

連続時間 BP $\Delta\Sigma$ AD 変調器の Q 値とループ遅延の影響

Study of Q Factor and Loop Delay Effects of Continuous-Time $\Delta\Sigma$ AD Modulators

林 海軍[†] 田邊 朋之[†] 元澤 篤史[†] ロレ パスカル[‡]
飯塚 邦彦[‡] 小林 春夫[†] 傘 昊[†] 高井 伸和[†]

[†]群馬大学大学院 工学研究科 電気電子工学専攻
[‡]シャープ株式会社

Haijun LIN[†] Tomoyuki TANABE[†] Atsushi MOTOZAWA[†] Pascal LO RE[‡]
Kunihiko IIZUKA[‡] Haruo KOBAYASHI[†] Hao SAN[†] Nobukazu TAKAI[†]

[†]Electronic Engineering Department, Graduate School of Engineering, Gunma University
[‡]SHARP Corporation

概要 この論文では RF サンプリングの実現のためにサブサンプリング技術を用いたバンドパス高速連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路に関して次のことを行った。

- (i) 変調器内の共振回路の有限 Q 値が変調回路全体の SNDR に対する影響の解析。
- (ii) デジタルフィルタを使用しノイズ伝達関数にゼロ点を加え全体 SNDR 向上する手法の検討。
- (iii) 連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路のループ遅延の影響に対する検討。
 - (iii-a) 変調回路のパラメータをループ遅延値により最適化の検討。
 - (iii-b) フィードフォワード構成でループ遅延の影響軽減の検討。
- (iv) Matlab と SPICE シミュレーションによる検討方法の有効性を確認。

キーワード: RF サンプリング, 連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調器, Q 値, ループ遅延, サブサンプリング

1 はじめに

筆者らは無線 LAN・携帯電話等の受信機アナログ・フロントエンド部で高周波狭帯域信号を高精度・低消費電力で直接 RF 信号を AD 変換するための、サブサンプリングを用いた連続時間バンドパス $\Delta\Sigma$ AD 変調回路を検討してきている [1, 2, 3]。その変調回路内に用いる共振回路 (resonator, Q 値の高いバンドパスフィルタ) は LC 型共振回路や Gm-C 型共振回路で実現できる [7],[5]。この論文では回路面積を最小化し、システムの全てを CMOS プロセスで構成する為に Gm-C 型共振回路を用いることを検討する。

この論文では以下のことを記述する。

- (i) 提案変調回路 [1, 2, 3] ではクロックジッタの影響を最小限にしてサブサンプリングを実現するため、変調器内 DAC に RFDAC [1, 6] を用いるが、共振回路の Q 値, 変調器のループ遅延 (Excess Loop Delay) [3] による SNDR の影響を調べる。
- (ii) デジタルフィルタを用いてノイズ伝達関数 (NTF) に新たなゼロ点を追加し、共振回路の Q 値が低くても高い SNDR が実現できる手法を検討する。
- (iii) 予めループ遅延の値を見積もって、遅延量に応じて共振回路のパラメータを最適化し、さらにフィードフォワード構成を用いてループ遅延による変調回路の精度劣化を補う手法を提案する。

2 連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調器の伝達関数

2.1 モデルとなる離散時間変調器の伝達関数

図 1(a) に離散時間バンドパス $\Delta\Sigma$ AD 変調回路のブロック図を示す。z 領域での伝達関数は次のようになる。

$$Y(z) = \frac{H(z)}{1+H(z)}X(z) + \frac{1}{1+H(z)}Q(z).$$

ここで $X(z)$ は入力信号, $Y(z)$ は出力信号, $Q(z)$ は変調回路内部 AD 変換器の量子化ノイズである。信号伝達関数 (STF) とノイズ伝達関数 (NTF) はそれぞれ次のようになる。

$$STF = \frac{H(z)}{1+H(z)}, \quad NTF = \frac{1}{1+H(z)}.$$

一次離散時間ループ内共振回路の伝達関数は $H(z) = -\frac{z^{-2}}{1+z^{-2}}$ であり、このときの STF, NTF は次のよう

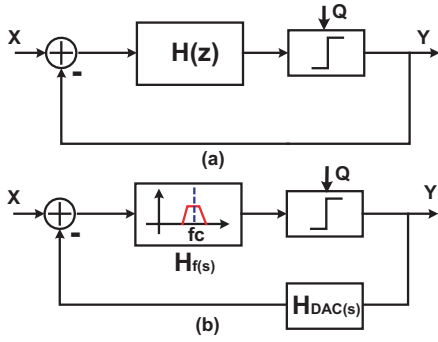


図 1: (a) 離散時間バンドパス $\Delta\Sigma$ AD 変調器. (b) 連続時間時間バンドパス $\Delta\Sigma$ AD 変調器.

になる.

$$STF = -z^{-2}, \quad NTF = 1 + z^{-2}. \quad (1)$$

2.2 連続時間変調器の設計

NTF は $\Delta\Sigma$ AD 変調回路のノイズシェーピング特性を決める. したがって連続時間 1 次 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路 (図 1(b)) はその NTF を離散時間 1 次 $\Delta\Sigma$ AD 変調器と同じになるように設計する. ここでは z 変換と Modified z 変換を用いる [2],[3]. 変調器内 Gm-C 共振回路の伝達関数を次の式で表す.

$$H_f(s) = \frac{a \cdot \omega_0 s + b \cdot \omega_0^2}{(s - s_1)(s - s_2)}.$$

共振回路の伝達関数の極 s_1, s_2 は次のようになる.

$$s_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0\sqrt{1 - 1/4Q^2}$$

$$s_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} - j\omega_0\sqrt{1 - 1/4Q^2}.$$

変調回路に用いる内部 DAC は RF DAC[1] の s 領域での伝達関数は次のように計算できる [3].

$$H_{RFDAC}(s) = \frac{1}{2}(1 - e^{-\frac{1}{2}sT})^2 \frac{4\omega^2}{s(s^2 + 4\omega^2)}$$

ここで T はサンプリング周期, ω はサンプリング角周波数である. 連続時間 1 次 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の z 領域での等価 NTF, STF は次のように計算できる.

$$STF = \frac{H_f(s)}{1 + Z[H_f(s)H_{RFDAC}(s)]} \Big|_{s=j\omega, z=e^{j\omega T}}. \quad (2)$$

$$NTF = \frac{1}{1 + Z[H_f(s)H_{RFDAC}(s)]}. \quad (3)$$

ここで $Z[H_f(s)H_{RFDAC}(s)]$ はループ伝達関数を z 変換したものである. z 変換の結果を代入し, 次のノ

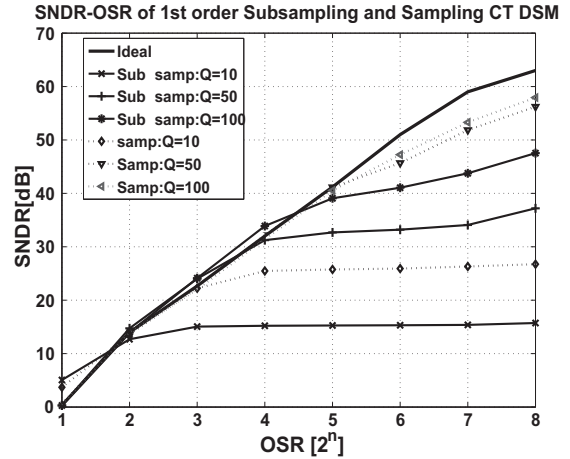


図 2: 連続時間 1 次 $BP\Delta\Sigma$ AD 変調器の SNDR.

イズ伝達関数を得る.

$$NTF = \frac{1 - 2\cos(\beta\omega_0 T)e^{\alpha\omega_0 T}z^{-1} + e^{2\alpha\omega_0 T}z^{-2}}{d_1 + d_2 z^{-1} + d_3 z^{-2}}.$$

ここで $\alpha = -1/2Q$, $\beta = \sqrt{1 - 1/4Q^2}$ であり, これらはループ共振回路の Q の関数である. d_1, d_2, d_3 はループ共振回路のパラメータ a, b の関数である, $d_1 = 1, d_2 = 0, d_3 = 0$ になるように a, b の値を設定すると, 連続時間 1 次 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の NTF は次のようになる.

$$NTF = 1 - 2\cos(\beta\omega_0 T)e^{\alpha\omega_0 T}z^{-1} + e^{2\alpha\omega_0 T}z^{-2}. \quad (4)$$

3 サブサンプリング技術での Q 値の影響の解析

連続時間変調器に入力信号帯域の中心周波数がサンプリング周波数 f_s の $3/4$ のサブサンプリング技術を用いることを考える ([1], $\omega_0 = 3\pi/(2T)$). 共振回路の Q 値が無限大の場合, $\alpha = 0, \beta = 1$ となり, 式 (4) は $NTF = 1 + z^{-2}$ となり, 式 (1) で表したモデルとする離散時間変調回路の NTF と同じになる. (離散時間と連続時間変調回路のノイズシェーピングが同じ結果が得られる.)

しかし, 現実的に共振回路の Q 値が有限である. この解析を簡単化するため式 (4) を次のように近似する.

$$NTF = 1 + z^{-2}e^{-\omega_0 T/Q}. \quad (5)$$

Q 値が有限であるため, $e^{-\omega_0 T/Q}$ が 1 より小さくなるので式 (5) のノイズシェーピング特性が劣化する. 入力信号帯域中心周波数 $= (1/4) \times$ サンプリング周波数の場合, 正規化した入力信号帯域中心周波数は

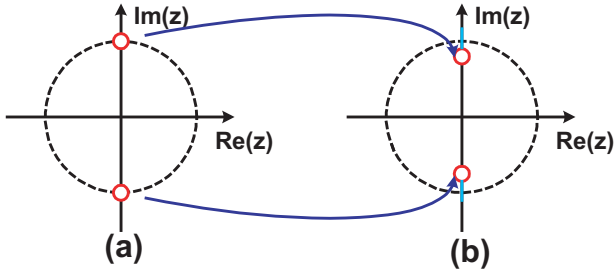


図 3: 連続時間 1 次 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の NTF ポール.

$\omega_0 = \pi/2T$ である. 式 (4) に代入すると, この場合とサブサンプリングの場合は NTF は次のようになる.

$$NTF_{\text{sampling}} = 1 + z^{-2}e^{-\pi/2Q}. \quad (6)$$

$$NTF_{\text{subsampling}} = 1 + z^{-2}e^{-3\pi/2Q}. \quad (7)$$

上式から分かるように, 同じノイズシェーブ特性を得るためにはサブサンプリングの場合は共振回路の Q 値が 3 倍必要であることがわかる. (同じ Q 値ならサブサンプリングの場合はノイズシェーブ特性が劣化する.) $1/4$ サンプルング技術を用いたときの図 2 に同じ Q 値の下で $(1/4)f_s$ サンプルングと $(3/4)f_s$ サブサンプリング技術を用いた連続時間 1 次 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の SNDR のシミュレーション結果を示す. $(1/4)f_s$ サンプルングを用いた場合, $Q = 50$ で変調回路の SNDR 劣化がかなり防げるが, $(3/4)f_s$ サブサンプリングを用いた場合, SNDR 劣化を防ぐのに $Q = 200$ 程度が必要である ($Q = 200$ は実現困難.)

この原因は, 図 3 で示すように NTF の z^{-2} 項が 1 の場合は NTF のゼロ点は z 領域の単位円上の $\pm j$ にあるが, z^{-2} 項が Q 値の影響で 1 より小さい場合は NTF のゼロ点が z 領域の単位円内に入ってしまうことにある.

4 サブサンプリング技術での Q 値の影響の改善法

この問題を解決するため, 図 4 に示すように変調回路の出力と内部 DAC の間にデジタルフィルタを用いて, NTF に新たなゼロ点を追加して NTF 特性を補償する手法を検討する. 図 4 の開ループ伝達関数は次のようになる.

$$H_{eq}(z) = H_{df}(z)Z[H_{RFDAC}(s)H_f(s)].$$

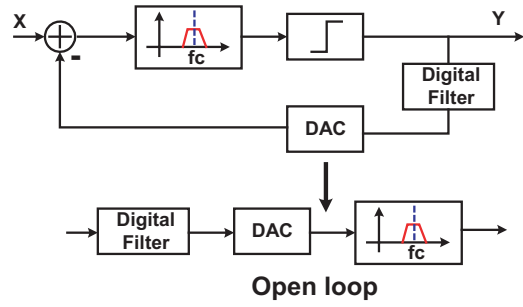


図 4: デジタルフィルタを用いた変調回路.

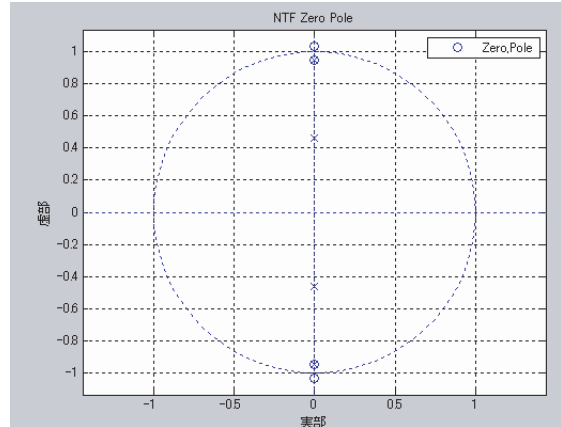


図 5: デジタルフィルタを用いた変調器の NTF ゼロ点.

$H_{df}(z)$ は次のような 2 次 IIR デジタルフィルタの伝達関数である.

$$H_{df}(z) = \frac{1 - f_{n1}z^{-1} + f_{n2}z^{-2}}{1 - f_{d1}z^{-1} + f_{d2}z^{-2}}.$$

ここでパラメータ $f_{n1}, f_{n2}, f_{d1}, f_{d2}$ は Q の関数である. デジタルフィルタ使用の際の変調器の NTF は次のようになる.

$$\begin{aligned} NTF &= \frac{1}{1 + H_{eq}(z)} \\ &= \frac{1 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2} + q_3z^{-3} + q_4z^{-4}}{p_0 + p_1z^{-1} + p_2z^{-2} + p_3z^{-3} + p_4z^{-4}}. \end{aligned}$$

NTF のパラメータ $q_1 \dots p_4$ により共振回路のパラメータ a, b とデジタルフィルタのパラメータを決める. 結果として, NTF の伝達関数から z 領域で単位円の外側に新たなゼロ点作り出し, 全体的に NTF の特性を補正する. デジタルフィルタを追加することで変調器 STF も影響され次のようになる.

$$STF = \frac{H_f(s)}{1 + H_{eq}(z)} \Big|_{s=j\omega, z=e^{j\omega T}}$$

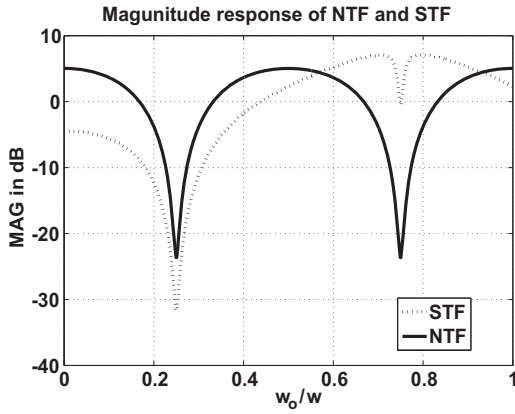


図 6: デジタルフィルタを用いた変調回路の NTF と STF の周波数特性.

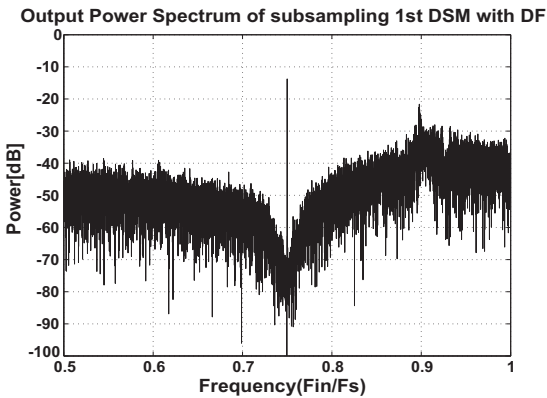


図 7: デジタルフィルタを用いた変調回路の出力スペクトラム.

デジタルフィルタを用いた 1 次連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調器の NTF と STF の伝達関数の計算結果を図 6 で示す ($Q = 40$ の場合). NTF が信号帯域 ($f_{in} = (3/4)f_s$) で減衰するが, STF も入力信号帯域で減衰している (出力信号のパワーが信号帯域で減衰する). STF の減衰量と NTF の減衰量のトレードオフの関係によってデジタルフィルタのパラメータの最適値を決める. デジタルフィルタを用いた変調器の Matlab でのシミュレーション結果を図 7 で示す ($Q = 40$ の場合). サブサンプリング ($f_{in} = (3/4)f_s$) 1 次連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調器でデジタルフィルタを使用した場合と使用していない場合, およびサンプリング ($f_{in} = (1/4)f_s$) 変調回路の SNDR の結果比較を図 8 に示す. 図 8 から分かるように, サブサンプリングでデジタルフィルタを用いた場合は OSR が小さいときは (STF ゲイン減衰により) 出力パワーが小さいため SNDR がデジタルフィルタを用いてない場合より低い, OSR

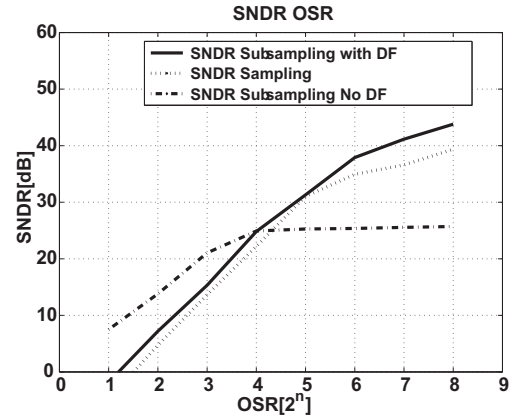


図 8: SNDR の比較.

が大きくなると SNDR がよくなる, (サンプリング ($f_{in} = (1/4)f_s$) 技術を用いた場合と同様な SNDR が得られる.) すなわち共振回路の Q 値が有限の変調回路に対しデジタルフィルタによる精度補正の有効性が確認できた.

デジタルフィルタが 2 次 IIR 型になるため, 単純に設計すると 2 個の遅延分が生じるが, 変調回路の内部 ADC/DAC が 1 ビットであることを利用しオールパスフィルタ技術等を用いて遅延分をほぼなくすることができる.

5 ループ遅延の影響の補正法

連続時間 $\Delta\Sigma$ AD 変調回路ではループ内の ADC の出力と内部 DAC の出力間のループ遅延により, AD 変調回路全体の精度が劣化する問題がある [4]. ここではループ遅延の量によって, 変調回路のパラメータを最適化し精度劣化を補う手法を検討する. また変調回路にフィードフォワード経路を追加しループ遅延による変調回路全体の精度劣化を補正することを示す.

ループ遅延の影響による変調回路の z 領域での等価伝達関数を Modified- z 変換で計算できる. NTF は次のようになる.

$$NTF \approx \frac{(1 + e^{2\alpha\omega_0 T} z^{-2})(1 - z^{-1})}{1 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + g_3 z^{-3} + g_4 z^{-4}}. \quad (8)$$

ここで $g_1 \cdots g_4$ の値は共振回路のパラメータとループ遅延によって決める. 式 (8) から分かるように, ループ遅延量により NTF に新たなゼロ点と極が生じ, 極が z 領域の単位円内および単位円外に移動し変調回路が不安定になる (図 9). 高次項 (z^{-4}) によって生じたポールの影響を低減するため, 遅延量によって $g_1 = -1, g_2 = 0, g_3 = 0, g_4 = 0$ になるように共振回

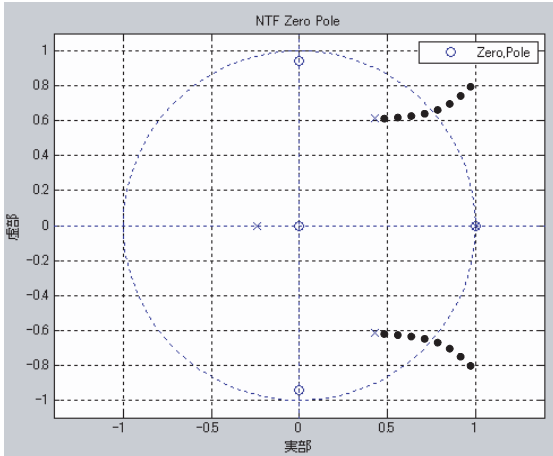


図 9: ループ遅延がある場合の NTF のポール.

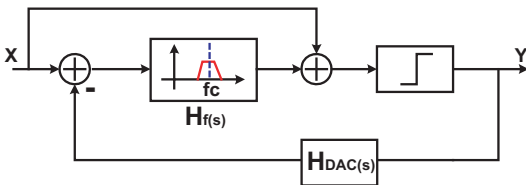


図 10: フィードフォワード型 1 次 BP AD 変調回路.

路のパラメータ a, b 等を設定し $NTF \approx 1 + e^{2\alpha\omega_0 T} z^{-2}$ とすることで、ループ遅延の影響をを補正することができる。

パラメータの最適化に加えて変調回路にフィードフォワードのパスを追加する構成を検討する (図 10). 入力信号からループ内の AD 入力まで直接にパスを追加した形となる. フィードフォワード経路により次 BP $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の NTF は影響を受けないが, STF は影響を受けて次のようになる.

$$STF = \frac{1 + H_f(s)}{1 + Z[H_{RFDAC}(s)H_f(s)]} \Big|_{s=j\omega, z=e^{j\omega T}}$$

NTF, STF の計算結果を図 11 に示す.

$0.18\mu m$ CMOS プロセスでは NMOS は $f_T \approx 45GHz$ である. 入力帯域中心周波数 $f_{in} = 2.4GHz$ に対するサブサンプリングでのクロック周波数周波数 $f_s = 3.2GHz$ の場合に (内部 ADC と内部 DAC の回路構成によるが) ループ遅延 $ELD \approx 0.5T_s$ ($T_s = 1/f_s$) を想定するれば充分であると考えた. ループ遅延が $0.5T_s$ の場合のフィードフォワード型 1 次変調回路 (Q 値補正用デジタルフィルタ付き) の出力パワーの解析結果を図 12 で示す.

また, ループ遅延が $0.5T_s$ のとき変調回路のパラメータを最適化しない場合, 最適化した場合および

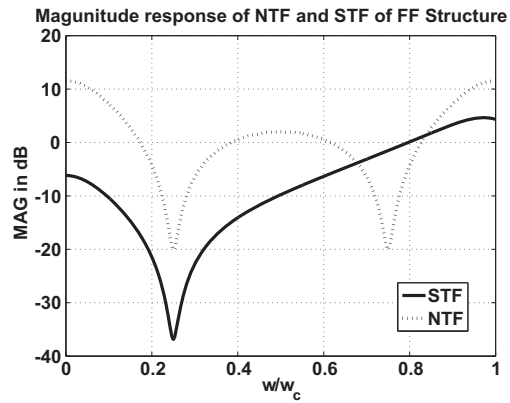


図 11: フィードフォワード型 1 次 BP AD 変調回路の NTF と STF.

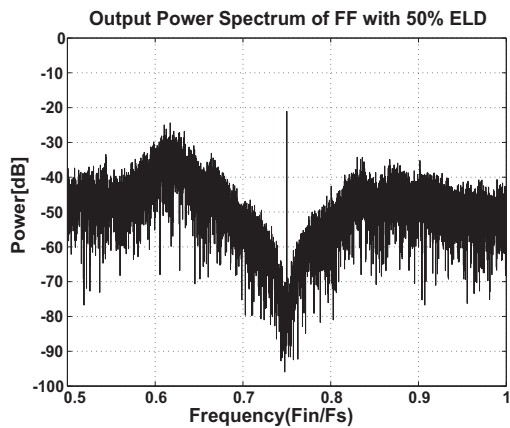


図 12: フィードフォワード型 1 次 AD 変調回路の出力パワー.

フィードフォワード型でパラメータを最適化した場合の変調回路の SNDR の比較を図 13 で示す. ループ遅延を見積もった上で, 変調回路のパラメータを調整することで, SNDR をかなり補正することができる. フィードフォワード型変調回路の SNDR が一番よいことが確認できた. (連続時間フィードフォワード型変調回路がループ遅延影響軽減に有効であることが確認できた.)

6 CMOS による回路構成と解析結果

TSMC $0.18\mu m$ CMOS のプロセスを用いて, 共振回路を設計し回路解析を行った (内部 ADC と内部 DAC は Verilog-A を用いてモデル化した). 共振回路を図 14 で示す [8], 全てを CMOS インバータ回路で構成する. この共振回路 ($Q = 40$) を用いて, 入力周波数 $f_{in} = 2.4GHz$, サンプリング周波数 $f_s = 3.2GHz$ の条件で SPICE シミュレーションを行った (図 15).

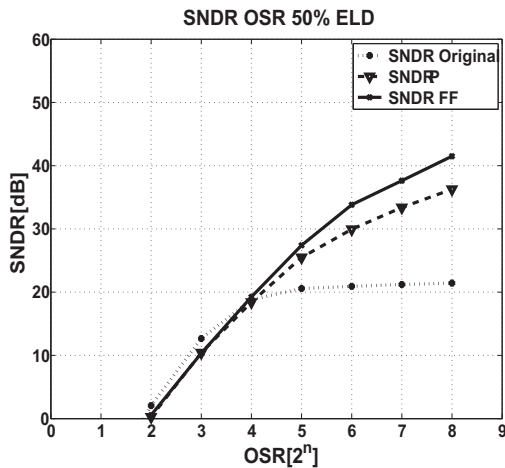


図 13: SNDR 比較.

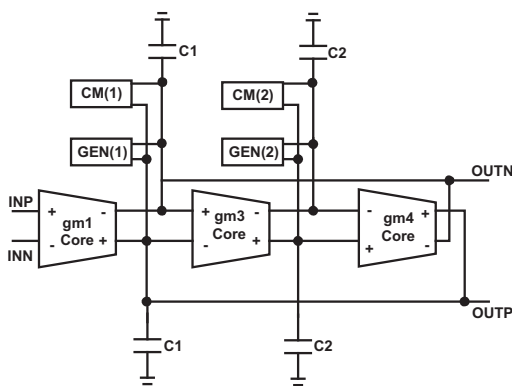


図 14: 変調回路の内部共振回路.

SPICE と Matlab の SNDR 解析結果の比較を図 16 で示す ($Q = 40$ の場合). 両者はほぼ同等であることが確認できた.

7 むすび

本論文では RF サンプリグ用連続時間 BP $\Delta\Sigma$ AD 変調回路の内部共振回路の Q 値の影響の解析とデジタルフィルタの補正を検討した. またループ遅延に対する変調回路の精度劣化に関し, 変調回路のパラメータを最適化しフィードフォワード構成を用いることを検討した. Matlab と SPICE を用いて提案手法の有効性を確認した.

参考文献

- [1] M. Uemori, et,al, "High-Speed Continuous-Time Subsampling Bandpass $\Delta\Sigma$ AD Modulator Architecture." IEICE Trans. Fundamentals (April 2006).
- [2] 元澤篤史 他."RF サンプリグ連続時間バンドパス変調器の設計論". 電子情報通学会 第 20 回回路とシステム (軽井沢) ワークショップ (2007 年 4 月).

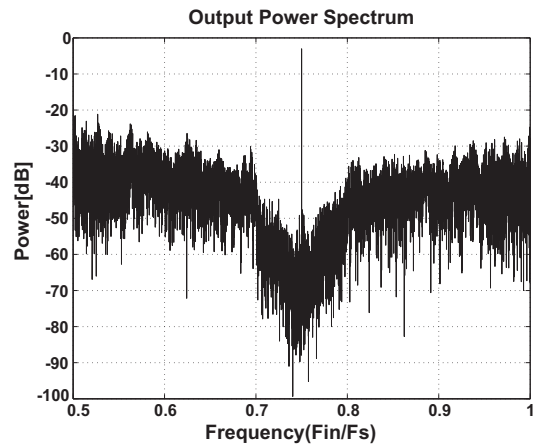


図 15: 出力パワーの SPICE 解析結果.

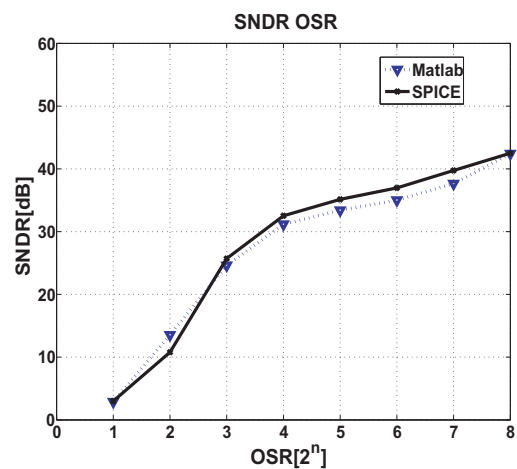


図 16: SPICE と matlab の SNDR の比較.

- [3] 元澤篤史 他."RF サンプリグ連続時間バンドパス変調器アーキテクチャの検討". 電気学会 電子回路研究会 ECT-08-23 (2008 年 3 月).
- [4] J. Engelen "Stability Analysis and Design of Bandpass Sigma Delta Modulators," (1999).
- [5] J. Cherry, W. Snelgrove. *Continuous Time Delta-Sigma Modulators For High Speed A/D Conversion*, Kluwer Academic Publishers (2002).
- [6] S. Luschas. "Radio Frequency Digital to Analog Converter", PHD.dissertation Massachusetts Institute of Technology (2003).
- [7] R. Schreier, G. Times, *Understanding Delta-Sigma Data Converters*, Wiley-IEEE Press (2004).
- [8] H. Lin, et,al. "Design and Analysis of Low Power Inverter-Type Gm-C Bandpass Filter", IEEJ International Analog VLSI Workshop (2008).