# Nauta のOTA を用いた高周波Gm - Cバンドパス フィルタの検討

\* 林 海軍 清水 一也 高橋 洋介 元澤 篤史 小林 春夫 神宮 善敬 高井 伸和 群馬大学工学部電気電子工学科 〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1

 $Phone: 0277\text{-}30\text{-}1788 \quad Fax: 0277\text{-}30\text{-}1707 \quad e\text{-}mail: \texttt{k\_haruo@el.gunma-u.ac.jp}$ 

## High-Frequency High-Q Gm-C Bandpass Filter Design

HaiJun LIN, Kazuya SHIMIZU, Yousuke TAKAHASHI, Atsushi MOTOZAWA Haruo KOBAYASHI, Yoshitaka JINGU, Nobukazu TAKAI Electronic Engineering Department, Faculty of Engineering, Gunma University 1-5-1 Tenjin-cho Kiryu Gunma Japan 376-8515

**Abstract** - This paper describes design of a second-order continuous-time Gm-C bandpass filter based on Nauta's OTA for applications in continuous-time bandpass  $\Delta\Sigma$  AD modulators. Our design shows that by using  $0.25\mu m$ CMOS process, Gm-C bandpass filter with center frequency of 1GHz, bandwidth of 45MHz and Q factor of 22, passband gain of 20dB may be feasible.

キーワード: CMOS、トランスコンダクタンス増幅器、NautaのOTA、Gm-C フィルタ、高周波 Keywords: CMOS, OTA, Nauta's OTA, Gm-C Filter, High Frequency

#### I. はじめに

著者らは携帯電話や無線 LAN 等の通信システムへ の応用を目的に高周波・低消費電力での CMOS 連続時 間バンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器の実現の検討を行っている [1]. この内部で用いる連続時間バンドパス・フィルタを  $g_m$ -C フィルタ [3, 4, 5] を用いて中心周波数が 1GHz, Q 値が 20 を目標としている. このため帯域が高く また (中心周波数が  $2\pi g_m/C$  で決まるため)  $g_m$  値が 大きい CMOS OTA (Operational Transconductance Amplifier) 回路が必要であるが、この CMOS OTA 回 路として Nauta の OTA 回路 [6, 7] が適していると考 えた. Nauta の OTA 回路のノイズと非線形性の特性 を分析し寄生容量の効果を考慮して Nauta OTA を用 いた 2 次のバンドパスフィルタを設計した. SPICE シ ミュレーションで中心周波数 1GHz、Q 値が 22 を達 成していることを確認したので報告する.

#### II. Nauta のOTA 回路

高周波 Gm-C フィルタの実現のためには、フィルタ の基本素子である OTA 回路に対し、次のことが必要 である. (i) 高い DC ゲイン. (ii) 高周波数で動作可 能. (ii) 高い線形性. Nauta の OTA 回路は図1のように6つのインバー タで構成され、回路は対称であるのでインバータの偶 数次非線形性はキャンセルされる. 内部ノードが無 いため寄生容量による高次極が発生せず理想に近い積 分器が実現でき、高周波特性が良いフィルタを構成で きる [6, 7, 8]. 以上の特徴から Nauta の OTA 回路は 今回のフィルタ実現に適していると考える.



図 1: Nauta の OTA 回路. Fig.1: Nauta's OTA circuit.

#### 2.1 NautaのOTA回路の解析

差動入出力の Nauta の OTA 回路は 2 つの CMOS インバータ回路が基本になっている [6, 7]. 図 2 におい



図 2: Nauta の OTA 回路のコア部分. Fig 2: Core of Nauta's OTA circuit.

て、入力電圧  $V_{inp}$ ,  $V_{inm}$  は次のように表される.

$$V_{inp} = V_{cm} + \frac{1}{2}V_d, \quad V_{inm} = V_{cm} - \frac{1}{2}V_d.$$

ここで *V<sub>cm</sub>* は入力コモンモード信号成分、*V<sub>d</sub>* は入力 の差動信号成分でそれぞれ次のように定義する.

$$V_{cm} = \frac{1}{2}(V_{inp} + V_{inm}), \quad V_d = V_{inp} - V_{inm}.$$

次の条件でインバータ入力が *V<sub>cm</sub>* の時、出力電流は ゼロになる.

$$V_{cm} = \frac{V_{dd} - |V_{thp}| + \alpha V_{thn}}{1 + \alpha},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_p}}, \qquad \beta = \frac{1}{2}\mu C_{ox}\frac{W}{L}.$$

図 2 ですべての PMOS, NMOS が飽和領域で動作し ているとき次の関係が 成立する.

$$i_{1} = \beta_{p}(V_{DD} - V_{inp} - |V_{thp}|)^{2},$$

$$i_{2} = \beta_{p}(V_{DD} - V_{inm} - |V_{thp}|)^{2},$$

$$i_{3} = \beta_{n}(V_{inp} - V_{thn})^{2},$$

$$i_{4} = \beta_{n}(V_{inm} - V_{thn})^{2}.$$

差動出力電流を次のように定義する.

$$i_{op} = i_2 - i_4$$
,  $i_{om} = i_1 - i_3$ ,  $i_{out} = i_{op} - i_{om}$ .

このとき

$$i_{op} = \beta_p (V_{DD} - V_{inm} - |V_{thp}|)^2$$
$$- \beta_n (V_{inm} - V_{thn})^2,$$
$$i_{om} = \beta_p (V_{DD} - V_{inp} - |V_{thp}|)^2$$
$$- \beta_n (V_{inp} - V_{thn})^2$$

となり、差動出力電流 iout は次のようになる.

$$i_{out} = [\beta_p (V_{DD} - |V_{thp}|) - \beta_n V_{thn}] \cdot V_d + (\beta_n - \beta_p) V_{cm} \cdot V_d.$$

式を整理すると次のように gm が得られる.

$$g_m = \left(V_{DD} - |V_{thp}| - V_{thn}\right)\sqrt{\beta_p \beta_n}.$$
 (1)

 $G_m$ -C フィルタではプロセス変動、温度変動に応じ て OTA 回路の  $g_m$  値を(自動)調整する必要がある. Nauta の OTA 回路では  $g_m$  値を調整するためには式 (1) から  $\beta$ (すなわち MOS のサイズ  $W_n/L_n, W_p/L_p$ ),  $V_{DD}, V_{thp}, V_{thn}$  のいずれかを変化させればよいこと がわかる. 文献 [6, 7] では  $V_{DD}$  を外部からの電源電圧 ではなく内部的に作り出しこの値を自動調整して  $g_m$ 値を制御している. また、図 1 で INV4, INV5 が負 性抵抗として働くので、OTA の出力抵抗を補正して OTA 回路の DC ゲインを向上させると同時に出力の コモンモード電圧を制御することが出来る. 負性抵抗 による補正を行うため INV4, INV5 は (INV1, INV2, INV3, INV4 とは) 別の補助電源電圧を用いる.

III. Nauta の OTA 回路の非線形性とノイ ズ解析

OTA 回路の非線形性は Gm-C フィルタ全体の線形 性を左右するため、OTA 回路の線形性を分析する必 要がある。また OTA 回路で線形性とノイズはトレー ドオフであるので [9]、ノイズについて分析し線形性 とノイズに適する回路設計を行う事が必要である. 3.1 OTA 回路の非線形性に関する分析

OTA 回路の非線形性の原因: 1:MOS トランジスタ 間のミスマッチ. 2:MOS トランジスタ閾値電圧のミス マッチ. 3:キャリア移動度の低下. 4:高周波領域で寄 生容量の影響.

トランジスタの移動度の式は以下のように表される.

$$\mu_n = \frac{\mu_{n0}}{1 + \theta_n (V_{gsn} - V_{thn})}$$
  
$$\mu_p = \frac{\mu_{p0}}{1 + \theta_p (V_{sgp} - |V_{thp}|)}.$$

図 2 での Nauta OTA 回路の電流関係を整理すると

$$I_{out} = I_{op} - I_{om}$$
  
=  $(I_3 - I_1) - (I_4 - I_2)$   
=  $(I_3 - I_4) + (I_2 - I_1)$ 

となる. 関係式を Taylor 展開を行なう.

$$I_{3} - I_{4} \approx \frac{\beta_{0n}V_{on}(1 + \frac{1}{2}\theta_{n}V_{on})}{(1 + \theta_{n}V_{on})^{2}} \cdot V_{id}$$
$$- \frac{\theta_{n}\beta_{0n}}{2(1 + \theta_{n}V_{on})^{4}} \frac{1}{4}V_{id}^{3} \cdot I_{2} - I_{1} \approx \frac{\beta_{0p}V_{op}(1 + \frac{1}{2}\theta_{p}V_{op})}{(1 + \theta_{p}V_{op})^{2}} \cdot V_{id}$$
$$- \frac{\theta_{p}\beta_{0p}}{2(1 + \theta_{p}V_{op})^{4}} \frac{1}{4}V_{id}^{3} \cdot I_{2}^{3} \cdot I_{2$$

ここで

$$\begin{aligned} V_{on} &= V_{cm} - V_{thn}, \quad V_{op} = V_{DD} - V_{cm} - |V_{thp}|, \\ \beta_{0n} &= \mu_{n0} C_{ox} \frac{W_n}{L_n}, \quad \beta_{0p} &= \mu_{p0} C_{ox} \frac{W_p}{L_p}. \end{aligned}$$

出力電流: $I_{od} \approx \alpha_1 V_{id} + \alpha_3 V_{id}^3$ . また

 $\beta_{0n} \approx \beta_{0p} = \beta_0, \qquad V_{on} = V_{op} = V_o$ 

と仮定とすると次の関係が得られる.

$$\alpha_1 \approx 2\beta_0 V_o, \quad \alpha_3 \approx -\frac{\beta_0}{8}(\theta_n + \theta_p),$$

$$g_m(V_{id}) = \frac{\delta I_{od}}{\delta V_{id}} = \alpha_1 + 3\alpha_3 V_{id}^2.$$

NautaのOTA回路の3次歪みは次のようになる.

$$\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\approx -\frac{\theta_n+\theta_p}{16V_o}=-\frac{\theta_n+\theta_p}{8(V_{DD}-|V_{thp}|-V_{thn})}$$

3.2 OTA 回路のノイズ分析

OTA 回路のノイズモデルは高周波領域において熱雑 音だけを考えると図3のようになる.



図 3: OTA 回路のノイズモデル Fig.3: Noise model of OTA circuit

ーつのインバータの出力換算電流雑音は次のように なる.

$$i_{inv}^2 = 4kTgm_n df + 4kTgm_p df$$

$$gm_n = gm_p, \quad gm_n + gm_p = gm^{inv}$$

と仮定すると、OTA の出力換算電流ノイズは次の式に表される.

$$\overline{i_{nd}^2} = 4kTdf \sum_{n=1}^6 gm_n^{inv}$$

OTA 回路の非線形性とノイズの最適化は電源電圧、 gm に関係する事が分かる.

3.3 OTA 回路からなる積分器の特性

設計した OTA 回路の高周波を確認するため、OTA 回 路からなる積分器の解析を行った.図4 にその AC 解 析結果を示す.



図 4: Gm-C 積分器のゲインと位相特性. Fig.4: Gain and phase characteristics of Gm-C integrator.

IV. 高周波バンドパス G<sub>m</sub> - C フィルタ バンドパスフィルタの実現法として能動タイプと受動 タイプに分類できる. 能動タイプのものはオペアン プを用いた能動 RC フィルタ及び OTA 回路を用いた Gm-C フィルタのものがある [3, 4, 5, 9, 10]. また受 動タイプは抵抗 R と容量 C を用いた RC ポリフェー ズ・フィルタがある [11, 12, 13]. Gm-C フィルタは Passive RLC フィルタを原型とし、gyrator 構造を用 いて L,R を等価的に Gm で実現するフィルタである. オープンループで構成されるため、高周波領域での動 作に適している.

今回の設計目標は中心周波数  $f_c = 1GHz$ 、Q = 30、 1GHz でのゲイン 20dB とした.

4.1 2次 Passive RLC フィルタ

今回設計を行った  $G_m - C$  フィルタの原型となる Passive RLC フィルタを図 5 で示される.



図 5: Passive RLC フィルタ. Fig.5: Passive RLC filter.

このフィルタの伝達関数は次の式で表わせる.

$$\frac{V_o}{V_{in}}(s) = \frac{sg_mL}{s^2LC + s\frac{L}{R} + 1}$$

正規化したバンドパスフィルタの伝達関数から

$$T(s) = \frac{A(\frac{s}{\omega_0})\frac{1}{Q}}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + (\frac{s}{\omega_0})\frac{1}{Q} + 1}$$

 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}, \quad A = g_m R$ が得られる. この RLC フィルタをベースにして次のように 2 次  $G_m - C$ バンドパスフィルタの設計を行った.

4.2 2次高周波  $G_m - C$  バンドパスフィルタの設計

図 6 で示すように、3 つの  $G_m$  素子 (入力  $g_{m1}$  と 2 つの  $g_m$ ) と1 つのキャパシタ ( $C_2$ ) でインダクタン スを構成し、1 つの  $G_m$  素子 ( $g_{m2}$ ) で抵抗を構成する 事で、 $G_m - C$  バンドパスフィルタの設計を行った. その伝達関数は次のようになる.

$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{s \cdot g_{m1}C_2/g_m^2}{s^2 \cdot C_1 C_2/g_m^2 + s \cdot g_{m2}C_2/g_m^2 + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{g_m}{\sqrt{C_1 C_2}}, \quad Q = \frac{g_m}{g_{m2}} \cdot \frac{\sqrt{C_2}}{\sqrt{C_1}}, \quad A = \frac{g_{m1}}{g_{m2}}$$

**4.3** G<sub>m</sub> - C フィルタの高周波領域での動作

高周波領域において寄生容量の影響が無視できなく なるが、今回の設計で用いたインバータ構造の OTA 回路ではミラー効果の影響で寄生容量が更に大きくな



図 6: Gm-C バンドパスフィルタ Fig.6: Gm-C bandpass filter.

る. その寄生容量は OTA 回路の入力と出力端子で集中すると考え、図 7 のようにモデル化できる. 寄生容量はバンドパスフィルタのキャパシタ *C*<sub>1</sub>,*C*<sub>2</sub>



図 7: 寄生容量を持つ Gm-C バンドパスフィルタ. Fig.7: Gm-C bandpass filter with parasitic capacitances.

と合わせ、フィルタ回路の高周波動作を決める. その 実際実効キャパシタを  $C_{eff1}, C_{eff2}$  とすると次の関係 が得られる.

 $C_{eff1} \approx C_1 + C_{gs,gm} + C_{gs,gm2}, C_{eff2} \approx C_2 + C_{gs,gm}.$ 高周波数ではバンドパスフィルタの伝達関数は次の式 で表せる.

$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{s \cdot g_{m1}C_{eff2}g_m^2}{s^2 \cdot C_{eff1}C_{eff2}/g_m^2 + s \cdot g_{m2}C_{eff2}/g_m^2 + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{g_m}{\sqrt{C_{eff1}C_{eff2}}}, \qquad Q = \frac{g_m}{g_{m2}} \cdot \frac{\sqrt{C_{eff2}}}{\sqrt{C_{eff1}}}$$

計算によって  $C_{eff1} \approx 0.89 pF, C_{eff2} \approx 0.87 pF$  が得

られた. 設計目標を達成するための各  $G_m$  値は図 6 で  $g_m = 5.58mS, g_{m1} = 1.86mS, g_{m2} = 0.186mS$  であ る. 設計した Gm-C フィルタとベースである RLC フィルタの AC 解析を図 8 に示す.



図 8: RLC フィルタと Gm-C フィルタの AC 解析 Fig.8: AC analysis of RLC filter and Gm-C bandpass filter.

Table 1:	モデルの	RLC 🕽	フィルタ	と設計	Gm-C	フィルタ

RLC Filter	Gm-C Filter
$f_c = 1GHz$	$f_c = 1GHz$
Av(1GHz) = 20dB	Av(1GHz) = 19dB
BW = 33MHz	BW = 45MHz
Q = 30	Q = 22

設計した Gm-C フィルタの時間応答シミュレーション 結果を図 9 に示す.入力信号は 1*GHz*, 20mV<sub>pp</sub> の正 弦波である.OTA 回路の電源電圧 (2.7V) と補正電源 電圧 (2.85V) が異なるため、入力と出力信号のコモン モード電圧が異なる.

Table 2: RLC フィルタと Gm-C フィルタの (等価) 素子値 RCL Filter Cm C Filter

non rmei	GIII-O FIIter
L = 39nH	$L_{eff} \approx 26.4 nH$
C = 0.65 pF	$C_{eff} \approx 0.96 pF$
$R=6.67k\Omega$	$R_{rff} \approx 3.65 k\Omega$

**4.4** *G<sub>m</sub>* - *C* フィルタの線形性解析

高周波領域で動作するバンドパスフィルタでは3 次相互変調歪み (IM3) が最も問題となる歪み成分とな る。入力が

 $V_{in}(t) = A\cos(\omega_1 t) + A\cos(\omega_2 t)$ 

の場合、出力の信号成分と3次相互変調歪み成分はそ





れぞれ $\alpha_1A + \frac{9}{4}\alpha_3A^3$ と $\frac{3}{4}\alpha_3A^3$ となる. したがって

$$IM_3 \approx \frac{3}{4} \cdot \frac{|\alpha_3|}{|\alpha_1|} A^2 = 3HD_3$$

入力信号が $f_1 = 1GHz$ .  $f_2 = 1.01GHz$ の場合、3次 相互変調歪み成分が990MHzと1.02GHzで現れ入 力振幅A = 20mVのとき $IM_3 \approx -41.2dB$ となった. **4.5** $G_m - C$ フィルタ・チューニング用レギュレータ

今回設計した回路を用いた OTA 回路は電源電圧を制 御することで  $g_m$  値を調整できる. このためのシリー ズレギュレータとしては電源  $V_{pp}$  のノイズの影響を受 けにくいように図 10 の NMOS で受けるタイプのもの を使用する. (PMOS で受ける回路は電源ノイズの影 響が大きい.) オペアンプのプラス側入力の  $V_{cm}$  を制 御することで  $V_{dd}$  の値、したがって  $g_m$  の値を調整で きる. 入力信号が 1*GHz* の場合に、 $V_{dd}$  の  $V_{pp}$  に対す る *PSRR* は  $\approx -47.4dB$  となった.



図 10: Gm-C バンドパスフィルタのチューニング用レ ギュレータ.

Fig.10: Regulator for Gm-C bandpass filter tuning.

4.6  $G_m - C$  フィルタのシミュレーション特性

Table 3:  $G_m - C$  フィルタ全体のシミュレーション結果

Process	$0.25 \mu m \text{ CMOS}$		
Filter Type	2nd-order bandpass		
Power Supply	2.7V(2.85V)		
Power Conception	< 50 mW		
Center Frequency	1GHz		
Passband Width	45MHz		
Q-Factor	22		
Passband Gain	19dB		
Group Delay	4.57nS		
Output Noise Density	$17.2 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$		
Noise $(950MHz \ 1.05GHz)$	$171.6\mu V_{rms}$		
$IM_3$	-41.2 dB		

### V. まとめと今後の課題

CMOS IC 内での高周波フィルタの実現のためには CMOS チップ上に L を作成した LC フィルタが用い られることが多く、Gm-C フィルタでの実現例は少な い.しかしながら CMOS IC 内では Gm-C フィルタ のほうが実現しやすい.我々は Nauta の OTA 回路を 用いた Gm-C フィルタでの高周波フィルタの実現の 可能性を検討した.0.25µm CMOS BSIM3v3 パラ メータでの SPICE シミュレーション上では 1pF 未満 の容量 C を用いて中心周波数 1GHz、Q 値 22 のバン ドパスフィルタがで実現できた.今後は以下のことを 行っていく.

- Gm-Cバンドパスフィルタの基本素子であるOTA
   回路の非線形性とノイズのトレードオフの関係を
   更に明確し、回路の最適化設計を行う.
- ・設計したバンドパスフィルタの特性を生かし、連 続時間バンドパス △ΣAD 変調器全体の設計、試 作していく。

謝辞 貴重なコメントをいただきました宮本雅之様、 堀真一様、道正志郎様、Kh. Hadidi 様に感謝いたし ます.

## 参考文献

- M. Uemori, H. Kobayashi, T. Ichikawa, A. Wada, K. Mashiko, T. Tsukada, M. Motta, "High-Speed Continuous-Time Subsampling Bandpass AD Modulator Architecture, "*IEICE Trans. Fundamentals*, E89-A, no.4 (April 2006) (in press).
- [2] L, J. Breems, " A cascaded continuous-time  $\Sigma\Delta$  modulator with 67dB Dynamic Range in 10MHz

Bandwidth," ISSCC Digest of Technical Papers, vol.47, pp.72-73 (Feb. 2004).

- [3] Y. P. Tsividis, "Integrated Continuous-Time Filter Design - An Overview," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.29, no.3, pp.166-176 (Mar. 1994).
- [4] K. Su, Analog Filters, Second Edition, Kluwer Academic Publishers (2002).
- [5] S. Dosho, T. Morie, H. Fujiyama, "A 200MHz Seventh-Order Equiripple Continuous-Time Filter by Design of Nonlienarity Suppression in 0.25μm CMOS Process," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.37, no.5, pp.559-565 (May 2002).
- [6] B. Nauta, "A CMOS Transconductance-C Filter Technique for Very High-Frequencies," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.27, no.2, pp.142-153 (Feb. 1992).
- [7] B. Nauta, Analog CMOS Filters for Very High-Frequencies, Kluwer Academic Publishers (1993).
- [8] P. Andreani and S. Mattisson "On the Use of Nauta's Transconductor in Low-Frequency CMOS  $g_m$ -C Bandpass Filters," *IEEE Journal* of Solid-State Circuits, vol.37, no.2, pp.114-124 (Feb. 2002).
- [9] S. Hori, T. Maeda, N. Matsuno, H. Hida, "Low-Power Widely Tunable Gm-C Filter with an Adaptive DC Blocking, Triode-biased MOSFET Transconductor," *European Solid-State Circuits Conference*, pp.99-102, Leuven, Belgium (Sept. 2004).
- [10] Kh. Hadidi, K. Eguchi, T. Matsumoto, "A 430MHz, -52 dB THD, Single Transconductor, 3rd-Order Low-Pass Filters and its Extension to a 5th-Order, in a 0.5μm CMOS Process," *European Solid-State Circuits Conference*, pp.390-393, Germany (Sept. 1999).
- [11] F. Behbahani, Y. Kishigami, J. Leete and A. A. Abidi, "CMOS Mixers and Polyphase Filters for Large Image Rejection," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol.36, no.6, pp.873-887 (June 2001).
- [12] N. Yamaguchi, H. Kobayashi, J. Kang, Y. Niki and T. Kitahara, "Analysis of RC Polyphase Filters - Higher-Order Filter Transfer Function, Nyquist Chart, Parasitic Capacitance Effects -," *IEICE Technical Meeting of Circuits and Sys*tems, pp.29-34, Wakayama (Jan. 2003).
- [13] Y. Niki, J. Kang, H. Kobayashi, N. Yamaguchi and T. Kitahara, "Analysis and Design of RC Polyphase Filters - Input Impedacne, Output Termination, Component Mismatch Effects, Flat-Passband Filter Design -," *IEICE Technical Meeting of Circuits and Systems*, pp.35-40, Wakayama (Jan. 2003).