

# マルチバンドパス $\Delta\Sigma$ 変調器の DWA アルゴリズム

\* 萩原 広之      元澤 篤史      小林 春夫      小室 貴紀      傘 昊

群馬大学工学部電気電子工学科 〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1  
Phone:0277-30-1788 Fax:0277-30-1707 e-mail:k.haruo@el.gunma-u.ac.jp

## DWA Algorithms for Multi-Band-Pass $\Delta\Sigma$ Modulators

Hiroyuki HAGIWARA    Atsushi MOTOZAWA    Haruo KOBAYASHI    Takanori KOMURO    Hao SAN  
Electronic Engineering Department, Faculty of Engineering, Gunma University  
1-5-1 Tenjin-cho Kiryu Gunma Japan 376-8515

**Abstract** - This paper describes Data-Weighted-Averaging(DWA) algorithms for multi-band-pass  $\Delta\Sigma$ AD modulators. First, we propose application of multi-band-pass  $\Delta\Sigma$ AD modulators to harmonic distortion measurement. Then, we present DWA algorithms for two types of multi-band-pass  $\Delta\Sigma$ AD modulators, and we show their effectiveness by Matlab simulation. We also show application of our multi-band-pass DWA algorithms to single-band-pass  $\Delta\Sigma$ AD modulators whose center frequency of the signal band is not one-fourth of the sampling frequency; its effectiveness is also verified by Matlab simulation.

**キーワード:**  $\Delta\Sigma$  変調器, マルチバンド, マルチビット, DWA アルゴリズム, ノイズシェーピング

**Keywords:**  $\Delta\Sigma$  Modulator, Multiband, Multibit, DWA Algorithm, Noise Shaping

### 1. はじめに

この論文では, 複数帯域に対して高精度 AD 変換を行うマルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器について次の提案・考察を行なう.

(i) マルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器を電子デバイスの高調波歪み測定に使用することを提案する.

(ii) 内部 ADC/DAC をマルチビット化した際に, DAC 非線形性をノイズシェーブするアルゴリズムを提案し, シミュレーションで動作確認を行ない有効性を示す.

(iii) 信号帯域が一つであるが中心周波数が  $f_s/4$  ではないバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器のマルチビット化に対し, マルチバンドパス用 DWA アルゴリズムを適用し有効性を示す.

なお, この論文を通して変調器内部 ADC/DAC のサンプリング周波数を  $f_s$  とする.

### 2. マルチバンドパス $\Delta\Sigma$ AD 変調器

$\Delta\Sigma$ AD 変調器は図 1 に示すように, フィルタ, 量子化器 (ADC), DA 変換器 (DAC) をフィードバックループしたものである. 入力信号を  $X(z)$ , 出力信号を  $Y(z)$ , フィルタの伝達関数を  $H(z)$ , AD 変換器の量子化ノイ

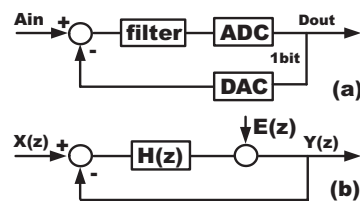


図 1:  $\Delta\Sigma$ AD 変調器の構成.

Fig.1:  $\Delta\Sigma$ AD modulator structure.

ズを  $E_q(z)$  とすると, STF(Signal Transfer Function) と NTF(Noise Transfer Function) は次のように表される.

$$STF = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{H(z)}{1 + H(z)}$$

$$NTF = \frac{Y(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + H(z)}$$

ここでは 2 種類のマルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器を考える.

#### (1) マルチバンドパス変調器 I

フィルタ伝達関数が次の場合を考える (図 2).

$$H(z) = \frac{-Z^{-N}}{1 + Z^{-N}}. \quad (1)$$

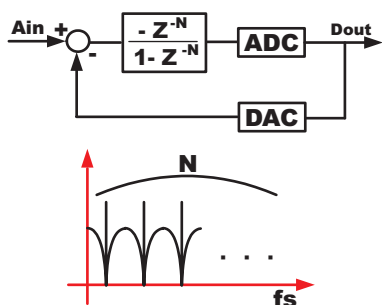


図 2: マルチバンドパス ΔΣAD 変調器 I.

Fig.2: Multi-band-pass ΔΣAD modulator I.

この  $N$  次フィルタを用いた場合, 出力信号  $Y(z)$  は次のように表される.

$$Y(z) = X(z) \cdot (-Z^{-N}) + E(z) \cdot (1 + Z^{-N}).$$

この場合の STF と NTF は次のようになる.

$$STF = \frac{Y(z)}{X(z)} = -Z^{-N}$$

$$NTF = \frac{Y(z)}{E_q(z)} = 1 + Z^{-N}.$$

STF = 1, NTF=0 になる複数の信号帯域中心周波数  $f_n$  は次のように得られる.

$$f_n = \frac{2n+1}{2N} f_s.$$

ここで  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , かつ  $n < N/2$  で,  $0 < f_c \leq f_s/2$  である. このように NTF=0 になるところ (NTF のゼロ点) をフィルタに  $N$  個所配置することで,  $N$  個信号帯域を持つことが可能になる. なお,  $N = 2$  のときは  $f_s/4$  を中心信号帯域とするバンドパスフィルタとなる.

## (2) マルチバンドパス変調器 II

次のフィルタ伝達関数を持つ場合を考える.

$$H(z) = \frac{Z^{-N}}{1 - Z^{-N}}. \quad (2)$$

このときの出力信号  $Y(z)$  は次のようになる.

$$Y(z) = X(z) \cdot z^{-N} + E(z) \cdot (1 - z^{-N}).$$

この場合の STF と NTF は次のように表される.

$$STF = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-N}$$

$$NTF = \frac{Y(z)}{E(z)} = 1 - z^{-N}.$$

STF = 1, NTF=0 になる複数の信号帯域中心周波数  $f_n$  は次のように得られる (図 3).

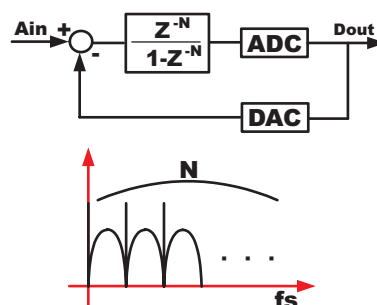


図 3: マルチバンドパス ΔΣAD 変調器 II

Fig.3: Multi-band-pass ΔΣAD modulator II.

$$f_n = \frac{n}{N} f_s.$$

ここで  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , かつ  $n < N/2$  で,  $0 \leq f_c \leq f_s/2$  である. このように NTF のゼロ点をフィルタに  $N$  個所配置することで,  $N$  個の信号帯域を持つことが可能になる. 図 2 の構成では DC 近辺は信号帯域に含まれていないが, 図 3 の構成では DC 近辺が信号帯域の一つである.

## 3. マルチバンドパス ΔΣAD 変調器の応用

文献 [4] では携帯電話や無線 LAN 等の移動体通信システムの複数の信号帯域を持つマルチキャリア変復調方式を用いる受信回路においてマルチバンドパス ΔΣADC の適用が検討されている.

ここでは, 電子デバイスの高調波歪み測定 [5, 6] にマルチバンドパス ΔΣADC を使用することを提案する. マルチバンドパス ΔΣAD 変調器 I (図 2) を用いて被測定対象への入力信号周波数を  $f_s/(2N)$  とすることで高精度の奇数次高調波歪み測定をマルチバンドパス ΔΣAD 変調器 II (図 3) を用いて入力周波数を  $f_s/N$  と設定することで高精度の偶数次および奇数次高調波歪み測定を行なうことができる. 高調波がマルチバンドパス変調器の信号帯域に入るからである.

## 4. マルチバンドパス ΔΣ 変調器のマルチビット化

ΔΣAD 変調器で高性能化 (高精度・広帯域), 低消費電力化を図るために内部の ADC/DAC を 1 ビットではなくマルチビットのものを用いる手法が広く使用されている. マルチビット ΔΣAD 変調器を用いた場合, 量子化ノイズが減るため, 高い次数のフィルタの必要がないので, 安定性が良く, 低い OSR で高い SNR を実現することができる. しかし原理的に線形性な 1 ビット

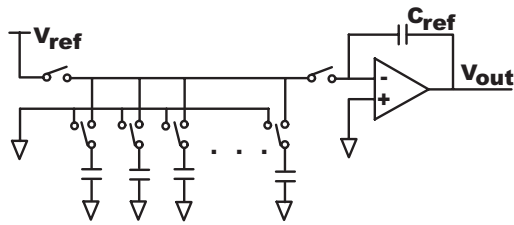


図 4: セグメント型スイッチドキャパシタ DAC.

Fig.4: Switched-capacitor segment DAC with multi-level resolution.

ト DAC とは対照的に, マルチビット DAC は非線形性を持ってしまう. 図 4 にマルチビット DAC の構成例を示す. これはスイッチドキャパシタを用いたセグメント型 DAC で, 同じサイズのキャパシタを並べたものである. 例えばデジタル入力信号が “3” の場合はスイッチが 3 個が ON になり, 入力信号が “5” の場合はスイッチが 5 個 ON になる. デジタル入力信号が  $D_{in}$  のときアナログ出力信号  $V_{out}$  は次のようになる.

$$V_{out} = -D_{in} \cdot \frac{C}{C_{ref}} \cdot V_{ref}.$$

しかしキャパシタは同サイズでレイアウトしても製造上のバラツキにより容量値のミスマッチが生じるため, DAC 特性が非線形性を持ってしまう. この DAC の非線形性を  $\delta(z)$  とすると出力信号  $Y(z)$  は次のようになる.

$$Y(z) = \frac{H(z)}{1+H(z)} [X(z) - \delta(z)] + \frac{1}{1+H(z)} E(z).$$

上式により, ADC の量子化ノイズ  $E(z)$  はノイズシェーブされるが, DAC の非線形性  $\delta(z)$  は入力信号  $X(z)$  と同等で, ノイズシェーブされないまま出力されるため,  $\Delta\Sigma$ AD 変調器の精度劣化に繋がる. この影響はマルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器でも同様である. そこで DAC 非線形性  $\delta(z)$  の影響を低減させる手法が必要である.

### 5. DAC 非線形性ノイズシェーブアルゴリズム

前述したマルチビット DAC 非線形性による性能劣化を軽減するために, DA 変換器の入力段にデジタル信号処理を行う DWA(Data Weighted Averaging) アルゴリズムが提案されている (図 6). 現在提案されているものはローパス, ハイパス, 実バンドパスに対応し [2], また我々は複素バンドパスに対応したものを開発した [3]. この論文では, マルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器に対応したものを提案する.

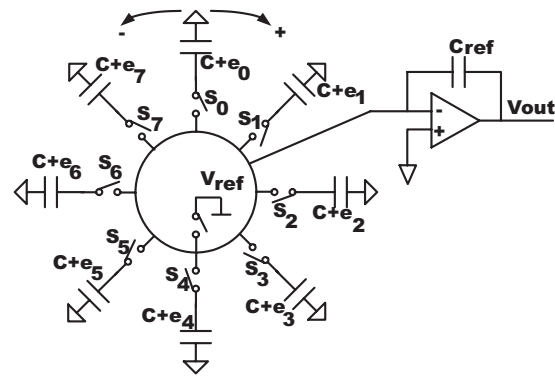


図 5: キャパシタセルをリング状に並べた DAC.

Fig.5: Switched-capacitor segment DAC in a ring form.

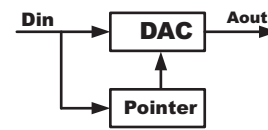


図 6: DWA 実現のための DAC のポインタ.

Fig.6: Pointer in segment DAC for DWA implementation.

DWA アルゴリズムでは変調器内のセグメント型 DAC に対して以下のことを考える.

- キャパシタセルをリング状配列する (図 5).
- セル配列に方向性を設ける.

このリング状 DAC では, 入力データに対して ON にするセルに正と負の方向性を考える.

- セル配列に Pointer を設ける.

DAC のセルに番号をつけ, さらに ON になるキャパシタセルの位置を記憶する Pointer を設ける. 時刻  $n$  での DAC の Pointer を  $P_1(n)$  とする.

#### ローパス DWA アルゴリズム

図 7 に入力データが 4, 3, 2... と変化する場合に ON になるキャパシタセルを記す. 入力信号が 4 のときにはキャパシタセル 0, 1, 2, 3 が ON になり, 次に 3 が入力されると 4, 5, 6 が ON になり, 次に 2 が入力されると 7, 0 が ON になる. この動作を行わせるため, Pointer の  $P_1(n)$  に現在の DAC 出力信号を記憶させ, 次の DAC の動作に反映する. 入力データに対してこのような使用セル選択をすることで, DAC の非線形性が  $1-z^{-1}$  で 1 次ローパスノイズシェーブされる. このアルゴリズムは主に  $H(z)$  がローパス特性時に使用される.

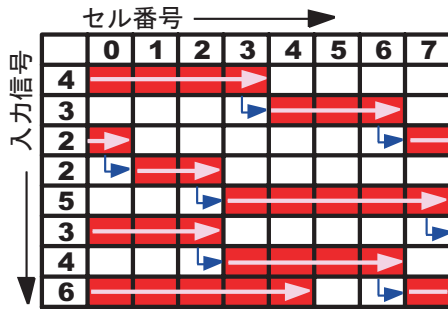


図 7: 9 レベル DAC 使用時のローパス DWA アルゴリズムの動作例。

Fig.7: Lowpass DWA algorithm operation example.

### ハイパス DWA アルゴリズム

図 8 に入力データが 4,3,2... と変化する場合に ON になるキャパシタセルを記す。この場合、入力信号が 4 のときには 0, 1, 2, 3 が ON になり、次に 3 が入力されると 3, 2, 1 が ON になり、次に 2 が入力されると 1, 2 が ON になる。ハイパスアルゴリズムでは DAC の非線形性を  $1+z^{-1}$  で 1 次ハイパスノイズシェーブされる。

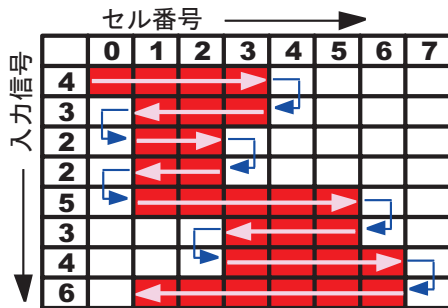


図 8: 9 レベル DAC 使用時のハイパス DWA アルゴリズムの動作例。

Fig.8: Highpass DWA algorithm operation example.

## 6. マルチバンドパス DWA アルゴリズム I

フィルタ伝達関数  $H(z)$  が式 (1) で与えられる図 2 のマルチバンドパス  $\Delta\Sigma$  変調器の場合を考える。この場合でフィルタの次数を  $N$  とすると、「 $N$  個のポイントをもってハイパス DWA アルゴリズムを  $N$  個でインターリーブする」マルチバンド DWA アルゴリズムを提案する。このとき DAC の非線形性  $\delta(z)$  は  $1+z^{-N}$  でノイズシェーブされる。

$N = 4$  の場合の例を図 9 に示す。デジタル入力が 4, 3, 2, 2, 5, 3, 4, 6 と逐次与えられたときのポイントの

位置と選択されるセルの番号を示す。

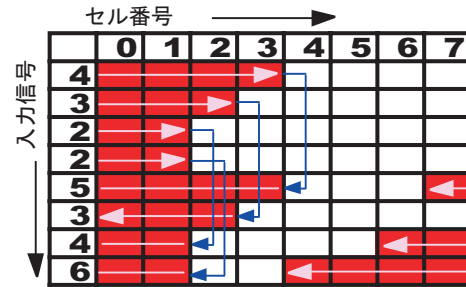


図 9: 4 次の場合の提案マルチバンドパス DWA アルゴリズム I の動作例。

Fig.9: Proposed multi-band-pass DWA algorithm I operation example for  $N = 4$ .

提案アルゴリズムの有効性を確認するため Matlab シミュレーションを行った。内部には 3 ビットの ADC と DAC を使い、フィルタ部分には (1) で  $N=4$  のフィルタを用いたマルチバンドパス  $\Delta\Sigma$  AD 変調器を構成した。このとき、DAC の回路部分には以下のように 3 つのケース分けを行った (フィルタと ADC は同一とした)。

- (i) 線形な理想 DAC を用いた場合。
- (ii) キャパシタにミスマッチがあるセグメント型 DAC を用いた場合。
- (iii) キャパシタにミスマッチがあるセグメント型 DAC に提案する DWA アルゴリズムを用いた場合。

図 10 に上記 3 つの場合の変調器出力スペクトラムと SNDR を比較したシミュレーション結果を示す。DAC に非線形性がある場合は理想のケースと比べて SNDR の劣化が大きい。提案アルゴリズムを用いた場合は大幅な SNDR の改善が確認できた。

(図 10 および後述の図 12 において、提案 DWA を用いた場合の SNDR vs OSR のグラフは線形な理想 DAC を用いた場合にほとんど重なっている。)

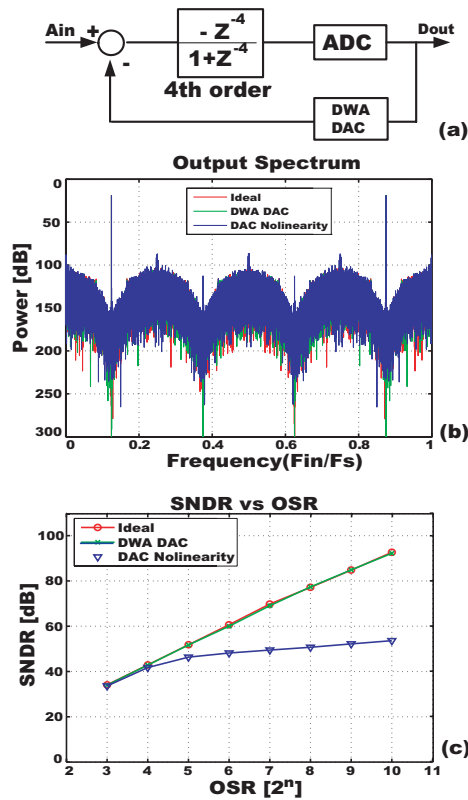


図 10: (a) マルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器 I ( $N = 4$ ). (b) 出力スペクトラム.(c) SNDR vs OSR.

Fig.10: (a) Multi-band-pass  $\Delta\Sigma$ AD modulator I ( $N = 4$ ). (b) Output spectrum. (c) SNDR vs OSR.

## 7. 提案マルチバンドパス DWA アルゴリズム II

フィルタ伝達関数  $H(z)$  が式 (2) で与えられる図 3 のマルチバンドパス  $\Delta\Sigma$  変調器の場合を考える。この場合にフィルタの次数を  $N$  とすると「 $N$  個のポイントをもってローパス DWA アルゴリズムを  $N$  個でインターリーブする」マルチバンド DWA アルゴリズムを提案する。このとき DAC の非線形性  $\delta(z)$  は  $1 - z^{-N}$  でノイズシェーブされる。

$N = 4$  の場合の例を図 11 に示す。デジタル入力が、4, 3, 2, 2, 5, 3, 4, 6 と逐次与えられたときのポイントの位置と選択されるセルの番号を示す。また図 12 にシミュレーション結果を示す。

## 8. マルチバンドパス DWA アルゴリズムの応用

従来の信号帯域が一つのバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器は、後段のデジタルフィルタの設計の容易性から中心周波数が  $f_s/4$  であるものがほとんどであった [1]。しかしながら回路内部の非線形性により信号周波数が  $f_{in}$  とすると  $f_{in}$  を  $f_s/4$  を中心に折り返したところにイ

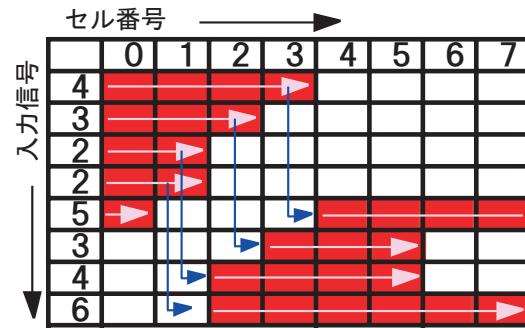


図 11: 4 次の場合の提案マルチバンドパス DWA アルゴリズム II の動作例。

Fig.11: Proposed multi-band-pass DWA algorithm II operation example for  $N = 4$ .

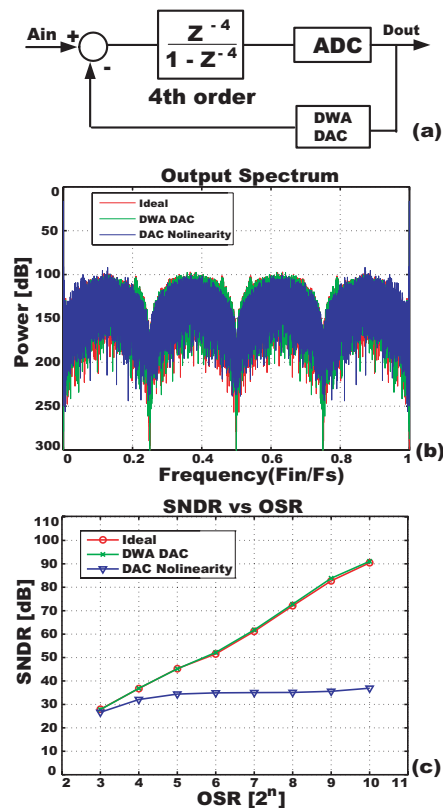


図 12: (a) マルチバンドパス  $\Delta\Sigma$ AD 変調器 II ( $N = 4$ ). (b) 出力スペクトラム.(c) SNDR vs OSR.

Fig.12: (a) Multi-band-pass  $\Delta\Sigma$ AD modulator II ( $N = 4$ ). (b) Output spectrum. (c) SNDR vs OSR.

イメージ信号が発生し、それが信号帯域内に入ってしまうため SNDR を劣化させるという問題が生じていた。これを解決するため信号帯域の中心周波数を  $f_s/4$  以外のところにとり、非線形性によるイメージ成分は信号帯域外になる方式が提案・実現されている [7]。これは VLSI 技術の進展によりデジタルフィルタが複雑になるのがあまり問題にならなくなっていることも理由の一因である。

開発した DWA アルゴリズムはこのような信号帯域が一つで中心周波数が  $f_s/4$  以外のバンドパス  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調器に対しても有効である。(従来のバンドパス用 DWA アルゴリズムは中心周波数が  $f_s/4$  に対してのもののみである [2].)

具体的に図 13(a) に示すように中心周波数が  $f_s/6$  のバンドパス変調器を考える。このとき  $N=3$  のマルチバンドパス DWA アルゴリズム I(図 13(b)) を用いることで、信号帯域  $f_s/(2N) = f_s/6$  で DAC 非線形性がノイズシェーブされる。図 13(c),(d) にその効果のシミュレーション結果を示す。

また、提案 DWA アルゴリズムは出力信号が  $f_s/4$  以外のバンドパス  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調器に対しても有効である。

## 9. まとめ

マルチバンドパス  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調器用マルチビット DAC の非線形性をノイズシェーブするアルゴリズムを提案し、SNDR 改善ができることを Matlab シミュレーションにより確認した。

謝辞 有益なコメントをいただきました松浦達治氏に謝意を表します。

## 参考文献

- [1] S. R. Norsworthy, R. Schreier, G. C. Temes (editors), *Delta-Sigma Data Converters, - Theory, Design and Simulation*, IEEE Press (1997).
- [2] T. Shui, R. Schreier, F. Hudson, "Mismatch shaping for a current-mode multibit delta-sigma DAC," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.34, pp.331-338 (March 1999).
- [3] H. San, H. Kobayashi, S. Kawakami, N. Kuroiwa, "A Noise-Shaping Algorithm of Multi-bit DAC Nonlinearities in Complex Bandpass  $\Delta\Sigma\text{AD}$  Modulators," *IEICE Trans. on Fundamentals*, vol.E87-A, no.4, 792-800 (2004 April).
- [4] S. Bommalingaiahnapallya, R. Bommalingaiahnapallya, R. Harjani "Extended Noise-shaping in cascaded N-tone Sigma-Delta Converters," *5th IEEE International Conference on Advanced AD and*

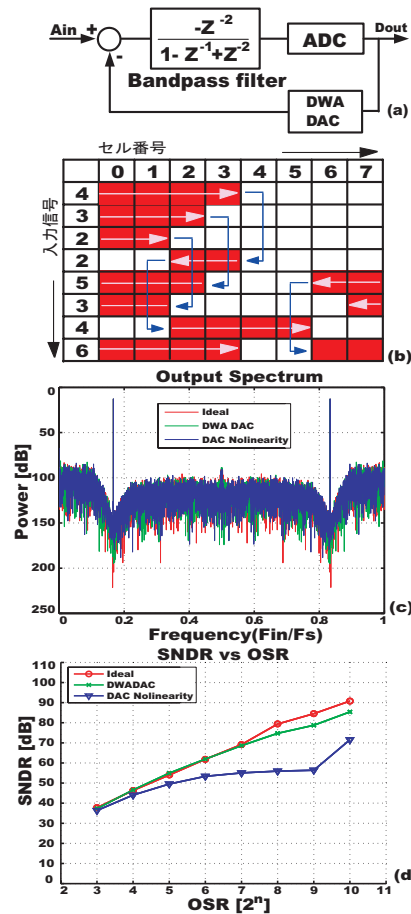


図 13: (a) 帯域中心周波数  $f_s/6$  のバンドパス  $\Delta\Sigma\text{AD}$  変調器。 (b) マルチバンド DWA アルゴリズム I ( $N = 3$ )。 (c) 出力スペクトラム。 (d) SNDR vs OSR。

Fig.13: (a) Bandpass  $\Delta\Sigma\text{AD}$  modulator whose center frequency of the signal band is  $f_s/6$ . (b) Multi-band-pass DWA algorithm I ( $N = 3$ ). (c) Output spectrum. (d) SNDR vs OSR.

*DA Conversion Techniques and Their Applications*, pp.39-44, Limerick, Ireland (July 2005).

- [5] 小室貴紀, 曾布川慎吾, 小林春夫, 酒寄寛, "Total Harmonic Distortion Measurement System for Electronic Devices up to 100MHz with Remarkable Sensitivity," 電気学会・電子回路研究会, ECT-05-47, 仙台 (2005年6月).
- [6] T. Komuro, S. Sobukawa, H. Kobayashi, H. Sakayori, "THD Measurement and Compensation for Analog Circuits with Fine CMOS Devices", *International Conference on Solid-State Devices and Materials*, Kobe (Sept. 2005).
- [7] F. Ying, F. Maloberti, "A Mirror Image Free Two-Path Bandpass  $\Sigma\Delta$  Modulator with 72dB SNR and 86dB SFDR," *Tech. Digest of ISSCC*, pp.84-85, San Francisco (Feb. 2004).