



# 高速応答・低リップル電源用 カップルドインダクタの解析

群馬大学大学院 工学研究科 電気電子工学専攻  
情報通信システム第2研究室 小林研究室

○SANTHOS ARIO WIBOWO 張挺 光野正志 田浦哲也  
森偉文樹 小堀康功 小林春夫

# Outline

- 研究背景と目的
- 降圧型DC-DCコンバータの原理
- カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ
  - ・ 定常状態における理論解析
  - ・ 過渡状態における理論解析
- 状態平均化方程式による理論解析
- シミュレーションと実験結果
- まとめ

# Outline

## ■ 研究背景と目的

■ 降圧型DC-DCコンバータの原理

■ カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ

- ・ 定常状態における理論解析

- ・ 過渡状態における理論解析

■ 状態平均化方程式による理論解析

■ シミュレーションと実験結果

■ まとめ

# 研究背景と目的

- マイクロプロセッサなどのデジタルシステム用電源への要求:
  - 低電圧・大電流出力
  - 低リップル
  - 高速応答性

定常状態 :

L大:出カリップルが小さい

L小:出カリップルが大きい (×)

過渡状態 :

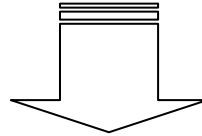
L大:応答が遅い (×)

L小:応答が速い

**定常状態と過渡状態では、Lに対する要求が正反対!**

# 研究背景と目的

定常状態での低リップル・過渡状態での高速応答性



カップルド・インダクタを用いた降圧型DC-DCコンバータ

- ✓ カップルドインダクタ      高速応答  
  各相電流リップルの低減

2相カップルド・インダクタ降圧型DC-DCコンバータの  
理論解析・シミュレーションと実験による

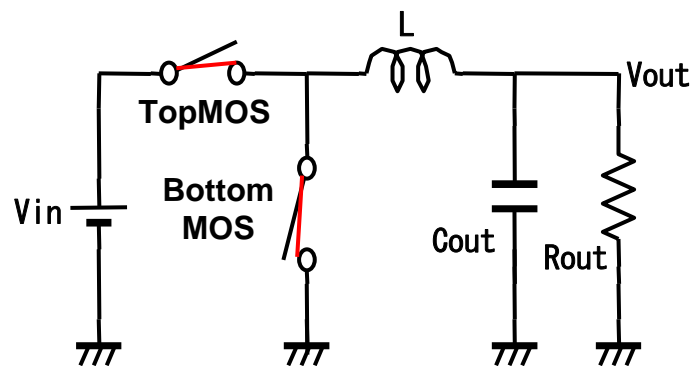
- *カップルド・インダクタの特徴の明確化*
- *設計指針パラメータの検討*

# Outline

- 研究背景と目的
- **降圧型DC-DCコンバータの原理**
- カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ
  - ・ 定常状態における理論解析
  - ・ 過渡状態における理論解析
- 状態平均化方程式による理論解析
- シミュレーションと実験結果
- まとめ

# 降圧型DC-DCコンバータの原理

## • 降圧型スイッチング電源



◆ TopMOSがONのとき:

$$\Delta I_L = \frac{V_{in} - V_{out}}{L} T_{on}$$

◆ BottomMOSがONのとき:

$$\Delta I_L = -\frac{V_{out}}{L} T_{off}$$

$$\begin{aligned} V_{out} &= \frac{T_{on}}{T_{on} + T_{off}} V_{in} \\ &= \frac{T_{on}}{T} V_{in} \end{aligned}$$

TopMOSがONのときの電流の変化量

||

BottomMOSがONのときの電流の変化量

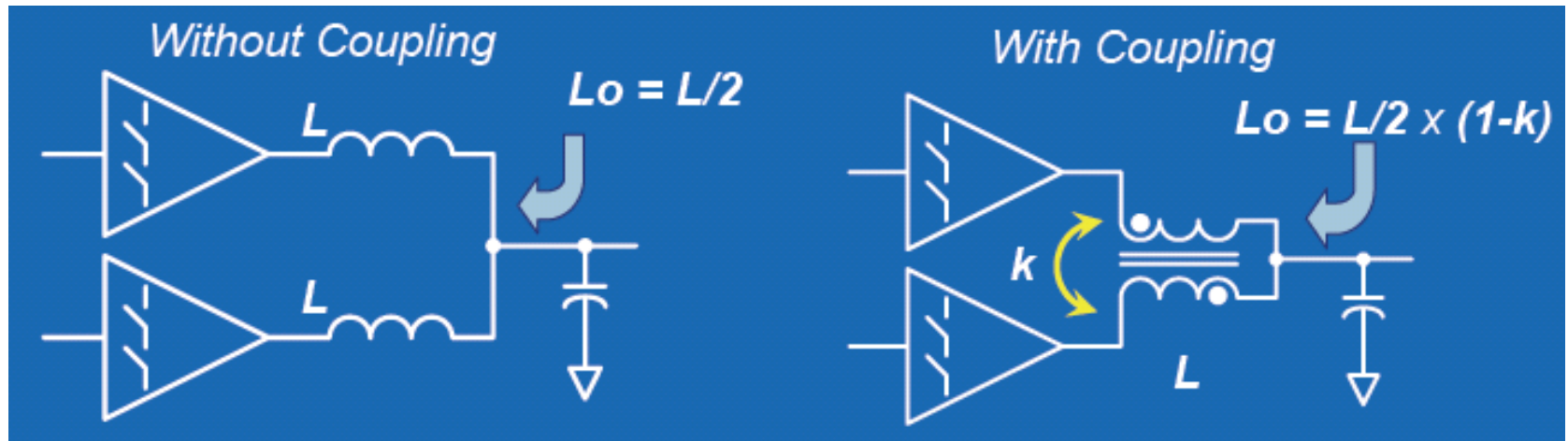
**出力電圧はクロックデューティ  
(比率)によって決定!**

# Outline

- 研究背景と目的
- 降圧型DC-DCコンバータの原理
- **カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ**
  - 定常状態における理論解析
  - 過渡状態における理論解析
- 状態平均化方程式による理論解析
- シミュレーションと実験結果
- まとめ



# カップルド・インダクタの特徴



カップルド・インダクタは回路動作により  
インダクタンスを自動的に調整

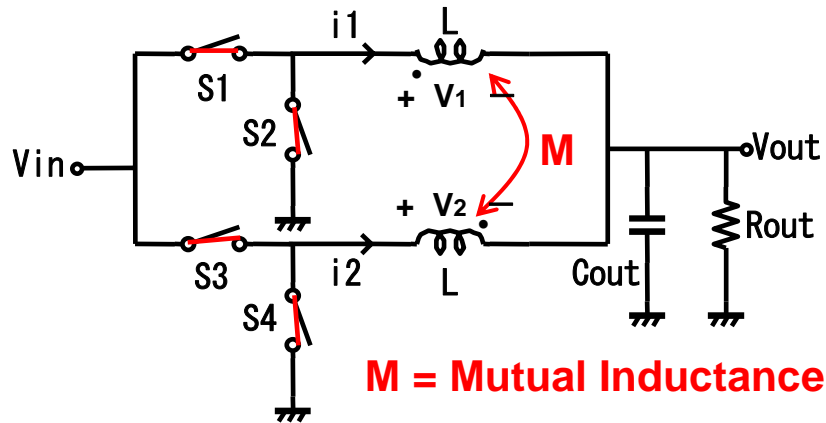
・定常状態:

自己インダクタンスが主→インダクタンス 大(低リップル)

・過渡状態:

漏れインダクタンスが主→インダクタンス 小(高速応答)

# カップルド・インダクタを用いた2相降圧型コンバータ

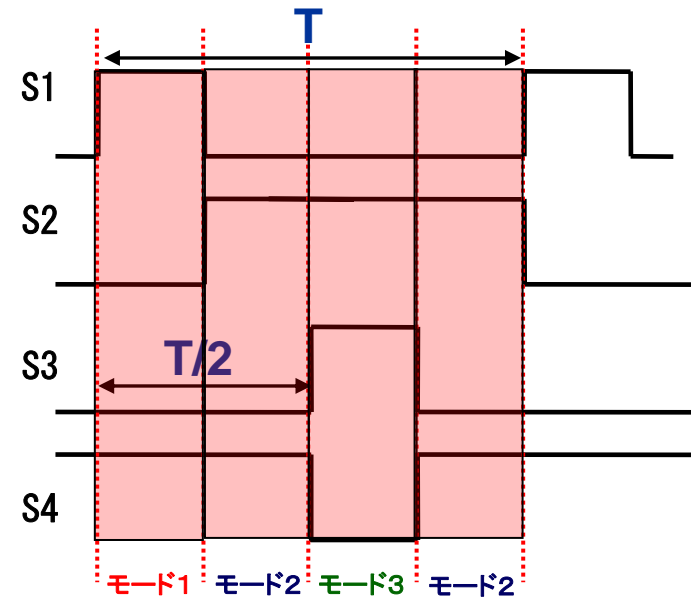


$$M = k\sqrt{(L_1 \cdot L_2)} < 0$$

$$V_1 \approx L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 \approx L \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

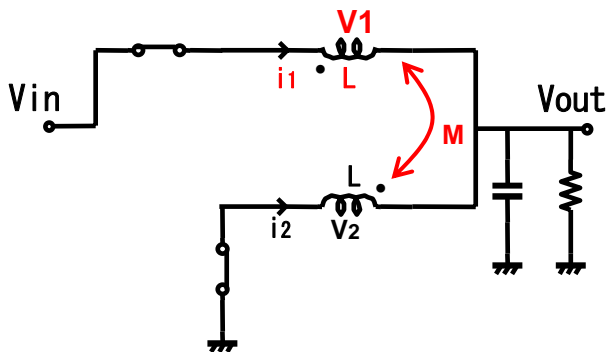
スイッチングの波形 :



- モード 1 → S1 and S4 On  
S2 and S3 Off
- モード 2 → S2 and S4 On  
S1 and S3 Off
- モード 3 → S2 and S3 On  
S1 and S4 Off

# 各モードにおける等価インダクタンスの導出 (Duty $\leq 50\%$ )

## モード1:



$$L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = V_{in}(1-D) = V1$$

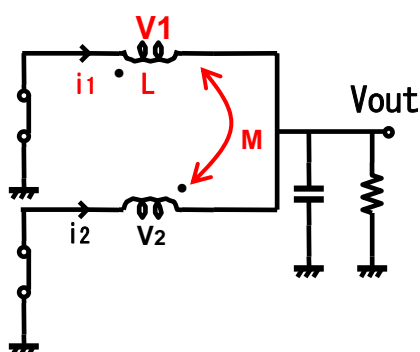
$$L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = -V_{in} \cdot D = -\frac{V1}{1-D} \cdot D$$

$$V1 = \frac{L^2 - M^2}{L + M \cdot \frac{D}{1-D}} \frac{di_1}{dt}$$



$$L_{eq1} = \frac{L^2 - M^2}{L + M \cdot \frac{D}{1-D}}$$

## モード2:



$$L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = -V_{in} \cdot D = V1$$

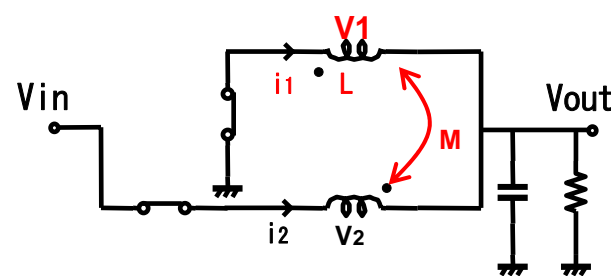
$$L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = -V_{in} \cdot D = V1$$

$$V1 = (L + M) \frac{di_1}{dt}$$



$$L_{eq2} = L + M$$

## モード3:



$$L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = -V_{in} \cdot D = V1$$

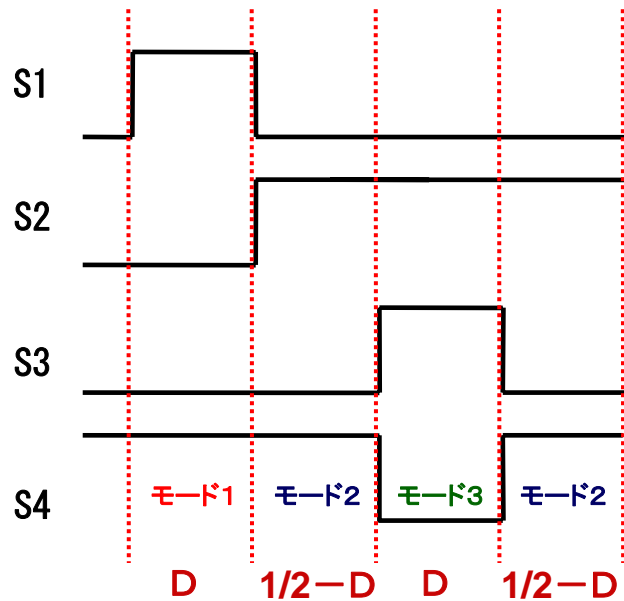
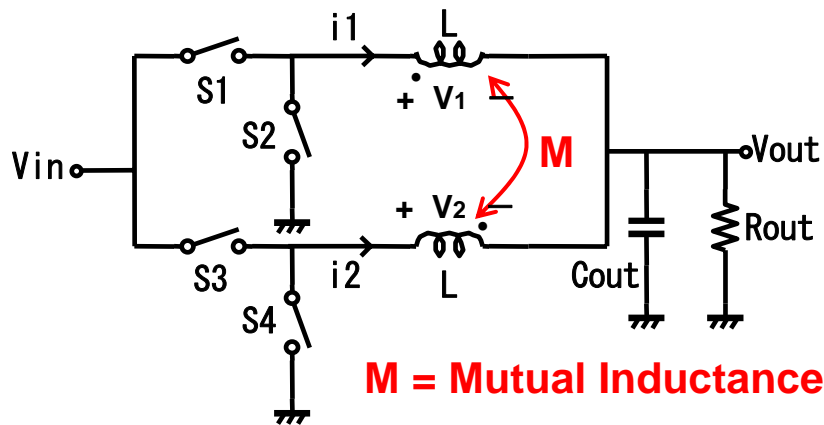
$$L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = -\frac{V1}{D} \cdot (1-D)$$

$$V1 = \frac{L^2 - M^2}{L + M \cdot \frac{1-D}{D}} \frac{di_1}{dt}$$



$$L_{eq3} = \frac{L^2 - M^2}{L + M \cdot \frac{1-D}{D}}$$

# 定常状態における平均等価インダクタンスの導出 ( Duty ≤ 50% )



- 一周期における平均インダクタ電流に基づいて：

$$\Delta i_L = \frac{\bar{V}_1 \cdot D}{L_{eq1}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot (1-2D)}{L_{eq2}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot D}{L_{eq3}}$$

$$\frac{\bar{V}_1}{L_{eq1}} = \frac{\bar{V}_1 \cdot D}{L_{eq1}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot (1-2D)}{L_{eq2}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot D}{L_{eq3}}$$

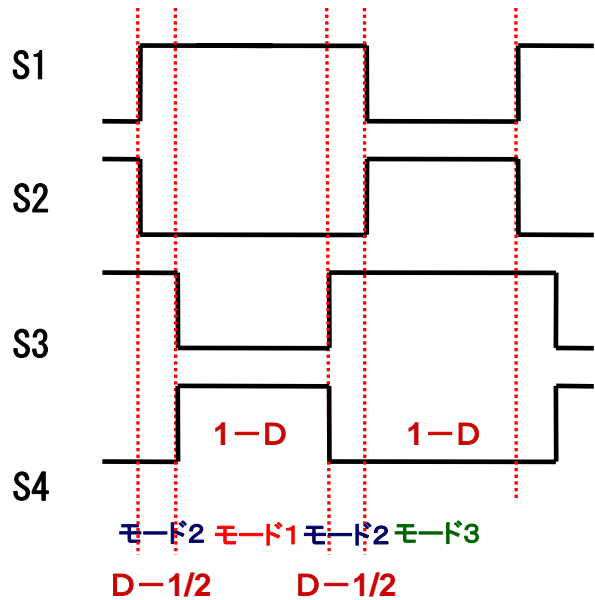
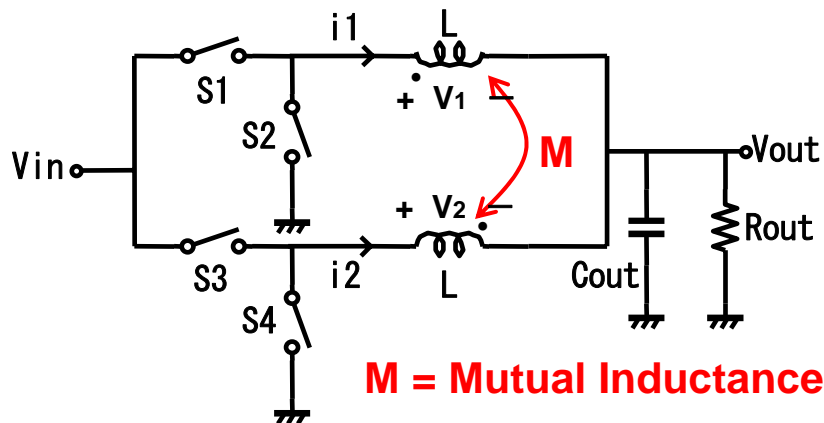
- 定常状態の等価インダクタンス：

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{D}{L_{eq1}} + \frac{D}{L_{eq3}} + \frac{(1-2D)}{L_{eq2}}$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L} \cdot \frac{1+k \cdot \frac{D}{1-D}}{1-k^2}$$

$$\overline{L_{eq}} = L_{eq1} \Rightarrow \overline{L_{eq}} = L \frac{1-k^2}{1+k \cdot \frac{D}{1-D}}$$

# 定常状態における平均等価インダクタンスの導出 (Duty $\geq 50\%$ )



- 一周期における平均インダクタ電流に基づいて：

$$\Delta i_L = \frac{\bar{V}_1 \cdot (1-D)}{L_{eq1}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot (2D-1)}{L_{eq2}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot (1-D)}{L_{eq3}}$$

$$\frac{\bar{V}_1}{L_{eq1}} = \frac{\bar{V}_1 \cdot (1-D)}{L_{eq1}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot (2D-1)}{L_{eq2}} + \frac{\bar{V}_1 \cdot (1-D)}{L_{eq3}}$$

- 定常状態の等価インダクタンス：

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{(1-D)}{L_{eq1}} + \frac{(1-D)}{L_{eq3}}$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L} \cdot \frac{1+k \cdot \frac{1-D}{D}}{1-k^2}$$

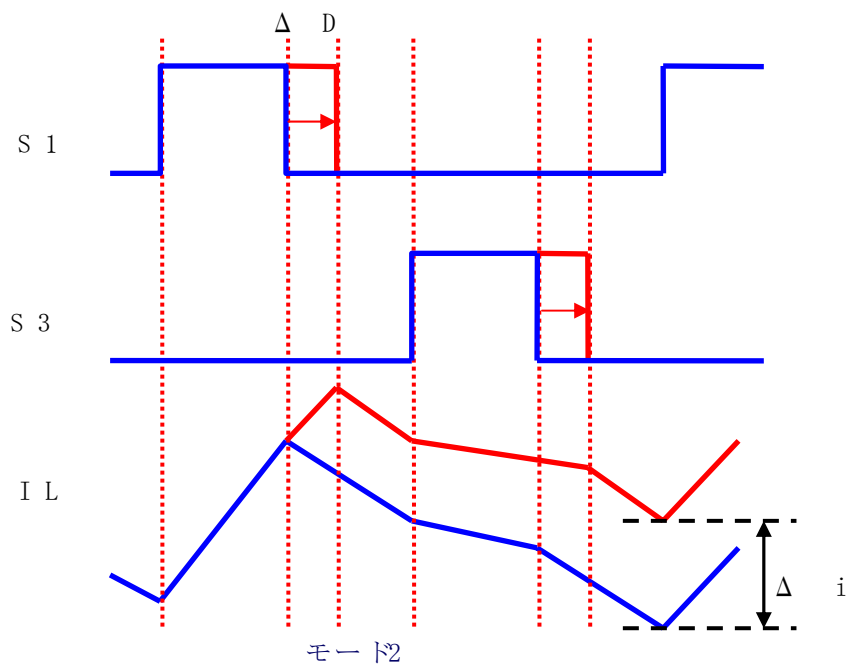
$$\bar{L}_{eq} = L_{eq3} \implies \bar{L}_{eq} = L \frac{1-k^2}{1+k \cdot \frac{1-D}{D}}$$

**デューティ50%以下と50%以上の関係⇒ミラー！**

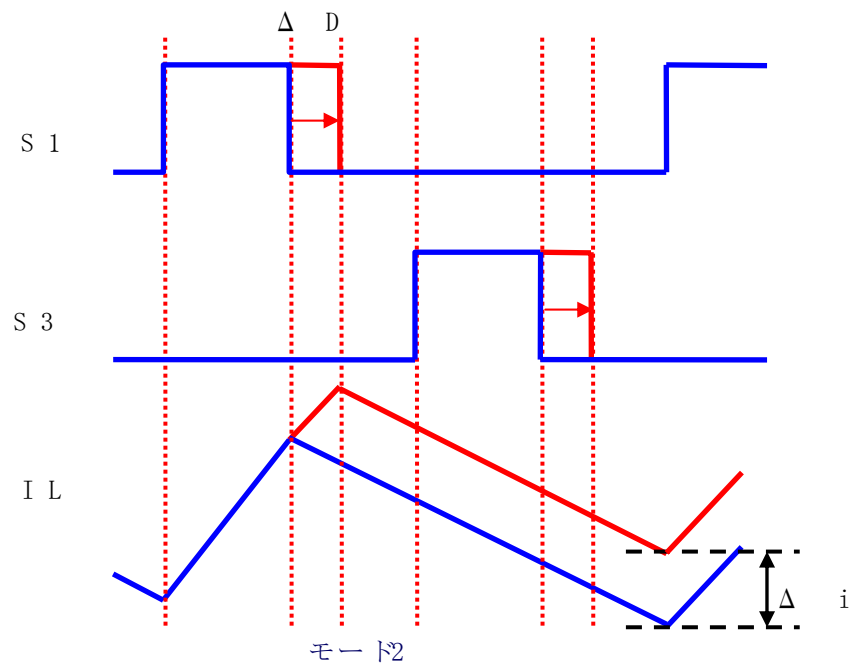
- ・ 研 究 背 景 と 目 的
- ・ 降 圧 型 D C - D C コ ン バ ー タ の 原 理
- ・ カ ッ プ ル ド ・ イ ン ダ ク タ を 用 い た D C - D C コ ン バ ー タ
  - ・ 定 常 状 態 に お け る 理 論 解 析
  - ・ 過 渡 状 態 に お け る 理 論 解 析
- ・ 状 態 平 均 化 方 程 式 に よ る 理 論 解 析
- ・ シ ミ ュ レ ー シ ョ ン と 実 験 結 果
- ・ ま と め

# カップルド・インダクタを用いることによる高速応答特性

C o u p l e d :

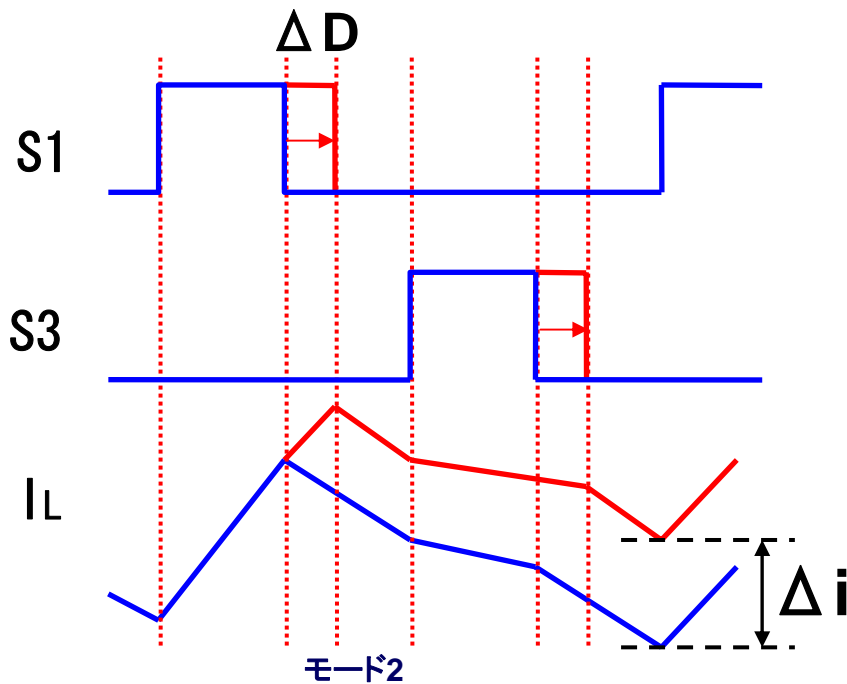


U n c o u p l e d :



デューティに対する電流変化が大きい！

# 過渡状態における平均等価インダクタンスの理論解析



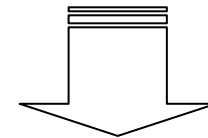
- 過渡状態における平均等価インダクタンスはモード2の等価インダクタンスで決定される：

$$L_{eq2} = L + M$$

$$= L(1 + k)$$

- $k < 0$ において (Inverse Coupling)

より大きい結合係数



より速い過渡応答特性

$$\Delta i = \frac{V_{in}}{L_{eq2} \cdot F_s} \Delta D$$

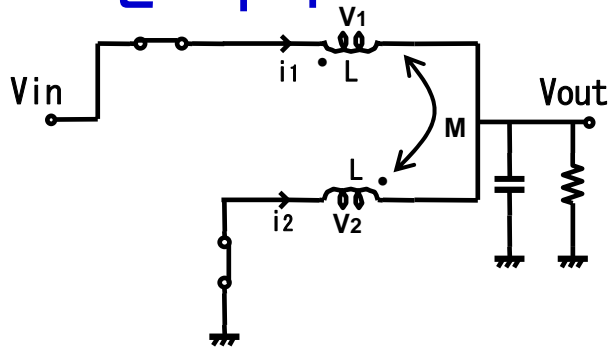


# Outline

- 研究背景と目的
- 降圧型DC-DCコンバータの原理
- カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ
  - ・ 定常状態における理論解析
  - ・ 過渡状態における理論解析
- 状態平均化方程式による理論解析
- シミュレーションと実験結果
- まとめ

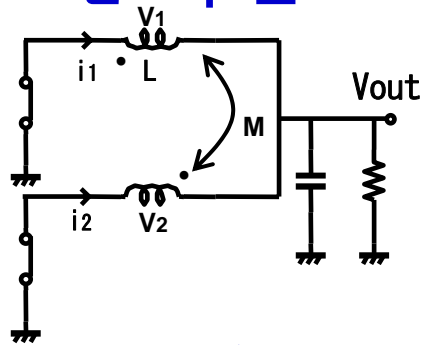
# 状態平均化方程式による理論解析

## モード1



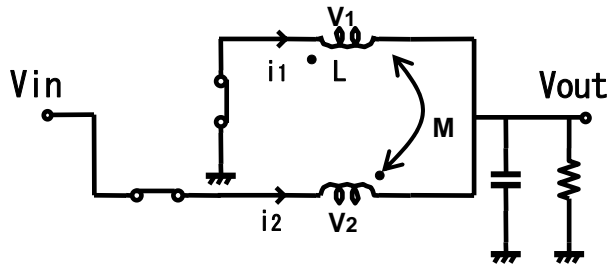
$$\begin{bmatrix} \frac{di_{out}}{dt} \\ \frac{dV_{out}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\left\{2 + k\left(\frac{D}{1-D} + \frac{1-D}{D}\right)\right\} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + k\frac{D}{1-D} \\ \frac{1-D}{L(1-k^2)} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

## モード2



$$\begin{bmatrix} \frac{di_{out}}{dt} \\ \frac{dV_{out}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-2}{L(1+k)} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

## モード3



$$\begin{bmatrix} \frac{di_{out}}{dt} \\ \frac{dV_{out}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\left\{2 + k\left(\frac{D}{1-D} + \frac{1-D}{D}\right)\right\} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + k\frac{D}{1-D} \\ \frac{1-D}{L(1-k^2)} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

# 状態平均化方程式による理論解析 (D ≤ 50%)

状態平均化方程式により、次式を得る

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \frac{\left\{ 1 + k \left( \frac{D}{1-D} \right) \right\}}{L(1-k^2)} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} D + k \frac{D^2}{1-D} \\ \frac{D + k \frac{D^2}{1-D}}{L(1-k^2)} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} X = 0 \quad \text{とおく、}$$

$$X = -A^{-1} \cdot B V_{in}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR} & \frac{2 \left\{ 1 + k \left( \frac{D}{1-D} \right) \right\}}{L(1-k^2)} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det = \frac{2 \left\{ 1 + k \left( \frac{D}{1-D} \right) \right\}}{LC(1-k^2)}$$

$$X = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR} & \frac{2 \left\{ 1 + k \left( \frac{D}{1-D} \right) \right\}}{L(1-k^2)} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2D + k \frac{2D^2}{1-D}}{L(1-k^2)} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

定常状態方程式 :

$$\begin{bmatrix} i_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{R} \\ \frac{D}{D} \end{bmatrix} V_{in} \Rightarrow V_{out} = D \cdot V_{in}$$

電圧変換率は結合係数の値に依存しない！

# Outline

- 研究背景と目的
- 降圧型DC-DCコンバータの原理
- カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ
  - 定常状態における理論解析
  - 過渡状態における理論解析
- 状態平均化方程式による理論解析
- シミュレーションと実験結果
- まとめ

# 結合係数(k)について (Duty $\leq$ 50%)

- 最も低い各相電流リップルを得るための結合係数：

$$A = \frac{D}{1-D}$$

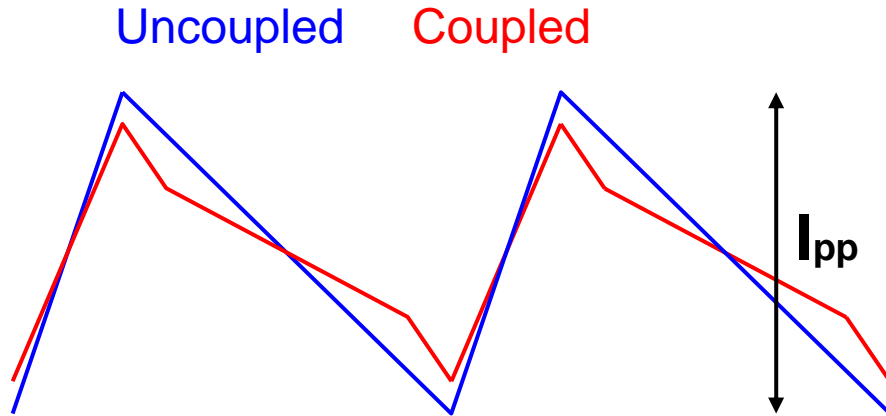
$$F = \frac{L_{eq}}{L} = \frac{1-k^2}{1+Ak} \implies \frac{dF}{dk} = -A\left(k^2 + \frac{2}{A}k + 1\right) = 0$$

- 結合係数  $k < 0$

$$\therefore k = (-1 + \sqrt{1 - A^2}) / A$$

| Duty                   | 10%    | 20%    | 30%    | 40%    | 50% |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|-----|
| F                      | 1.003  | 1.016  | 1.051  | 1.146  | ×   |
| Coupling Coefficient k | -0.056 | -0.128 | -0.225 | -0.382 | -1  |

# 各相電流リップルの減少率の導出



**Uncoupled :** 
$$I_{pp-uncoupled} = \frac{di_L}{dt} \times T_{off}$$

$$= (1-D)T_s \cdot \frac{V_{out}}{L}$$

**Coupled :** 
$$I_{pp-coupled} = \frac{di_L}{dt} \times T_{off}$$

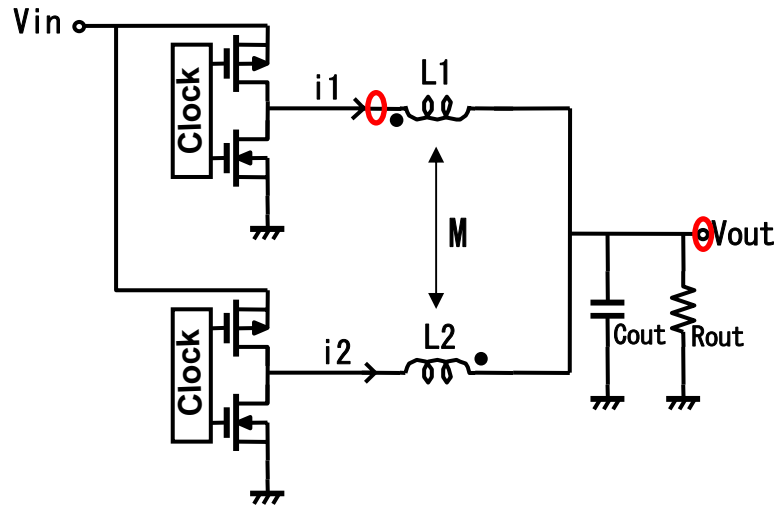
$$= (1-D)T_s \cdot \frac{V_{out}}{L_{eg}}$$

**Ripple Reduction :**

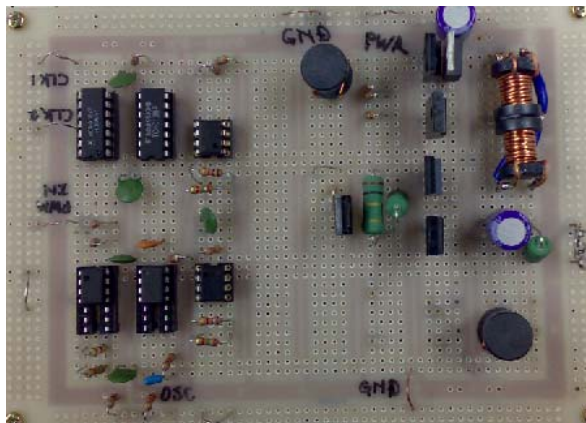
$$\frac{\Delta I_{pp}}{I_{pp-uncoupled}} = \frac{-k \left( k + \frac{D}{1-D} \right)}{1 - k^2}$$

| Coupling Coefficient | Duty | Ripple Reduction |
|----------------------|------|------------------|
| -0.056               | 10%  | 0.31%            |
| -0.128               | 20%  | 1.59%            |
| -0.225               | 30%  | 4.83%            |
| -0.382               | 40%  | 12.73%           |
| -0.99                | 50%  | 49.75%           |

# シミュレーションと実験の環境



回路図. カップルド・インダクタを用いた  
2相降圧型DC-DCコンバータ



- 定常状態

$V_{in}$  : 5 [V]

$V_{out}$  : 1.2 [V]

$F_s$  : 200 [KHz]

$C_{out}$  : 220 [ $\mu$ F]

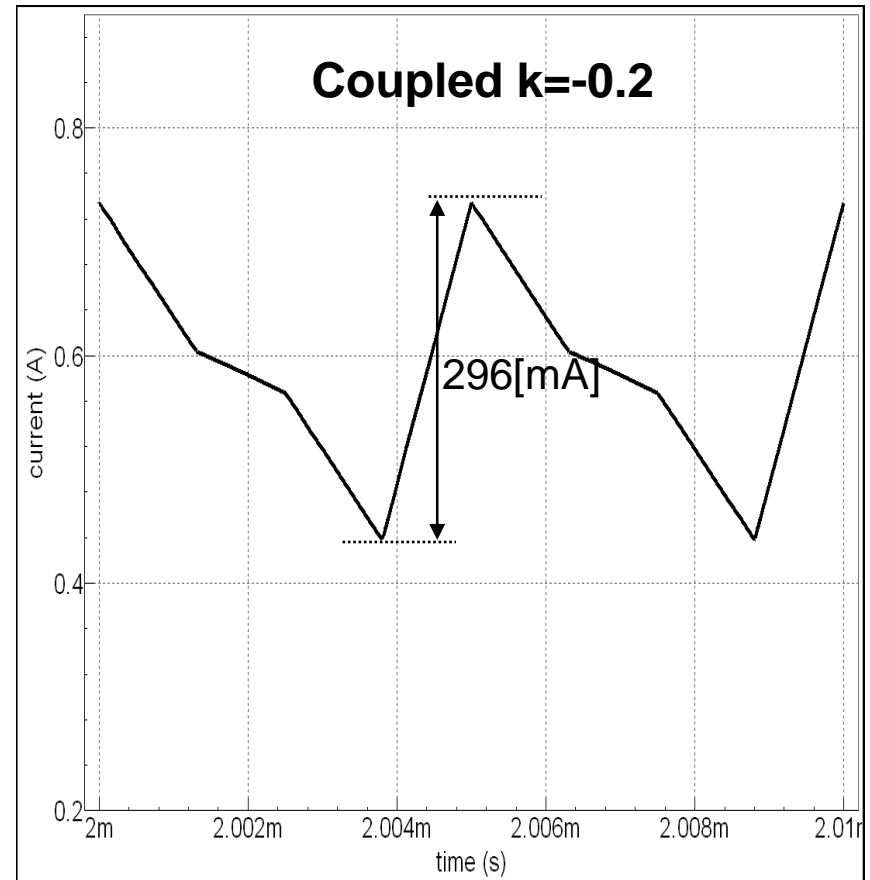
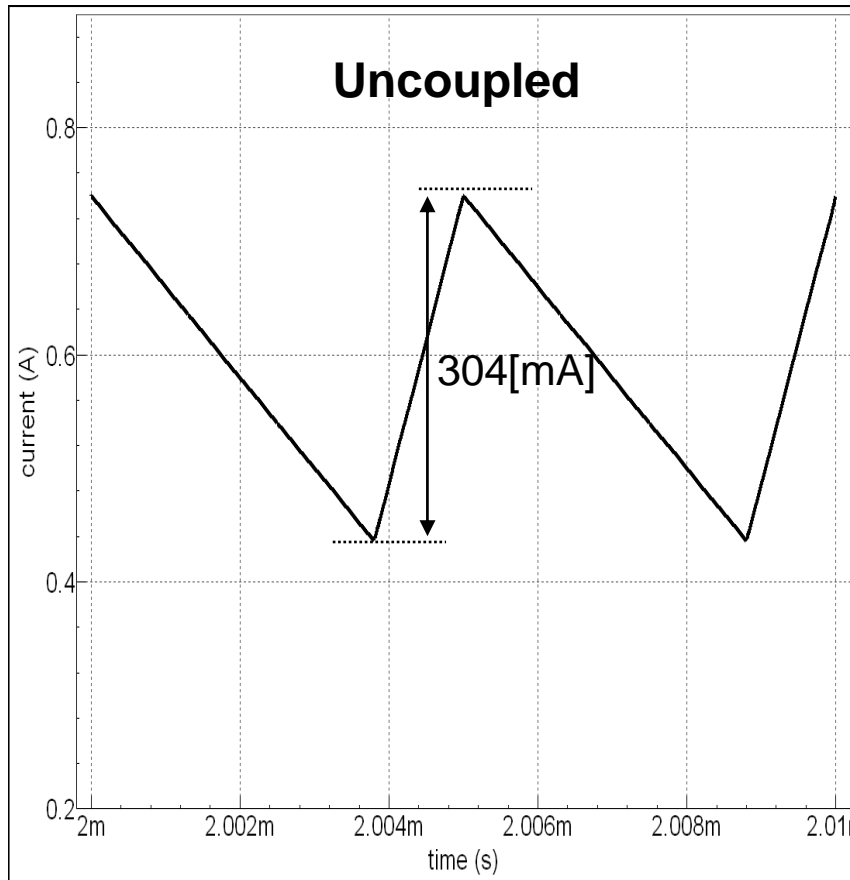
$L_1=L_2=L$  : 15 [ $\mu$ H]

$k=M/L$  : -0.2

- 負荷変動

1.2 [A]  $\Rightarrow$  3.6 [A]

# シミュレーション結果 各相電流リップルの比較



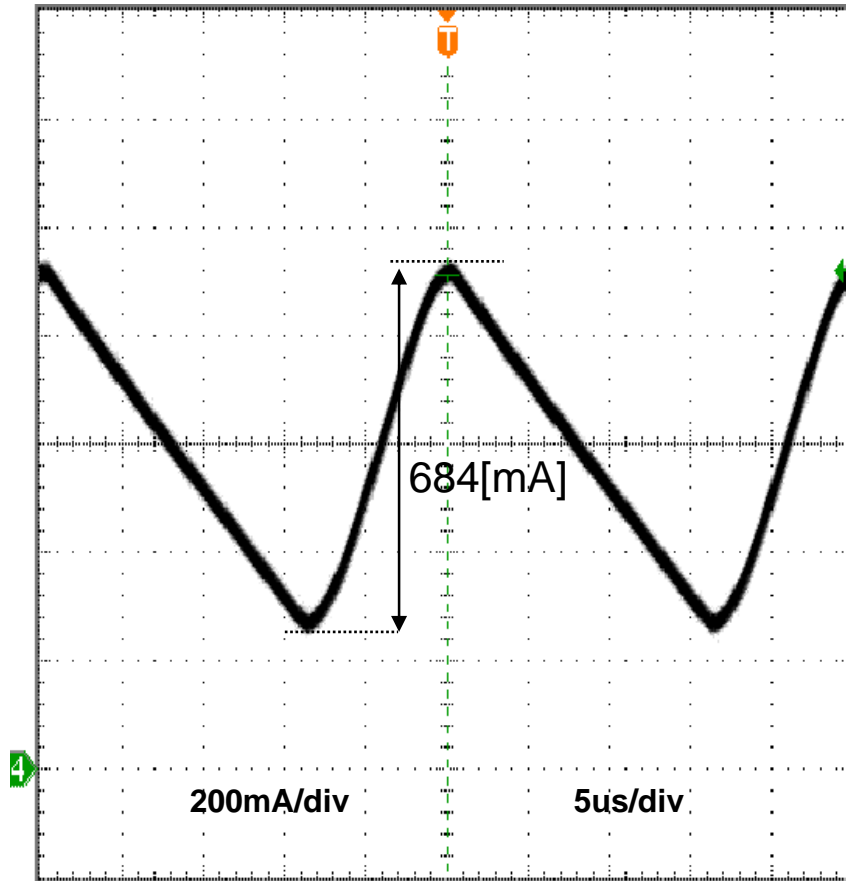
**Ripple reduction :**

$$\frac{\Delta I_{pp}}{I_{pp-uncoupled}} = \frac{k \left( k + \frac{D}{1-D} \right)}{1-k^2} \doteq 0.026 = 2.6\%$$

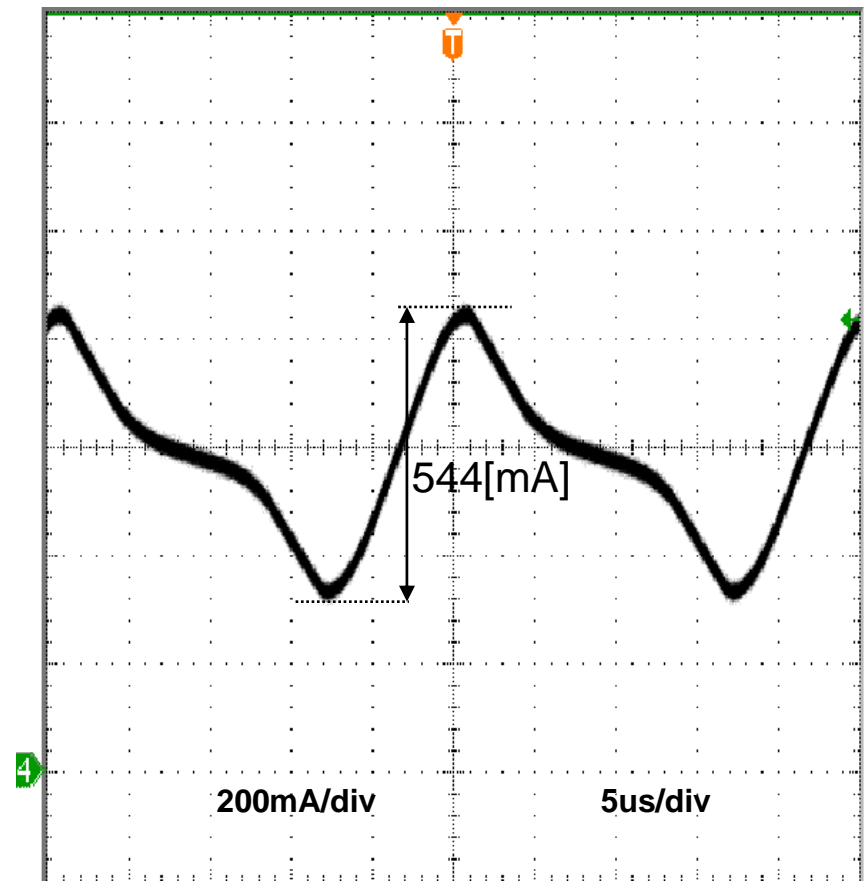


# 実験結果 各相電流リップルの比較

Uncoupled



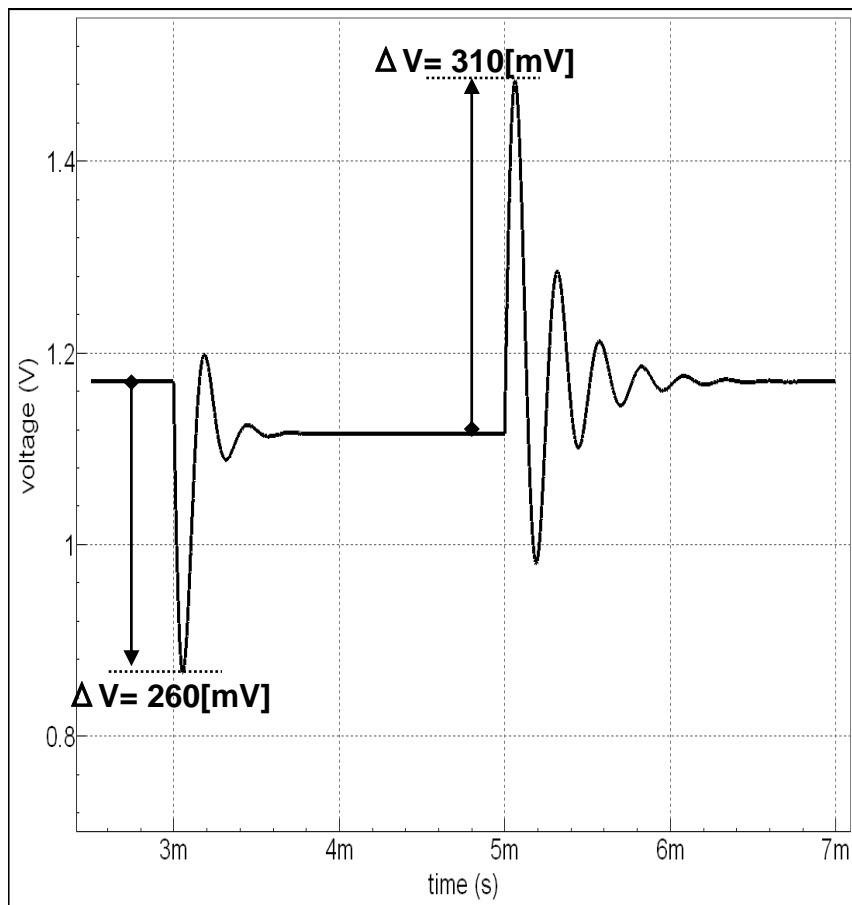
Coupled  $k=-0.2$



Ripple reduction : 20.5%

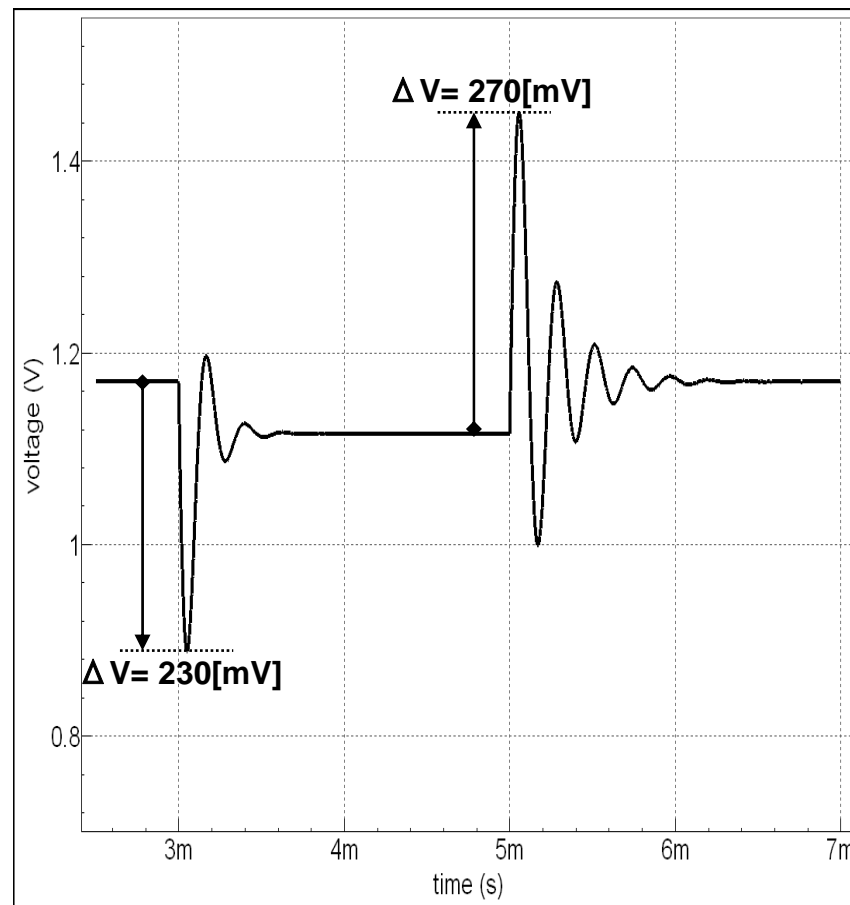
# シミュレーション結果 過渡応答

## Uncoupled



**Undershoot reduction : 11.5%**

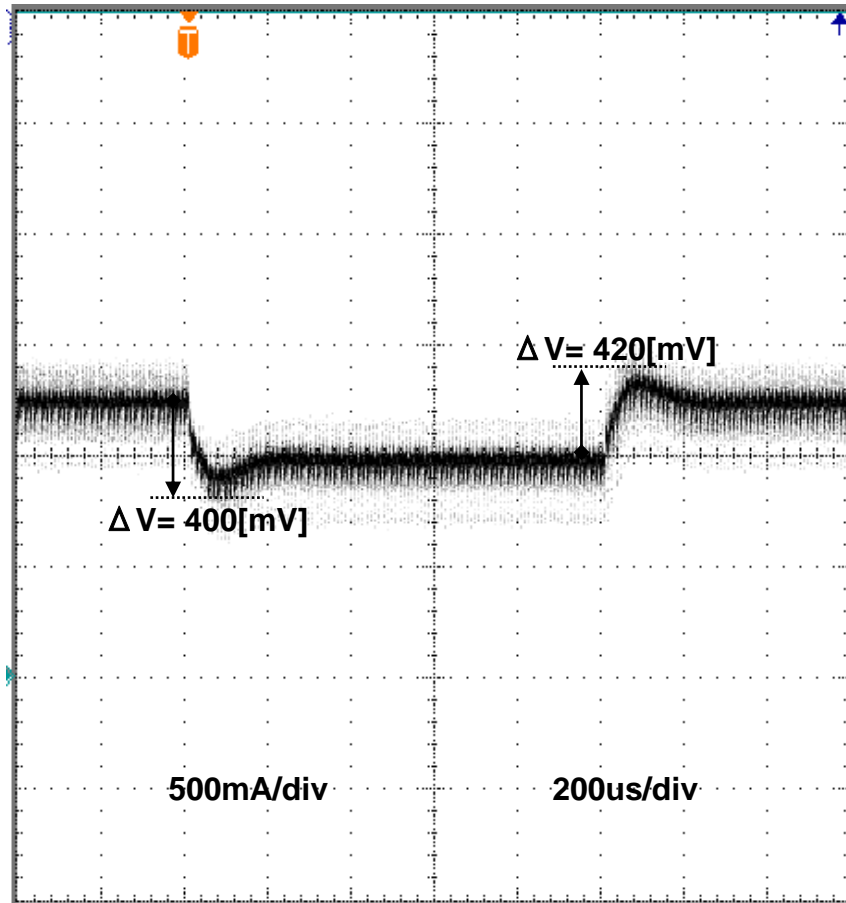
## Coupled k=-0.2



**Overshoot reduction : 13%**

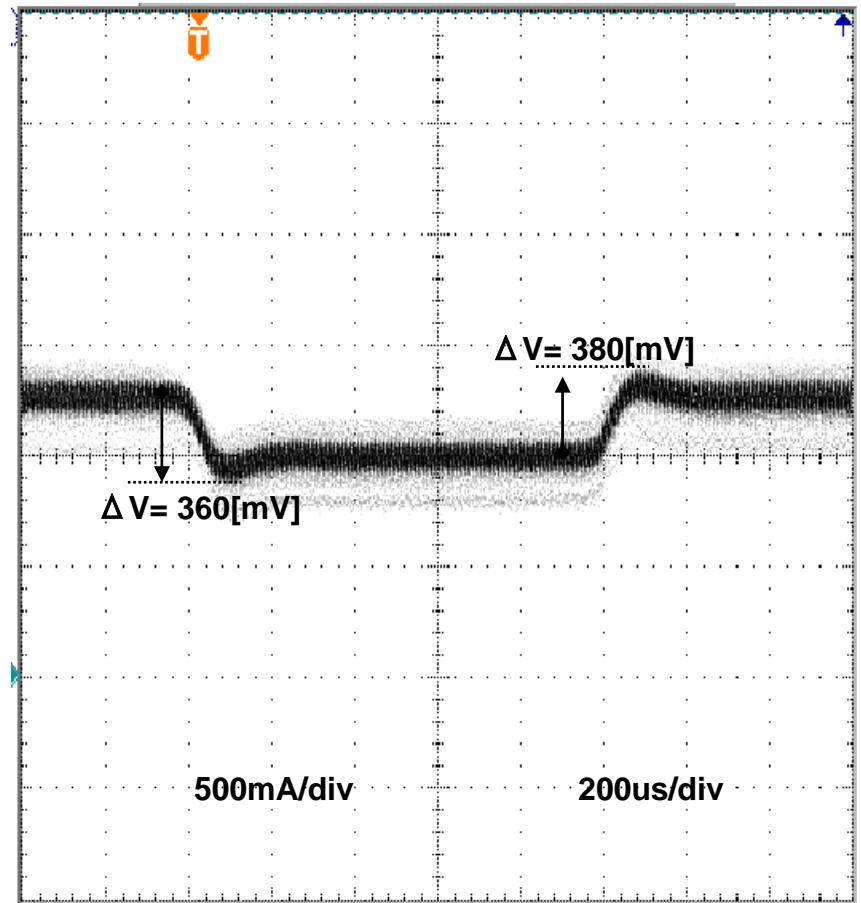
# 実験結果 過渡応答

Uncoupled



Undershoot reduction : 10%

Coupled  $k=-0.2$



Overshoot reduction : 9.5%

# Outline

- 研究背景と目的
- 降圧型DC-DCコンバータの原理
- カップルド・インダクタを用いたDC-DCコンバータ
  - 定常状態における理論解析
  - 過渡状態における理論解析
- 状態平均化方程式による理論解析
- シミュレーションと実験結果
- **まとめ**

# まとめ

- カップルド・インダクタ2相降圧型  
DC-DCコンバータの理論解析
  - 高速応答性
  - 各相電流リップル
  - 設計指針パラメータ
- シミュレーションと実験 (Duty=24%、k=-0.2)

明確定

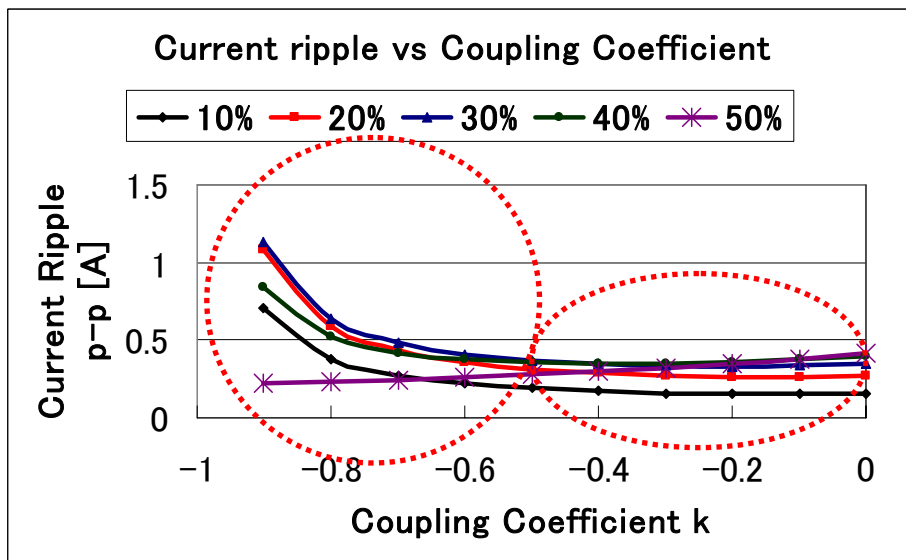
シミュレーション：

|             |       |
|-------------|-------|
| アンダーシュートの減少 | 11.5% |
| オーバーシュートの減少 | 13%   |
| 各相電流リップルの減少 | 2.6%  |

実験：

|             |       |
|-------------|-------|
| アンダーシュートの減少 | 10%   |
| オーバーシュートの減少 | 9.5%  |
| 各相電流リップルの減少 | 20.5% |

# デューティに対する結合係数の特性



- デューティによって、
- ✓ 高速応答性
  - ✓ 各相電流リップルの低減
  - ✓ さらに高速応答性

↓  
マルチフェーズを併用

Duty : 24%、負荷 : 1.2[A] ⇒ 3.6[A]、3.6[A] ⇒ 1.2[A]

