論　文

通信用A-D変換器テスト評価のためのマルチトーンカーブフィッティングアルゴリズム

本木　義人[†]　菅原　秀武[†]　小林　春夫[† a)]　小室　貴紀[††]
酒寄　寛[††]

Multi-Tone Curve Fitting Algorithms for Communication Application ADC Testing

Yoshito MOTOKI[†], Hidetake SUGAWARA[†], Haruo KOBAYASHI[† a)],
Takanori KOMURO[††], and Hiroshi SAKAYORI[††]

あらまし　携帯電話の受信部等に用いられる通信用（周波数領域）アプリケーションのA-D変換器に対するテスト評価のために，入力周波数が既知及び未知のそれぞれの場合についてマルチトーンカーブフィッティングアルゴリズムを開発したので報告する．これらの開発したアルゴリズムを評価するために数値シミュレーションを行い，有効性を確認した．その結果，特に入力周波数が未知の場合は従来の正弦波カーブフィッティングアルゴリズムを繰り返して用いる場合よりも高精度な推定結果が得られた．

キーワード　A-D変換器，サインカーブフィッティング，相互変調ひずみ，マルチトーン信号，ミックスドシグナルLSIテスタ

1. まえがき

携帯電話の受信部等に用いられる通信用A-D変換器は相互変調ひずみ（Intermodulation Distortion: IMD）やノイズパワー比 (Noise Power Ratio) のような周波数領域の性能が重要であるので，その性能評価のためにマルチトーンテスト法が用いられる [1]〜[6]．マルチトーンテスト法においては，複数の周波数の正弦波の和の入力信号

$$V_{in}(t) = \sum_{l=1}^{n}[A_l \cos(\omega_l t) + B_l \sin(\omega_l t)] + C \quad (1)$$

がADCに与えられる．例えば，ADSLアプリケーションでは$n = 256$が用いられている．簡単のために，下記のようにツートーン信号 ($n = 2$) の場合を考える．

$$V_{in}(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + B_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) + B_2 \sin(\omega_2 t) + C.$$

ADCの入出力特性が非線形性をもっているとき，出力はω_1，ω_2の信号成分だけでなく $p\omega_1 + q\omega_2$ $(p, q = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...)$ の角周波数成分をもち，これらは相互変調ひずみ（IMD）と呼ばれている．その中で$2\omega_1 - \omega_2$, $2\omega_2 - \omega_1$の3次IMD成分の評価は特に重要である．なぜなら，$\omega_1 \approx \omega_2$のとき，$2\omega_1 - \omega_2$, $2\omega_2 - \omega_1$のスペクトルは信号成分ω_1，ω_2に比較的近いところ（すなわち信号帯域）に現れるからである（図1）．しかしながら，ADCテスティングでのIMD評価技術はまだ完成されてはいない．問題の一つはマルチトーン信号を生成する基準信号発生器がないことであり，もう一つはIMDを評価する良い評価アルゴリズムがないことである．本論文では，この二つ目の問題点を解決することを目的とし，新しい評価アルゴリズムを記述する．

† 群馬大学工学部電気電子工学科，桐生市
Dept. of Electronic Engineering, Gunma University, 1-5-1 Tenjin-cho, Kiryu-shi, 376-8515 Japan
†† アジレント・テクノロジー株式会社，八王子市
Agilent Technologies Japan, Ltd., 9-1 Takakura-cho, Hachioji-shi, 192-8510 Japan
a) E-mail : k_haruo@el.gunma-u.ac.jp

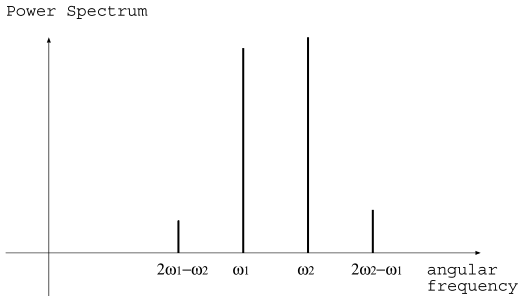


図 1　典型的なツートーン信号の ADC 出力のパワースペクトル．信号成分は ω_1 , ω_2 に位置し，$m\omega_2 + n\omega_1$ には相互変調ひずみが現れている $(m, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots)$.

Fig. 1　Typical ADC output power spectrum for a two-tone input signal. Signal components are located at ω_1 and ω_2, while intermodulation components are at $m\omega_2 + n\omega_1$ $(m, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots)$.

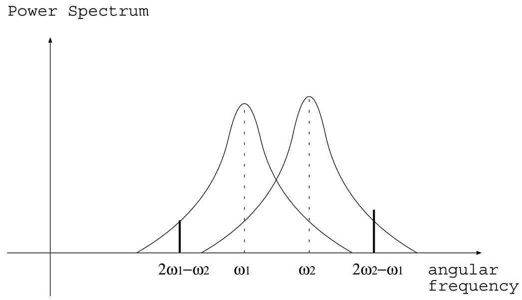


図 3　ツートーン信号入力に対する ADC 出力の窓関数をかけた後のパワースペクトル．$2\omega_2 - \omega_1$, $2\omega_1 - \omega_2$ の 3 次 IMD 成分は，ω_1 , ω_2 のスカートに隠れている．

Fig. 3　ADC output power spectrum for a two-tone input signal after a window function is applied. The 3rd-order IMD components at $2\omega_2 - \omega_1$ and $2\omega_1 - \omega_2$ are hidden in the power spectrum skirts of ω_1 and ω_2.

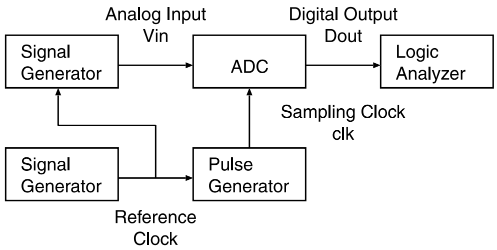


図 2　コヒーレントサンプリングを用いた ADC テストシステム．アナログ入力用の信号発生器とサンプリングクロック用のパルス発生器は，同じ参照クロックで同期がとれている．

Fig. 2　An ADC test system using the coherent sampling method. A signal generator for the input signal and a pulse generator for the sampling clock are synchronized with the same reference clock.

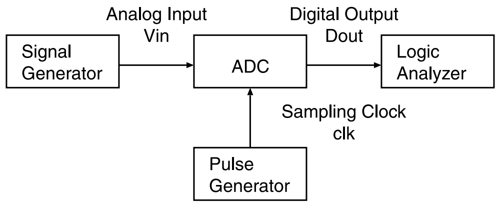


図 4　インコヒーレントサンプリングを用いた ADC テストシステム．アナログ入力用の信号発生器とサンプリングクロック用のパルス発生器は，同期をとっていない．

Fig. 4　An ADC test system using the incoherent sampling method. A signal generator for the input signal and a pulse generator for the sampling clock are not synchronized.

2. FFT 法とカーブフィッティング法

FFT 法は単一正弦波信号 ADC テスト法の評価アルゴルズムとして広くその有用性が認められ [5], [7]〜[9]，マルチトーンテストの場合の評価アルゴリズムとしても有力な候補である．しかしながら，FFT 法はこの場合以下のような欠点がある．

（i）　コヒーレントサンプリング ADC テストの場合 [5], [7]

入力信号と ADC のサンプリングクロックは同期がとれている，すなわちコヒーレントサンプリングの場合を考える（図 2）．もし ω_1 と ω_2 が ω_s/N の整数倍であれば，FFT 法は IMD の評価に直接用いることができる．(ここで，ω_s はサンプリング周波数，N は入力データ数である）しかしながら入力周波数成分が複数なのでこの条件を満足させるのは難しく，特に式 (1) で n が大きい場合は実用上この条件を満たすのは困難である．この条件を満たしていない場合は (FFT は N 個のデータの繰返し信号と仮定するので) FFT の前の ADC 出力データに窓関数を掛けることが必要である [10]．しかし窓関数を掛けて FFT を行うと信号角周波数 ω_1, ω_2 の周りにパワースペクトルのスカートを生じさせてしまい，ω_1, ω_2 に比較的近い，最も重要な 3 次 IMD 成分 $2\omega_1 - \omega_2$ and $2\omega_2 - \omega_1$ をその中に隠してしまうことがしばしばあり，この場合は正確に IMD 評価ができない（図 3）．

(ii)　インコヒーレントサンプリング ADC テストの場合 [5], [7]

次に，入力信号と ADC のサンプリングクロックの

同期をとっていない場合を考える（図4）．例えばシステムに組み込まれたADCを評価する際は，ADCのサンプリングクロックはシステム内のタイムベースを用いなければならないので入力信号と同期がとれず，インコヒーレントサンプリングテストを用いなければならない [3]．前と同様に，ω_1 と ω_2 が ω_s/N の整数倍である条件を満たすのが実用上難しい．したがって同様にしてADC出力データに対し窓関数を掛けることが要求され，信号角周波数 ω_1, ω_2 の周りにパワースペクトルのスカートを生じさせてしまい，ω_1, ω_2 に比較的近い，最も重要な3次IMD成分 $2\omega_1 - \omega_2$ and $2\omega_2 - \omega_1$ をその中に隠してしまう（図3）．

更に，仮に ω_1 と ω_2 が ω_s/N の整数倍であるという条件を満たし窓関数を掛ける必要がない場合でも，インコヒーレントサンプリングの場合においては，アナログ入力 (ω_1, ω_2) 用の信号発生器とサンプリングクロック (ω_s) 用のパルス発生器は，異なる参照タイミングクロックを用いているので，それらのタイミングはわずかに異なっている．したがって，もし我々が信号発生器の $\omega_1/(2\pi)$ を1.0 MHzに設定し，パルス発生器の $\omega_s/(2\pi)$ を1.0 MHzに設定したとしても，その比率 ω_1/ω_s は正確には1.0 ではない．そのためにADC出力データに（窓関数を掛けないで）FFTを行っても信号角周波数 ω_1, ω_2 の周りにパワースペクトルのスカートを生じさせてしまう．

これらの問題を解決するために，シングルトーンカーブフィッティングアルゴリズム [5], [7], [9]（図5）を拡張した，ツートーン（マルチトーン）カーブフィッティングアルゴリズムを開発し，二つのアルゴリズムを得た．一つ目のアルゴリズムはコヒーレントサンプリングADCテストの場合に用いることを想定し，入力角周波数とサンプリング角周波数の比 ω_1/ω_s, ω_2/ω_s が既知の場合である．二つ目はインコヒーレントサンプリングADCテストの場合に用いることを想定し，正確な比率が未知（ただし，およその値はわかっているとする）の場合である．すなわちこのアルゴリズムでは入力角周波数とサンプリング角周波数の比も正確に推定することができる．**3.** において前者を，**4.** において後者を記述する．両者において，窓関数は不必要であるのでFFT法より高精度にIMDを評価することができる．更に数値シミュレーションを行い，これらのアルゴリズムの有効性を評価し，従来のシングルトーンカーブフィットアルゴリズムを繰り返して用いるときよりも高精度の結果が得られるということを確認した．

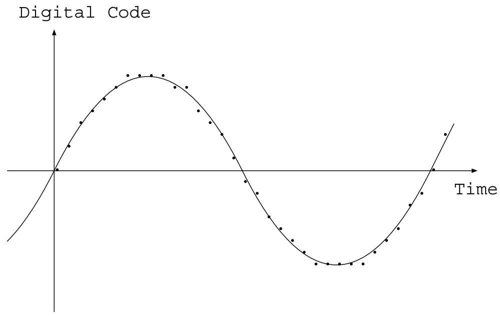


図5　シングルトーンサインカーブフィッティングアルゴリズムの原理の説明．図で点はサイン波入力に対するADC出力を表し，実線はサインカーブフィッティングアルゴリズムによって復元されたサイン波を示している．ADC出力から復元されたサイン波を減算して得られた残差からノイズと相互変調ひずみ成分が求められる．

Fig. 5　Principle of a conventional single-tone curve fitting algorithm. The dots show ADC output for a sinusoidal input and the solid-line indicates a reconstructed sine wave using the curve fitting algorithm.

3. 入力周波数が既知の場合

コヒーレントサンプリングADCテスト法（図2）で入力周波数とサンプリング周波数の正確な比率が既知の場合を考える．

3.1 問題の定式化

ADC に次のマルチトーン信号 $V_{in}(t)$ を入力する．

$$V_{in}(t) = \sum_{l=1}^{n} [A_l \cos(\omega_l t) + B_l \sin(\omega_l t)] + C. \quad (2)$$

$y(k)$ をこの入力に対する時刻 $2\pi k/\omega_s$ $(k = 0, 1, 2, ..., N-1)$ における（すなわち k 番目の）ADCの出力データとする．ここで，ω_s はサンプリング角周波数であり，ω_l/ω_s の比率は既知である $(l = 1, 2, 3, ..., n)$．また，理想的なADCの出力を次のように仮定する．

$$m(k) =: \sum_{l=1}^{n} \left[a_l \cos\left(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k\right) + b_l \sin\left(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k\right) \right] + C. \quad (3)$$

ここで，a_l, b_l, C は定数であり，次の最小2乗規範に従って，ADCの出力データ $y(k)$ の N 個のサンプル $(y(0), y(1), ..., y(N-1))$ から $a_1, a_2, ..., a_n$, $b_1, b_2, ..., b_n$, C を最適推定することを考える．

$$P_e := \sum_{k=0}^{N-1} [y(k) - m(k)]^2 \rightarrow \text{ minimum.} \qquad (4)$$

3.2 解のアルゴリズム

式 (4) で与えられた問題を解くことを考える．ここで，式 (3) と式（4）から P_e は次のようになることに注意して

$$P_e = \sum_{k=0}^{N-1} \Bigg[y(k) - \sum_{l=1}^{n} \left[a_l \cos\left(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k\right) + b_l \sin\left(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k\right)\right] - C \Bigg]^2$$

P_e を各パラメータで偏微分を行いそれをゼロとおく．

$$\frac{\partial P_e}{\partial a_l} = 0, \quad \frac{\partial P_e}{\partial b_l} = 0, \quad \frac{\partial P_e}{\partial C} = 0.$$

ここで $l = 1, 2, .., n$ である．これらから，以下のマルチトーンカーブフィッティングアルゴリズムを得る．

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{y}. \qquad (5)$$

ここで，$\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{F}$ は次のように定義される．

$$\mathbf{x} := (a_1, b_1, a_2, b_2, ..., a_n, b_n, C)^T,$$

$$\mathbf{y} := \left(\sum_{k=0}^{N-1} y_k\alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} y_k\beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} y_k\alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} y_k\beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} y_k\alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} y_k\beta_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} y_k \right)^T,$$

$$\mathbf{F} := (\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, ..., \mathbf{f}_{2n-1}, \mathbf{f}_{2n}, \mathbf{f}_{2n+1}),$$

$$\mathbf{f}_1 := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}^2, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}\beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}\alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}\beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}\alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}\beta_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1} \right)^T,$$

$$\mathbf{f}_2 := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}\alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}^2, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}\alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}\beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}\alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}\beta_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1} \right)^T$$

$$\mathbf{f}_3 := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}\alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}\beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}^2, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}\beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}\alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}\beta_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2} \right)^T,$$

$$\mathbf{f}_4 := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}\alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}\beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}\alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}^2, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}\alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}\beta_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2} \right)^T$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{f}_{2n-1} := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}\alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}\beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}\alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}\beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}^2, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}\beta_{k,n}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn} \right)^T$$

$$\mathbf{f}_{2n} := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}\alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}\beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}\alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}\beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}\alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}^2, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn} \right)^T,$$

$$\mathbf{f}_{2n+1} := \left(\sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k1}, \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{k2}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{k2}, ..., \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kn}, \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kn}, N \right)^T,$$

$$\alpha_{kj} := \cos(2\pi \frac{\omega_j}{\omega_s} k), \quad \beta_{kj} := \sin(2\pi \frac{\omega_j}{\omega_s} k).$$
$$j = 1, 2, ..., n.$$

$\mathbf{F}^{-1}$ は，例えば "クラーメルの公式" を用いて $\mathbf{F}$ から求めることができる．

3.3 アルゴリズムの数値シミュレーションによる評価

式 (5) の計算式（アルゴリズム）により既知入力周波数の場合のマルチトーン入力に対する相互変調ひずみと信号対雑音比（SNR）を得ることができる．

このアルゴリズムを用いた相互変調ひずみの求め方を示すために次の二つの例のシミュレーションを行った．

（例1） 次の3トーン入力の場合（$n = 3$, 入力角周波数 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$）でADC出力が3次IMDをもつ場合の数値シミュレーションを行った．式 (3) において，次のようなADCの出力モデル

$$m(k) = \sum_{l=1}^{3} A_l \sin(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k + \theta_l) + C$$

を用い，$A_1, A_2, \theta_1, \theta_2, C$ を推定する．次に実際の出力 $y(k)$ とこの最適推定出力 $m(k)$ との残差 $e(k)$ を考える．

$$e(k) := y(k) - m(k).$$

この残差 $e(k)$ に信号成分以外の相互変調ひずみやノイズ成分が含まれている．この $e(k)$ から相互変調ひずみ成分 $2\omega_1 - \omega_2$, $2\omega_2 - \omega_1$, $2\omega_1 - \omega_3$, $2\omega_3 - \omega_1$, $2\omega_2 - \omega_3$, $2\omega_3 - \omega_2$ を推定するために次のモデル $m(k)'$ を用いる．

$$\begin{aligned} m(k)' := \; & D_1 \sin\left(2\pi \frac{2\omega_1 - \omega_2}{\omega_s} k + \phi_1\right) \\ & + D_2 \sin\left(2\pi \frac{2\omega_1 - \omega_3}{\omega_s} k + \phi_2\right) \\ & + D_3 \sin\left(2\pi \frac{2\omega_2 - \omega_1}{\omega_s} k + \phi_3\right) \\ & + D_4 \sin\left(2\pi \frac{2\omega_2 - \omega_3}{\omega_s} k + \phi_4\right) \\ & + D_5 \sin\left(2\pi \frac{2\omega_3 - \omega_1}{\omega_s} k + \phi_5\right) \\ & + D_6 \sin\left(2\pi \frac{2\omega_3 - \omega_2}{\omega_s} k + \phi_6\right). \end{aligned}$$

同様に次の最小2乗規範を考える．

$$\sum_{k=0}^{N-1} [e(k) - m(k)']^2 \rightarrow \text{ minimum.}$$

式 (5) と同じアルゴリズムを用いて，$D_1, D_2, ..., D_6$, $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_6$ を最適推定することができる．表1に数値シミュレーションの結果を示す．ここで，$N = 8192$, $\omega_1/\omega_s = 0.09$, $\omega_2/\omega_s = 0.1006$, $\omega_3/\omega_s = 0.1084$ である．この表から，式 (5) のアルゴリズムを用いて信号成分と相互変調ひずみが高精度で推定できることがわかる．

表1 スリートーン信号入力信号でADCに相互変調ひずみがある場合に対するに対するシミュレーション結果（既知入力周波数：$\omega_1/\omega_s = 0.09$, $\omega_2/\omega_s = 0.1006$, $\omega_3/\omega_s = 0.1084$, サンプルデータ数 $N = 8192$）

Table 1 Simulation results of our proposed multi-tone curve fitting algorithm for a three-tone input signal (input frequency known case).

パラメータ	実際の値	推定値
A_1	1.0	0.996654
A_2	1.0	0.995964
A_3	1.0	0.995191
θ_1	0.0 [deg]	−0.1
θ_2	45.0 [deg]	45.0021
θ_3	90.0 [deg]	90.1383
C	0.0	0.000286
D_1	0.3	0.299146
D_2	0.3	0.299598
D_3	0.3	0.299868
D_4	0.3	0.298836
D_5	0.3	0.299393
D_6	0.3	0.298914
ϕ_1	20 [deg]	20.0612
ϕ_2	40 [deg]	40.1761
ϕ_3	60 [deg]	59.9235
ϕ_4	80 [deg]	80.1635
ϕ_5	100 [deg]	99.9029
ϕ_6	120 [deg]	120.123

（例2） 次に3トーン入力の場合でADC出力にガウス雑音（例えばADCの量子化雑音はこれに含めることができる）が加わっている場合の数値シミュレーションを行った．すなわち出力 $y(k)$ は

$$y(k) = \sum_{l=1}^{3} A_l \sin(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k + \theta_l) + C + n(k)$$

で，$n(k)$ は標準偏差 $\sigma = 0.125$ のガウス雑音である．式 (3) において，次のようなADCの出力モデル

$$m(k) = \sum_{l=1}^{3} A_l \sin(2\pi \frac{\omega_l}{\omega_s} k + \theta_l) + C$$

を用い，$A_1, A_2, \theta_1, \theta_2, C$ を推定した．結果を表2に示す．

表1，表2から両方の場合において提案アルゴリズ

表 2　スリートーン入力信号で出力にガウス雑音（$\sigma = 0.125$) が加わった場合に対するシミュレーション結果 (既知入力周波数:$\omega_1/\omega_s = 0.09$, $\omega_2/\omega_s = 0.1006$, $\omega_3/\omega_s = 0.1084$, サンプルデータ数 $N = 8192$)

Table 2　Simulation results of our proposed multi-tone curve fitting algorithm for a three-tone input signal with Gaussian noise (input frequency known case).

パラメータ	実際の値	推定値
A_1	1.0	0.997322
A_2	1.0	0.995981
A_3	1.0	0.997945
θ_1	0.0 [deg]	−0.1800
θ_2	45.0 [deg]	45.0623
θ_3	90.0 [deg]	90.2995
C	0.0	0.002185

ムで精度良くパラメータ値が推定できることがわかる．

次に $a_1, b_1, a_2, b_2, ..., a_n, b_n, C$ の推定値を用いて SNR を得ることを考える．ADC の信号パワー P_s と雑音パワー P_n は次のように与えられる．

$$P_s = \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n}(a_l^2 + b_l^2) + C^2, \qquad P_n = P_e/N.$$

これらから SNR は次のように求められる．

$$\begin{aligned} SNR &= 10\log_{10}\frac{P_s}{P_n}\ \text{[dB]} \\ &= 10\log_{10}\frac{N[\sum_{l=1}^{n}(a_l^2 + b_l^2)/2 + C^2]}{P_e}\ \text{[dB]}. \end{aligned}$$

4.　入力周波数が未知の場合

次に，インコヒーレントサンプリング ADC テスト法 (図 3) の場合を考える．この場合は入力周波数と既知であるサンプリング周波数の正確な比はわからず，この比の値も推定する必要がある．

4.1　問題の定式化

角周波数 ω_1 , ω_2 のツートーン入力に対する，時間 $2\pi k/\omega_s$（$k = 0, 1, 2, ..., N-1$）における，ADC の出力データ $y(k)$ の N 個のサンプルがあると仮定する．ここで，ω_s はサンプリング角周波数であり，ω_1/ω_s, ω_2/ω_s の値は未知であるとする．また，理想的な ADC の出力を次のように仮定する．

$$m(k) := \Big[A_1\sin(2\pi\frac{\omega_1}{\omega_s}k + \theta_1) + A_2\sin(2\pi\frac{\omega_2}{\omega_s}k + \theta_2)\Big] + C. \tag{6}$$

ここで，$A_1, A_2, \theta_1, \theta_2, C$ は定数であり，次の最小 2 乗規範に従って，ADC の出力データ $y(k)$ の N 個のサンプルから A_1, A_2, θ_1, θ_2, ω_1, ω_2, C を最適推定することを考える．

$$P_e := \sum_{k=0}^{N-1}[y(k) - m(k)]^2 \rightarrow \text{ minimum.} \tag{7}$$

4.2　解のアルゴリズム

式 (7) で与えられた問題を解くことを考える．式 (6) と (7) より P_e は次のようになることに注意して

$$P_e = \sum_{k=0}^{N-1}\Bigg[y(k) - A_1\sin\Big(2\pi\frac{\omega_1}{\omega_s}k + \theta_1\Big) - A_2\sin\Big(2\pi\frac{\omega_2}{\omega_s}k + \theta_2\Big) - C\Bigg]^2$$

P_e を各パラメータで偏微分を行い右辺をゼロとおく．

$$\frac{\partial P_e}{\partial A_1} = 0,\quad \frac{\partial P_e}{\partial A_2} = 0,\quad \frac{\partial P_e}{\partial C} = 0,$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial \theta_1} = 0,\quad \frac{\partial P_e}{\partial \theta_2} = 0,\quad \frac{\partial P_e}{\partial \omega_1} = 0,\quad \frac{\partial P_e}{\partial \omega_2} = 0.$$

これらの式から C を消去すると，以下の 6 式を得る．

$$\begin{aligned} 0 = &\sum_{k=0}^{N-1}(y(k) - \bar{y})\,\alpha_{k1} \\ &- A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1} - \bar{\alpha_1})\,\alpha_{k1}\right\} \\ &- A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2} - \bar{\alpha_2})\,\alpha_{k1}\right\}, \\ 0 = &\sum_{k=0}^{N-1}(y(k) - \bar{y})\,\alpha_{k2} \\ &- A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1} - \bar{\alpha_1})\,\alpha_{k2}\right\} \\ &- A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2} - \bar{\alpha_2})\,\alpha_{k2}\right\}, \\ 0 = &\sum_{k=0}^{N-1}(y(k) - \bar{y})\,\beta_{k1} \\ &- A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1} - \bar{\alpha_1})\,k\beta_{k1}\right\} \\ &- A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2} - \bar{\alpha_2})\,k\beta_{k1}\right\}, \\ 0 = &\sum_{k=0}^{N-1}(y(k) - \bar{y})\,\beta_{k2} \end{aligned}$$

$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,k\beta_{k2}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,k\beta_{k2}\right\},$$
$$0 = \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\beta_{k1}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,\beta_{k1}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,\beta_{k1}\right\},$$
$$0 = \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\beta_{k2}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,\beta_{k2}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,\beta_{k2}\right\}.$$

ここで

$$\bar{y} := \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}y(k),$$
$$\bar{\alpha_j} := \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\alpha_{kj},\quad \bar{\beta_j} := \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\beta_{kj},$$
$$\alpha_{kj} := \cos\left(2\pi\frac{\omega_j}{\omega_s}k+\theta_j\right),$$
$$\beta_{kj} := \sin\left(2\pi\frac{\omega_j}{\omega_s}k+\theta_j\right),$$
$$j = 1, 2,$$
$$C = \bar{y}-\bar{\alpha_1}-\bar{\alpha_2}$$

である．これらは非線形代数方程式であり解析的に解を求めるのは困難である．そこで数値的に解を得なければならないが，このためには未知パラメータを繰り返し設定し，目的の値がわかるまで繰り返し計算する必要がある．そこで各式の右辺を信号誤差を表すパラメータ R, S, T, U, V, W と定義する．

$$R := \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\alpha_{k1}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,\alpha_{k1}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,\alpha_{k1}\right\},$$

$$S := \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\alpha_{k2}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,\alpha_{k2}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,\alpha_{k2}\right\},$$

$$T := \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\beta_{k1}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,k\beta_{k1}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,k\beta_{k1}\right\},$$

$$U := \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\beta_{k2}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,k\beta_{k2}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,k\beta_{k2}\right\},$$

$$V := \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\beta_{k1}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,\beta_{k1}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,\beta_{k1}\right\},$$

$$W := \sum_{k=0}^{N-1}(y(k)-\bar{y})\,\beta_{k2}$$
$$-A_1\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k1}-\bar{\alpha_1})\,\beta_{k2}\right\}$$
$$-A_2\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(\alpha_{k2}-\bar{\alpha_2})\,\beta_{k2}\right\}.$$

未知パラメータの値が目的の値と一致すれば，R, S, T, U, V, W の値は0となる．そこで，各信号誤差を0にするための反復アルゴリズムを作成する．反復アルゴリズムの作成のために，フィッティング関数

$z(k)$ を次のように定義する．

$$z(k) := B_1 \sin(2\pi \frac{\psi_1}{\psi_s} k + \phi_1) + B_2 \sin(2\pi \frac{\psi_2}{\psi_s} k + \phi_2) + D.$$

フィッティング関数$z(k)$を，ADC出力データ$y(k)$を用いて評価する．$B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2, D$の値は未知であるが，$A_1, A_2, \omega_1, \omega_2, \theta_1, \theta_2, C$ を $R=S=T=U=V=W=0$ のときに最適推定された値とすると，次のように，ADC 出力データは近似できる．

$$y(k) = A_1 \sin(2\pi \frac{\omega_1}{\omega_s} k + \theta_1) + A_2 \sin(2\pi \frac{\omega_2}{\omega_s} k + \theta_2) + C.$$

次に，反復アルゴリズムを R, S, T, U, V, W の各テイラー級数展開から導出する．各級数の第 1 項のみを用い，次のように定義する

$$\begin{aligned} R\,(B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2) := & \left.\frac{\partial R}{\partial B_1}\right|(B_1 - A_1) + \left.\frac{\partial R}{\partial B_2}\right|(B_2 - A_2) \\ & + \left.\frac{\partial R}{\partial \psi_1}\right|(\psi_1 - \omega_1) + \left.\frac{\partial R}{\partial \psi_2}\right|(\psi_2 - \omega_2) \\ & + \left.\frac{\partial R}{\partial \phi_1}\right|(\phi_1 - \theta_1) + \left.\frac{\partial R}{\partial \phi_2}\right|(\phi_2 - \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S\,(B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2) := & \left.\frac{\partial S}{\partial B_1}\right|(B_1 - A_1) + \left.\frac{\partial S}{\partial B_2}\right|(B_2 - A_2) \\ & + \left.\frac{\partial S}{\partial \psi_1}\right|(\psi_1 - \omega_1) + \left.\frac{\partial S}{\partial \psi_2}\right|(\psi_2 - \omega_2) \\ & + \left.\frac{\partial S}{\partial \phi_1}\right|(\phi_1 - \theta_1) + \left.\frac{\partial S}{\partial \phi_2}\right|(\phi_2 - \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T\,(B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2) := & \left.\frac{\partial T}{\partial B_1}\right|(B_1 - A_1) + \left.\frac{\partial T}{\partial B_2}\right|(B_2 - A_2) \\ & + \left.\frac{\partial T}{\partial \psi_1}\right|(\psi_1 - \omega_1) + \left.\frac{\partial T}{\partial \psi_2}\right|(\psi_2 - \omega_2) \\ & + \left.\frac{\partial T}{\partial \phi_1}\right|(\phi_1 - \theta_1) + \left.\frac{\partial T}{\partial \phi_2}\right|(\phi_2 - \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U\,(B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2) := & \left.\frac{\partial U}{\partial B_1}\right|(B_1 - A_1) + \left.\frac{\partial U}{\partial B_2}\right|(B_2 - A_2) \\ & + \left.\frac{\partial U}{\partial \psi_1}\right|(\psi_1 - \omega_1) + \left.\frac{\partial U}{\partial \psi_2}\right|(\psi_2 - \omega_2) \\ & + \left.\frac{\partial U}{\partial \phi_1}\right|(\phi_1 - \theta_1) + \left.\frac{\partial U}{\partial \phi_2}\right|(\phi_2 - \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V\,(B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2) := & \left.\frac{\partial V}{\partial B_1}\right|(B_1 - A_1) + \left.\frac{\partial V}{\partial B_2}\right|(B_2 - A_2) \\ & + \left.\frac{\partial V}{\partial \psi_1}\right|(\psi_1 - \omega_1) + \left.\frac{\partial V}{\partial \psi_2}\right|(\psi_2 - \omega_2) \\ & + \left.\frac{\partial V}{\partial \phi_1}\right|(\phi_1 - \theta_1) + \left.\frac{\partial V}{\partial \phi_2}\right|(\phi_2 - \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W\,(B_1, B_2, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2) := & \left.\frac{\partial W}{\partial B_1}\right|(B_1 - A_1) + \left.\frac{\partial W}{\partial B_2}\right|(B_2 - A_2) \\ & + \left.\frac{\partial W}{\partial \psi_1}\right|(\psi_1 - \omega_1) + \left.\frac{\partial W}{\partial \psi_2}\right|(\psi_2 - \omega_2) \\ & + \left.\frac{\partial W}{\partial \phi_1}\right|(\phi_1 - \theta_1) + \left.\frac{\partial W}{\partial \phi_2}\right|(\phi_2 - \theta_2) \end{aligned}$$

これらは線形方程式であるから，B_1, B_2, ψ_1, ψ_2, ϕ_1, ϕ_2, Dの値を最適推定することが可能である．B_1, B_2, ψ_1, ψ_2, ϕ_1, ϕ_2, Dの値を，A_1, A_2, ω_1, ω_2, θ_1, θ_2, C に対する新しい値とし，式を整理すると，次の反復アルゴリズムが得られる．ここで $A_{1(n)}$，$A_{2(n)}$，$\omega_{1(n)}$，$\omega_{2(n)}$，$\theta_{1(n)}$，$\theta_{2(n)}$ を各々A_1, A_2, ω_1, ω_2, θ_1, θ_2 の n 回目の繰返し計算での推定値とする．その $n+1$ 回目の繰返し計算での推定値 $A_{1(n+1)}$，$A_{2(n+1)}$，$\omega_{1(n+1)}$，$\omega_{2(n+1)}$，$\theta_{1(n+1)}$，$\theta_{2(n+1)}$ は次の計算で得られる．

$$\mathbf{x}_{(n+1)} = \mathbf{x}_{(n)} + \mathbf{F}_{(n)}^{-1} \cdot \mathbf{y}_{(n)}. \tag{8}$$

ここで，$\mathbf{x}_{(n)}$, $\mathbf{y}_{(n)}$, $\mathbf{F}_{(n)}$ は次のように定義される．

$$\mathbf{x}_{(n)} := (A_{1(n)}, A_{2(n)}, \omega_{1(n)}, \omega_{2(n)}, \theta_{1(n)}, \theta_{2(n)})^T,$$

$$\mathbf{y}_{(n)} := (R_{(n)}, S_{(n)}, T_{(n)}, U_{(n)}, V_{(n)}, W_{(n)})^T,$$

$$\mathbf{F}_{(n)} :=$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R_{(n)}}{\partial A_{1(n)}} & \frac{\partial R_{(n)}}{\partial A_{2(n)}} & \frac{\partial R_{(n)}}{\partial \omega_{1(n)}} & \frac{\partial R_{(n)}}{\partial \omega_{2(n)}} & \frac{\partial R_{(n)}}{\partial \theta_{1(n)}} & \frac{\partial R_{(n)}}{\partial \theta_{2(n)}} \\ \frac{\partial S_{(n)}}{\partial A_{1(n)}} & \frac{\partial S_{(n)}}{\partial A_{2(n)}} & \frac{\partial S_{(n)}}{\partial \omega_{1(n)}} & \frac{\partial S_{(n)}}{\partial \omega_{2(n)}} & \frac{\partial S_{(n)}}{\partial \theta_{1(n)}} & \frac{\partial S_{(n)}}{\partial \theta_{2(n)}} \\ \frac{\partial T_{(n)}}{\partial A_{1(n)}} & \frac{\partial T_{(n)}}{\partial A_{2(n)}} & \frac{\partial T_{(n)}}{\partial \omega_{1(n)}} & \frac{\partial T_{(n)}}{\partial \omega_{2(n)}} & \frac{\partial T_{(n)}}{\partial \theta_{1(n)}} & \frac{\partial T_{(n)}}{\partial \theta_{2(n)}} \\ \frac{\partial U_{(n)}}{\partial A_{1(n)}} & \frac{\partial U_{(n)}}{\partial A_{2(n)}} & \frac{\partial U_{(n)}}{\partial \omega_{1(n)}} & \frac{\partial U_{(n)}}{\partial \omega_{2(n)}} & \frac{\partial U_{(n)}}{\partial \theta_{1(n)}} & \frac{\partial U_{(n)}}{\partial \theta_{2(n)}} \\ \frac{\partial V_{(n)}}{\partial A_{1(n)}} & \frac{\partial V_{(n)}}{\partial A_{2(n)}} & \frac{\partial V_{(n)}}{\partial \omega_{1(n)}} & \frac{\partial V_{(n)}}{\partial \omega_{2(n)}} & \frac{\partial V_{(n)}}{\partial \theta_{1(n)}} & \frac{\partial V_{(n)}}{\partial \theta_{2(n)}} \\ \frac{\partial W_{(n)}}{\partial A_{1(n)}} & \frac{\partial W_{(n)}}{\partial A_{2(n)}} & \frac{\partial W_{(n)}}{\partial \omega_{1(n)}} & \frac{\partial W_{(n)}}{\partial \omega_{2(n)}} & \frac{\partial W_{(n)}}{\partial \theta_{1(n)}} & \frac{\partial W_{(n)}}{\partial \theta_{2(n)}}. \end{pmatrix}.$$

ここで $R_{(n)}$, $S_{(n)}$, $T_{(n)}$, $U_{(n)}$, $V_{(n)}$, $W_{(n)}$ は次のように定義される．

$$
\begin{aligned}
R_{(n)} :=& \sum_{k=0}^{N-1} (y(k) - \bar{y})\, \alpha_{k1(n)} \\
&- A_{1(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k1(n)} - \bar{\alpha_{1(n)}}\right) \alpha_{k1(n)} \right\} \\
&- A_{2(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k2(n)} - \bar{\alpha_{2(n)}}\right) \alpha_{k1(n)} \right\}, \\
S_{(n)} :=& \sum_{k=0}^{N-1} (y(k) - \bar{y})\, \alpha_{k2(n)} \\
&- A_{1(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k1(n)} - \bar{\alpha_{1(n)}}\right) \alpha_{k2(n)} \right\} \\
&- A_{2(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k2(n)} - \bar{\alpha_{2(n)}}\right) \alpha_{k2(n)} \right\}, \\
T_{(n)} :=& \sum_{k=0}^{N-1} (y(k) - \bar{y})\, \beta_{k1(n)} \\
&- A_{1(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k1} - \bar{\alpha_{1(n)}}\right) k\beta_{k1(n)} \right\} \\
&- A_{2(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k2(n)} - \bar{\alpha_{2(n)}}\right) k\beta_{k1(n)} \right\}, \\
U_{(n)} :=& \sum_{k=0}^{N-1} (y(k) - \bar{y})\, \beta_{k2(n)} \\
&- A_{1(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k1(n)} - \bar{\alpha_{1(n)}}\right) k\beta_{k2(n)} \right\} \\
&- A_{2(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k2(n)} - \bar{\alpha_{2(n)}}\right) k\beta_{k2(n)} \right\}, \\
V_{(n)} :=& \sum_{k=0}^{N-1} (y(k) - \bar{y})\, \beta_{k1(n)} \\
&- A_{1(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k1(n)} - \bar{\alpha_{1(n)}}\right) \beta_{k1(n)} \right\} \\
&- A_{2(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k2(n)} - \bar{\alpha_{2(n)}}\right) \beta_{k1(n)} \right\}, \\
W_{(n)} :=& \sum_{k=0}^{N-1} (y(k) - \bar{y})\, \beta_{k2(n)} \\
&- A_{1(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k1(n)} - \bar{\alpha_{1(n)}}\right) \beta_{k2(n)} \right\} \\
&- A_{2(n)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_{k2(n)} - \bar{\alpha_{2(n)}}\right) \beta_{k2(n)} \right\}.
\end{aligned}
$$

$$
\bar{y} := \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y(k),
$$

$$
\bar{\alpha_{j(n)}} := \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{kj(n)}, \quad \bar{\beta_{j(n)}} := \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{kj(n)},
$$

$$
\alpha_{kj(n)} := \cos\left(2\pi \frac{\omega_{j(n)}}{\omega_s} k + \theta_{j(n)}\right),
$$

$$
\beta_{kj(n)} := \sin\left(2\pi \frac{\omega_{j(n)}}{\omega_s} k + \theta_{j(n)}\right),
$$

$$
j = 1, 2.
$$

未知パラメータ $A_{1(n)}$, $A_{2(n)}$, $\omega_{1(n)}$, $\omega_{2(n)}$, $\theta_1(n)$, $\theta_2(n)$ の値が実際の値（真の値）に収束するにつれ，パラメータ $R_{(n)}$, $S_{(n)}$, $T_{(n)}$, $U_{(n)}$, $V_{(n)}$, $W_{(n)}$ の値はは 0 に収束していく．

4.3 アルゴリズムの数値シミュレーションによる評価

表3にツートーン信号入力信号の場合に，表4にツートーン信号入力信号でADC出力にガウス雑音が加わっている場合に適用した提案アルゴリズムの数値シミュレーションの結果を示す．表3，表4において，“実際の値” はシミュレーション上で実際に用いた入力の値，“推定値” は最終的に推定された値，“初期値” は繰返し

表3 ツートーン入力に対するシミュレーション結果（未知周波数の場合，サンプルデータ数 $N = 8192$）

Table 3 Simulation results of our proposed two-tone curve fitting algorithm (input frequency unknown case).

(a) In case that a conventional single-tone curve fitting algorithm is iteratively used.

	実際の値	推定値	初期値
ω_1/ω_s	2.2×10^{-4}	2.121×10^{-4}	2.0×10^{-4}
ω_2/ω_s	5.8×10^{-4}	5.922×10^{-4}	6.0×10^{-4}
A_1	1.0	0.9650	1.0
A_2	1.0	0.9670	1.0
θ_1	45.0 [deg]	59.1427	0.0
θ_2	90.0 [deg]	74.0683	0.0

(b) In case that our proposed multi-tone curve fitting algorithm is used.

	実際の値	推定値	初期値
ω_1/ω_s	2.2×10^{-4}	2.200×10^{-4}	2.0×10^{-4}
ω_2/ω_s	5.8×10^{-4}	5.800×10^{-4}	6.0×10^{-4}
A_1	1.0	1.0000	1.0
A_2	1.0	1.0000	1.0
θ_1	45.0 [deg]	45.0000	0.0
θ_2	90.0 [deg]	90.0000	0.0

表4　ツートーン入力で出力にガウス雑音（$\sigma = 0.125$）が加わった場合に対するシミュレーション結果（未知周波数の場合，サンプルデータ数 $N = 8192$）

Table 4　Simulation results of our proposed two-tone curve fitting algorithm when Gaussian noise is added. (input frequency unknown case).

(a) In case that a conventional single-tone curve fitting algorithm is iteratively used.

	実際の値	推定値	初期値
ω_1/ω_s	2.2×10^{-4}	2.120×10^{-4}	2.0×10^{-4}
ω_2/ω_s	5.8×10^{-4}	5.920×10^{-4}	6.0×10^{-4}
A_1	1.0	0.9650	1.0
A_2	1.0	0.9663	1.0
θ_1	45.0 [deg]	59.1427	0.0
θ_2	90.0 [deg]	74.3681	0.0

(b) In case that our proposed multi-tone curve fitting algorithm is used.

	実際の値	推定値	初期値
ω_1/ω_s	2.2×10^{-4}	2.200×10^{-4}	2.0×10^{-4}
ω_2/ω_s	5.8×10^{-4}	5.798×10^{-4}	6.0×10^{-4}
A_1	1.0	1.0011	1.0
A_2	1.0	1.0001	1.0
θ_1	45.0 [deg]	44.8025	0.0
θ_2	90.0 [deg]	90.2496	0.0

処理の最初に設定した値である．実際上の場合において (FFT 法等の他手法を併用することにより）ω_1/ω_s と ω_2/ω_s のおよその値はわかっていることが多いので，これらの初期値は実際の値と比較的近いものに設定した．このシミュレーション結果から，提案アルゴリズムの方が従来のアルゴリズムを用いた場合よりも高精度で信号成分を推定できることがわかる．また，相互変調ひずみ成分に関しても，**3.3** と同様に，実際の出力値から推定値を差し引いた残差から相互変調ひずみを推定することを行えばよい．

ここではツートーン $(n = 2)$ についてのアルゴリズムを示したが，同様の手法を用いて原理的には一般の n の値のマルチトーンに対するアルゴリズムを求めることができる．

5. むすび

通信用アプリケーションのA-D変換器に対するテスト評価のために，入力周波数が既知及び未知のそれぞれの場合についてマルチトーンカーブフィッティングアルゴリズムを開発した．特に入力周波数が未知の場合は従来の正弦波カーブフィッティングアルゴリズムを繰り返して用いる場合よりも高精度な推定結果が得られることを数値シミュレーションで確認した．今後は開発したアルゴリズムに関して次の二つのことを行い，アナログ・ディジタル混載（ミックスドシグナル）LSI テスタに組み込んで実用化していく．

（1） 特に未知入力周波数の場合のアルゴリズムで，計算量を減らす工夫を行う．

（2） 実測 ADC データに対して開発したアルゴリズムを適用し有効性を検証する．

文　　献

[1] M. Gustavsson, J. J. Wikner, and N. N. Tan, CMOS Data Converters for Communications, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000.

[2] B. Razavi, RF Microelectronics, Prentice-Hall, 1998.

[3] H. Kobayashi, K. Kobayashi, H. Sakayori, and Y. Kimura, “ADC standard and testing in Japanese industry,” Computer Standards & Interfaces, vol.23, pp.57–64, Elsevier Publishers, March 2001.

[4] P. Wambacq and W. Sansen, Distortion Analysis of Analog Integrated Circuits, Kluwer Academic Publishers, 1998.

[5] B. Razavi, Principles of Data Conversion System Design, IEEE Press, 1995.

[6] M. L. Bushnell and V. D. Agrawal, Essentials of Electronic Testing for Digital, Memory and Mixed-Signal VLSI Circuits, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000.

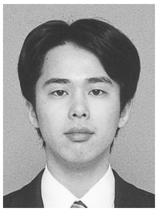
[7] IEEE Standard for Digitizing Waveform Recorders, IEEE Std 1057, 1994.

[8] IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters, IEEE Std 1241, 1998.

[9] B. E. Peetz, A. S. Muto, and J. M. Neil, “Measuring waveform recorder performance,” Hewlett-Packard J., vol.33, no.11, pp.21–29, Nov. 1982.

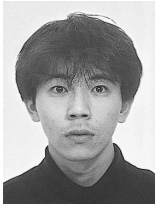
[10] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer, Digital Signal Processing, Prentice-Hall, 1975.

（平成 14 年 8 月 15 日受付）



本木　義人（学生員）

2001 群馬大・工・電気電子卒．現在同大大学院修士課程 2 年．アナログ集積回路設計，テスト評価アルゴリズムに関心をもつ．



菅原　秀武

1999群馬大・工・電気電子卒．2001同大大学院修士課程了．同年日本テキサス・インスツルメンツ社入社．ミックスドシグナル集積回路のテスト設計・評価システム設計に従事．

小林　春夫（正員）

1980東大・工・計数卒．1982同大大学院修士課程了．同年横河電機製作所入社．1989カルフォルニア大学ロサンジェルス校（UCLA）電気工学科大学院修士課程了．1997群馬大学助教授，2002同教授．ミックスドシグナル集積回路設計，信号処理アルゴリズムに関心をもつ．IEEE会員．工博（早稲田大学）．

小室　貴紀

1985東大・工・電気卒．同年横河電機製作所入社．計測用AD変換器の開発に従事．1991から1995まで超伝導センサ研に出向しMEGシステムの電子回路部の設計開発を行う．1995から金沢工業大学でSQUIDシステムの開発を行う．1997にアジレント・テクノジー社入社し，以来ミックスドシグナルLSIテスタの開発に従事．IEEE 会員．

酒寄　　寛

1972早大・理工・電気卒．同年横河ヒューレット・パッカード社（現アジレント・テクノロジー社）入社．LCRメータ，半導体パラメータ・アナライザ等の開発に従事．1992から1997にテラテック社に出向し超高速AD変換器の研究開発に従事．1997よりアジレント・テクノロジー社にて以来ミックスドシグナルLSIテスタの開発に従事．電気学会会員．