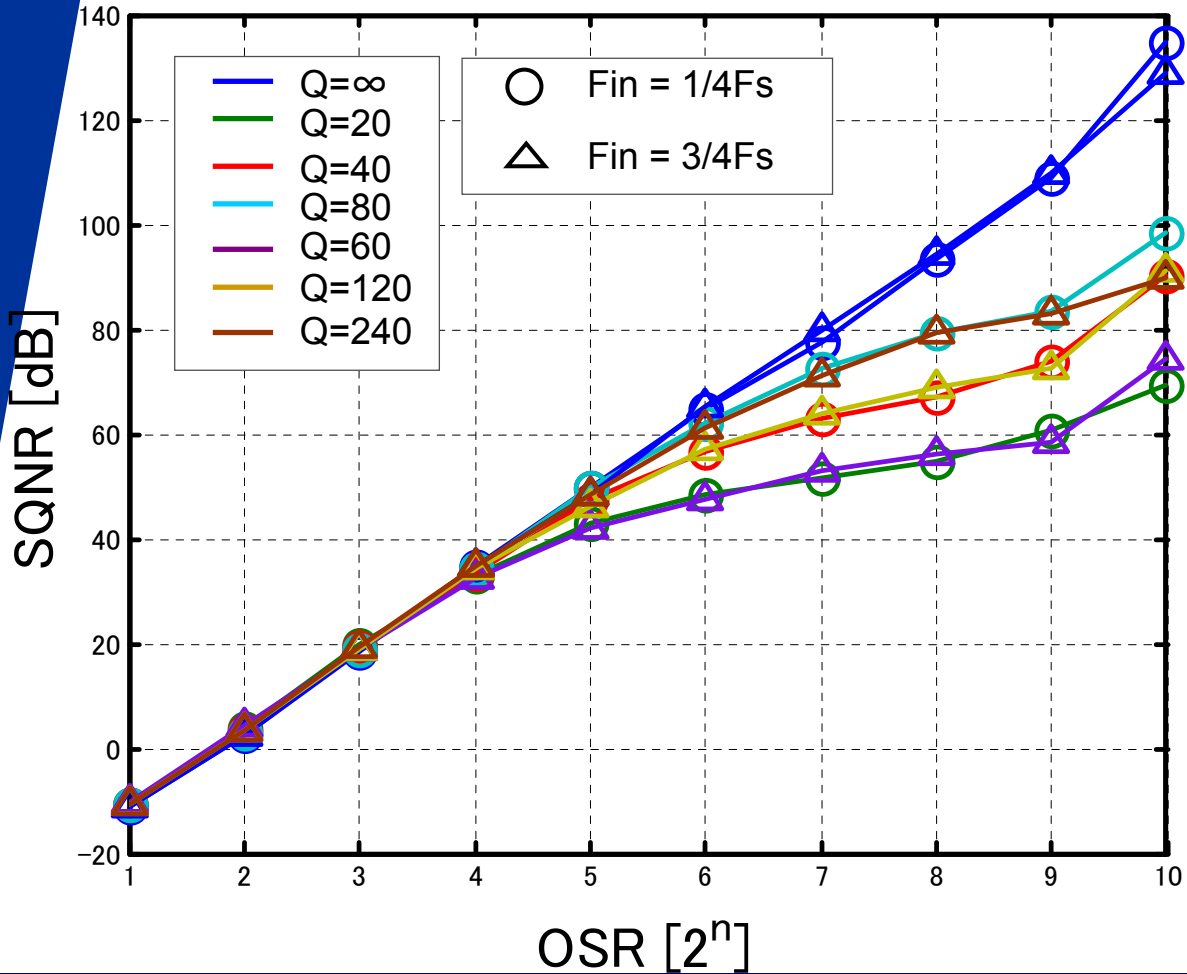


図: 2次連続時間 ΔΣ 変調器

## SQNR-OSR

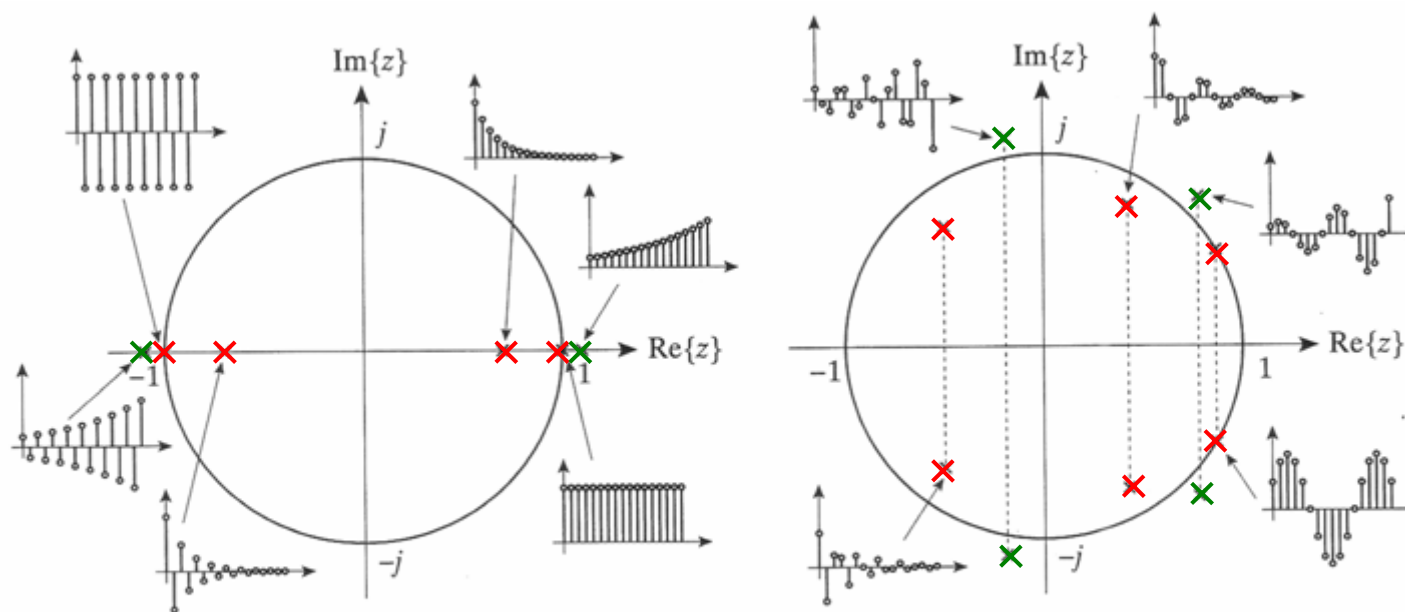


■ サブサンプリング技術により3倍の周波数を扱う場合、3倍のQ値が必要

# 極による安定判別(デジタル)

# ノイズ伝達関数(NTF)の安定性

- 単位円の内側 → 安定 (収束)
- 単位円の外側 → 不安定 (発散)



実極の場合

複素極の場合

出典: 東工大 松澤先生の資料より

[http://www.ssc.pe.titech.ac.jp/materials/TMC\\_2005\\_4.pdf](http://www.ssc.pe.titech.ac.jp/materials/TMC_2005_4.pdf)