

●技術論文

確定ジッタのロバストなモデル同定法

Robust Method to Identify a Deterministic Jitter Model

山口 隆弘
Takahiro Yamaguchi

一山 清隆
Kiyotaka Ichiyama

Harry X. Hou

石田 雅裕
Masahiro Ishida

あらまし

本稿は、トータル・ジッタの確率密度関数に混在する異種の確定ジッタのモデルを同定するあたらしい方法を提案する。提案法は、トータル・ジッタ確率密度関数 (TJ PDF) のみから、混在する確定ジッタ・モデルの特性関数を同定する。サイン波ジッタをもちいたベンチマーク実験は、提案アプローチの性能が非常に高いことを明らかにした。サイン波ジッタとDDJをもちいた実験により、提案法が確定ジッタ・モデルを誤判定する率は非常に小さいことが検証された。

A new method for identifying a deterministic jitter (DJ) model in a total jitter (TJ) distribution is proposed in this paper. The new method is based on the characteristic function and identifies the DJ model from the given TJ PDF contaminated by an unknown DJ PDF. Benchmark testing using sinusoidal jitter provides validation of the new method for high-performance identification of the DJ model. Experiments on a variety of TJ PDFs also validate the very low false alarm probability of the new method.

1. まえがき

シリアル高速伝送デバイスにたいしては、確定ジッタにたいするデバイスのタイミングマージンまたは耐性試験が重要である。シリアルリンクのビットレートが高くなるにしたがいアイ開口時間幅は小さくなる傾向である (たとえば文献[1]のビット誤り率バスタブ曲線は、レートが5/10/15 Gbpsとなるにしたがい、ビット誤り率 $BER = 10^{-9}$ におけるアイ開口時間幅が減少している)。さらに、ある高ビットレートを仮定しても、伝送されるビット・パターンが複雑になると、その受信ビット列は雑音に近くなり、データ・アイ・マージンは小さくなる[2], [3] (文献[4]のビット誤り率バスタブ曲線は、パターンがクロックから 2^7-1 PRBS、 $2^{32}-1$ PRBSと複雑になるに従いアイ開口時間幅が減少することを示している)。これは、主にデータ依存ジッタによる。このデータ依存ジッタはリンクの帯域制限により発生する。とくに、非常に小さいビット誤り率 (たとえば $BER=10^{-12}$) におけるデータ・アイ開口時間幅を高精度に推定するには、ヒストグラム (度数分布曲線) として測定されたトータル・

ジッタ確率密度関数 (TJ PDF) に混在するランダム・ジッタと確定ジッタを分離する必要がある。しかし、TJ PDFに適用できる既存の2つのジッタ分離法は、1種類の確定ジッタ・モデル (2つのDiracデルタ関数からなる) を暗黙裡に利用する[5], [6]。この確定ジッタ・モデルは、被試験TJ PDFの真の確定ジッタに必ずしもぴったりと合うとは限らないから、確定ジッタのピークツウピーク値を過小評価することになる[6]。

文献[7]は、あたえられた確定ジッタ・モデルをもちいてランダム・ジッタと確定ジッタ・モデルを分離できる方法を最近提案している。すなわち、TJ PDFをFourier変換することにより、ランダムRJジッタと確定ジッタに分離する。この方法をPDFブラインド分離器法と呼ぶことにする。この方法の潜在的問題は、TJ PDFに混在する確定ジッタ・モデルを同定する方法を必要とすることである。

本報告書は、被試験TJ PDFの確定ジッタにぴったりと合う確定ジッタ・モデルを同定するアルゴリズムを提案する。あたらしい方法は、クロック・パターンにサイン波ジッタを印加した実験と2.5 Gbpsの7段擬似ランダム2値系列 (PRBS) にデータ依存ジッタ

本稿はITC2009において発表され、ITC2010において「Honorable Mention Award」を受賞した。

© 2009 IEEE. Reprinted, with permission, from "A Robust Method for Identifying a Deterministic Jitter Model in a Total Jitter Distribution" by Takahiro J. Yamaguchi, Kiyotaka Ichiyama, Harry X. Hou, and Masahiro Ishida, International Test Conference 2009.

(DDJ)を印加した実験により検証される。

本論文の第2節は、ランダム・ジッタと確定ジッタを分離する従来法を概説する。第3節は、あたらしい確定ジッタ・モデル同定を支える理論をあたえる。第4節は、この確定ジッタ・モデル同定法の性能を評価する。最後に、提案法の利点と限界が第5節において論じられる。

2. 従来のジッタ分離法

本節はジッタ分離にたいするキーの用語を定義する。また従来のジッタ分離法を概説しその限界を論じる。

2.1 用語の定義

ランダム・ジッタ: ランダム・ジッタ(RJ)は不規則雑音により注入される信号エッジの揺らぎである。ランダム・ジッタはガウス分布 $g(t)$ にしたがい、ほかのシステム雑音源には無相関である。ランダム・ジッタ確率密度関数RJ PDFは非有界である。RJにより生起するビット誤り率(BER)はランダム・ジッタの標準偏差 σ_r に比例する。

確定ジッタ: 確定ジッタ(DJ)も信号エッジをその理想タイミングから逸脱させる。確定ジッタには、データ依存ジッタ(DDJ)、デューティ・サイクル歪み(DCD)、有界無相関ジッタ(BUJ)、サイン波ジッタ(SJ)などがふくまれる。エッジ変動は高周波数における減衰(表皮効果や誘電損による)や信号反射[8]やクロストーク[9]により引き起こされる。DJは非ガウス分布 $d(t)$ にしたがう。確定ジッタ確率密度関数DJ PDFは有界である。DJの原因は比較的簡単に見つけることができる。しかし、DJのシリアルリンクにたいするインパクトは、RJと同程度に大きい。DJにより生起するビット誤り率は確定ジッタ・モデルと確定ジッタのピークツウピーク値 DJ_{pp} の関数であたえられる[2]、[10]。

トータル・ジッタ[6]: トータル・ジッタ(TJ)量は、時刻 t にたいするBERプロットにおいては、ある特定のビット誤り率におけるアイの閉じている時間幅として定義される。ピークツウピークのトータル・ジッタ TJ_{pp} はビット時間間隔と(ある特定 $BER_{threshold}$ における)アイ開口時間幅の差である。

トータル・ジッタ分布: トータル・ジッタ分布は、確定ジッタ分布が混在しているランダム・ジッタ分布とみなせる。あるいはまた、トータル・ジッタ確率密度関数TJ PDFは(不規則な)ガウス分布 $g(t)$ と(確定的)非ガウス分布 $d(t)$ の畳み込みであり、 $g(t)*d(t)$ と表示される。ガウス分布 $g(t)$ をふくむため、この畳み込み $g(t)*d(t)$ は非有界である。SoCテストはデジタルピンのみをもちいる方法(たとえばフェイルカウンタ法やパービン・タイミングジッタ・スコープ法[11])でTJ PDFを測定できる。たとえば、SoCテストのストロブ・タイミングをシフトさせ、各タイミングにおける被試験信号の誤りビット数を計数することにより

トータル・ジッタの累積分布関数(cumulative distribution function、CDF)をもとめる。つぎにCDFの変化率からトータル・ジッタの確率密度関数が計算される。

中心極限定理(The Central Limit Theorem): (a) 同一分布。N個の確率変数が統計的に独立で同一の分布にしたがい、同程度の有限な平均と分散をもつと仮定する。中心極限定理をもちいると、これらの確率変数の和の過程はガウス分布で近似される。(b) 非同分布における部分。たとえ和が統計的に独立で、任意のPDFをもつ非同分布にしたがう確率変数からなるとしても、ガウス曲線の(平均値付近の)中心部にたいしては、中心極限定理による近似が正確になりつつ。しかし、PDFの両端部にたいしては、ガウス曲線による近似は正確でなく大きな誤差がともなう[12]、[13]、[14]。

2.2 ダブルデルタ法

トータル・ジッタがガウス分布のみにしたがうとき、BERはガウス分布の標準偏差 σ_t のみで算出できる。一方、トータル・ジッタが非ガウス分布(すなわち確定分布)にしたがうとき、BERは確定ジッタ・モデルと分布のピークツウピーク値 DJ_{pp} で近似できる[2]、[10]。一般にTJ PDFはガウス分布と(確定的)非ガウス分布からなるから、BERを正確に見積もるには σ_t と確定ジッタ・モデルと DJ_{pp} を必要とする。したがってTJ PDFをRJ PDFとDJ PDFに分離しなければならない。

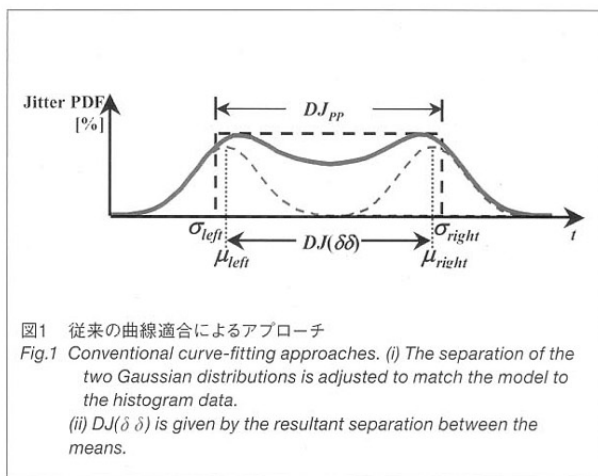
ジッタ分離法には、現在さまざまな方式がある。しかし、すでに説明した2つの方法(TJ PDFのRJとDJ分離に適用できる方法)は、1種類の確定ジッタ・モデルの利用に限られる。文献[5]と[6]の方法は、TJ PDFの両端部は2つの異なるガウス分布からなると仮定する。文献[5](ジッタ分離の先駆的論文)は、両端部のTJ PDFに合うように、2つのガウス分布の間隔を調整する。調整が完了すると、図1に点線で図示するように、2つのガウス分布から、その標準偏差 σ_{left} 、 σ_{right} と平均値 μ_{left} 、 μ_{right} をえる。

同様に、文献[6]が論じている方法は最初、リニアTJ CDFを対数TJ CDFに変換する。つぎに、そのCDFの両端部を直線適合することにより $1/\sigma_{left}$ 、 $1/\sigma_{right}$ と平均値 μ_{left} 、 μ_{right} をえる。

最後に、確定ジッタのピークツウピーク値は $|\mu_{left} - \mu_{right}|$ により算出される。この値は従来 $DJ(\delta\delta)$ とあらわされる。ところで、これら2つの方法は、2つのDiracデルタ関数からなる確定ジッタがTJ PDFに混在していると暗黙裡に仮定している[5]、[6]。われわれは、これらの2つのアプローチをダブルデルタ法と呼ぶ。

つぎにダブルデルタ法が採用しているデュアルDiracモデルの妥当性について論じる。デュアルDiracモデルは2つのDiracデルタ関数であり(図4(a))、サイン波PDF(図4(b))や一様PDF(図4(c))と分布形状が大きく異なる。

図2は3つのTJ PDFを比較している。これらのTJ PDFは $DJ_{pp}=20\text{ps}$ のDJ PDFと $\sigma_t=4\text{ps}$ のRJ PDFを畳み込んで合成した。



ボックスは $DJ_{pp}=20\text{ps}$ を図示している。図2(a)に図示するように、ダブルデルタ法はデュアルDirac PDFが混在するトータル・ジッタPDFにたいしては正確な $DJ(\delta\delta) \approx DJ_{pp}$ 推定値をえることができる。しかし、図2(b)から明らかなように、サイン波PDFが混在するトータル・ジッタPDFからは $DJ(\delta\delta) < DJ_{pp}$ なる推定値しかえられない。さらに、一様PDFが混在するトータル・ジッタPDFからは $DJ(\delta\delta) \ll DJ_{pp}$ なる推定値しかえられない(図2(c))。

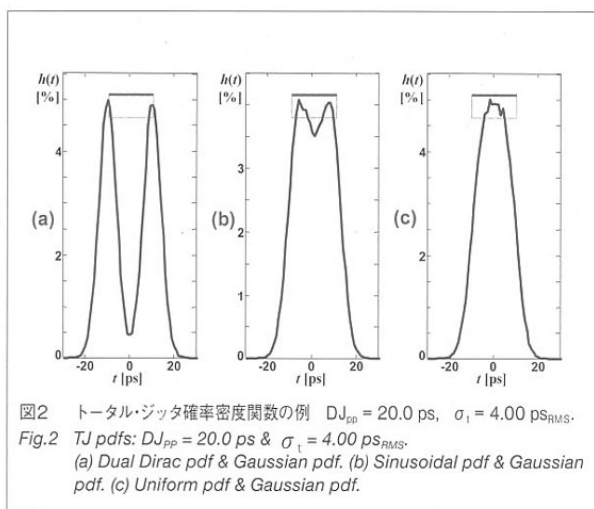
ダブルデルタ法のDJ分離性能について考察する。このダブルデルタ法は、すでに示したように、ガウス分布に2つのDiracデルタ関数(すなわち非ガウス分布)が混在するとき正確な $DJ(\delta\delta)$ 推定を提供する。しかし、一様分布または台形分布(7段や15段PRBSのエッジタイミングの分布に対応する)が混在したガウス分布にたいしては正確でない $DJ(\delta\delta)$ 推定しか提供できない。多くの実用的ケースでは、ダブルデルタ法は確定ジッタのピークツウピーク値を過小評価してしまう[6]:

$$DJ(\delta\delta) < DJ_{pp} \quad (1)$$

式(1)は第4節で実験的に検証される。

ただしデュアルDirac分布自身は、いくつかのケースにおいて非常に有効なモデルである。たとえば、デュアルDiracモデルはシキイ値交叉時刻の摂動によるシフトに対応しているから、設計段階のシミュレーション時間を短縮できる[15]。

従来のダブルデルタ法のひとつは、対数変換された被試験トータル・ジッタCDFの端部に直線適合をほどこしRJの σ_t をもとめる。しかし2.1節ですでに説明したように、PDFの中央部にたいし中心極限定理が成り立っても、その端部のPDFはガウス分布で近似できない。TJ PDFは確定ジッタ分布が混在しているランダム・ジッタ分布であるから、端部の確率密度から正確な σ_t 推定をえるのは原理的にほとんど不可能である。お互いに離れた2つのガウス端部という仮定がなりたたないとき、TJ PDFの端部に



たいする曲線適合によりえるRJの標準偏差 σ 推定には大きな誤差がともなう。

2.3 ベンチマーク試験

プロダクション試験環境においても高い性能をもつ確定ジッタ同定アルゴリズムを識別するため、あたらしい性能ベンチマーク試験を提案する。リアルタイム・オシロスコープは σ_t とサイン波 DJ_{pp} 値を高精度にもとめることができる[16]。したがって、サイン波ジッタが混在するTJ PDFを、確定ジッタ・モデル同定アルゴリズムの性能ベンチマーク試験として利用できる。その手順を説明する。最初に、同定アルゴリズムは、(サイン波ジッタが混在する)TJ PDFがあたえられ、その確定ジッタ・モデルを同定する。つぎに、同定された確定ジッタ・モデルとTJ PDFがPDFブラインド分離器に入力されると、PDFブラインド分離器は指定された確定ジッタ・モデルをもちいてRJとDJに分離し(σ_t , DJ_{pp})を出力する。最後に、推定値(σ_t , DJ_{pp})が、オシロスコープのTIEスペクトルからもとめた推定値($\langle\sigma_t\rangle$, $\langle DJ_{pp}\rangle$)と比較される。

2組の値がほぼ一致するとき、その同定アルゴリズムは最も高い同定性能をもつといえる。換言すると、確定ジッタ・モデルに敏感なトータル・ジッタがTIEスペクトルからもとめたトータル・ジッタにほぼ一致するとき:

$$DJ_{pp} + K\sigma_t \approx \langle DJ_{pp} \rangle + \langle K\sigma_t \rangle \quad (2)$$

そのときベンチマークされているアルゴリズムは、TJ PDFに混在しているDJモデルを正確に同定している。式(2)は第4節で実験的に検証される。われわれは式(2)とサイン波ジッタが混在するトータル・ジッタPDFをもちいて、提案する同定アルゴリズムの性能を評価する。

3. 確定ジッタ・モデルの選択

提案法は特性関数の推定に依存するから、最初に特性関数を定義する[17]。ジッタ分離への応用のため、ガウス分布の特性関数と非ガウス分布(確定分布)の特性関数の違いを説明する。

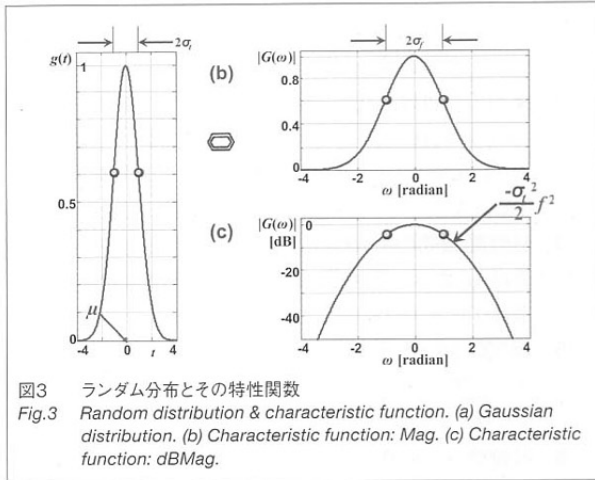


図3 ランダム分布とその特性関数
Fig.3 Random distribution & characteristic function. (a) Gaussian distribution. (b) Characteristic function: Mag. (c) Characteristic function: dBMag.

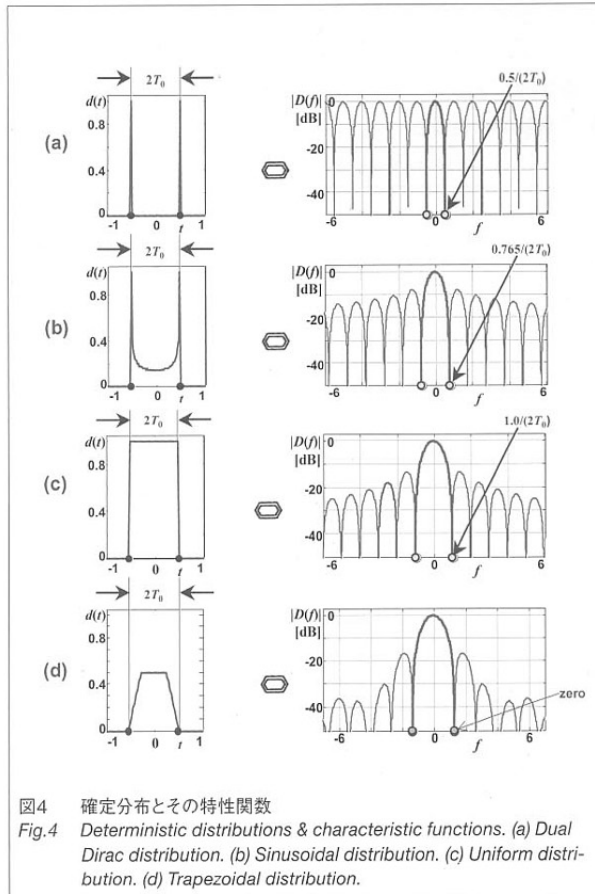


図4 確定分布とその特性関数
Fig.4 Deterministic distributions & characteristic functions. (a) Dual Dirac distribution. (b) Sinusoidal distribution. (c) Uniform distribution. (d) Trapezoidal distribution.

特性関数: 確率変数 t の特性関数は、確率密度関数 $h(t)$ の Fourier 変換 $H(f)$ であたえられる[14]。したがって、任意の確率変数 t の特性関数 $H(f)$ はその分布 $h(t)$ のみに依存する。

同じ分布に従う確率変数 t の特性関数は同一である。また、異なる分布に従う確率変数 t の特性関数はお互いに異なる。

ランダム・ジッタはガウス分布 $g(t)$ にしたがう。図3はガウス分布 $g(t)$ とその特性関数 $G(f)$ を図示している。図3(a)に示すように、ガウス分布は非有界である。ところで、ガウス関数 $g(t)$ の Fourier 変換自身もガウス関数になるという性質がある。したがって、図3(b)に示すように、特性関数 $G(f)$ はガウス関数であり、周波数領域でも非有界である。

確定ジッタは非ガウス分布 $d(t)$ にしたがう。 $d(t)$ は有界または時間制限(time-limited)である。図4は4種類の確定分布 $d(t)$ とその特性関数 $D(f)$ を図示している。図4からわかるように、確定ジッタの特性関数 $D(f)$ は、そのパワーがゼロになるナル周波数を必ずもつ。

3.1 確定ジッタの同定理論

われわれのあたらしい方法(TJ PDFにふくまれる確定ジッタ・モデルを同定する)について説明する。TJ PDF $h(t)$ はランダム・ジッタPDF $g(t)$ と確定ジッタPDF $d(t)$ の畳み込みであるから、その特性関数 $H(f)$ は式(3)であたえられる。

$$h(t) = d(t) * g(t) \quad \langle \rangle \quad H(f) = D(f)G(f) \quad (3)$$

ここで、 $*$ は畳み込み積分をあらわし、 $\langle \rangle$ は Fourier 変換をあらわす。すなわち、特性関数 $H(f)$ は特性関数の積 $D(f)G(f)$ であたえられる。ただし $D(f)$ と $G(f)$ は、それぞれ分布 $d(t)$ と $g(t)$ の特性関数である。

$g(t)$ と $G(f)$ がガウス関数であることを明示すると、式(3)は

$$h(t) = d(t) * \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_t^2}} \quad \langle \rangle \quad H(f) = D(f) e^{-\frac{\sigma_t^2 f^2}{2}} \quad (4)$$

となる。このように式(4)右辺の指数関数においては、 σ_t^2 が f^2 の係数であることに注意されたい。

いろいろのケースがおこりえる。興味がある3つのケースは、

- a) ひとつの確定ジッタ $d(t)$ が支配的で、小さなランダム・ジッタ $g(t)$ も存在する。
- b) 2つの確定ジッタ $d_1(t)$ と $d_2(t)$ とランダム・ジッタ $g(t)$ が存在する。
- c) ランダム・ジッタ $g(t)$ のみ存在する。

である。式(3)をもちい、これら3つのケースの TJ PDF から DJ モデルを同定する方法を開発しよう。

(a) ひとつの確定ジッタ $d(t)$ が支配的で、弱いランダム・ジッタ $g(t)$ も存在する。このケースの典型例は、高速シリアルリンクで伝送されるビット列から測定される TJ PDF である。ランダム・ジッタが小さいとき、 $\sigma_t \approx \varepsilon$ 、その特性関数はほぼ一定とみなせる、i.e. $G(f) \approx 1.0$ このケースにたいし、式 (3) は

$$H(f) \approx D(f) \quad (5)$$

となる。すなわち、測定される TJ PDF の特性関数は、確定ジッタ PDF の特性関数に直接対応する。したがって確定ジッタ・モデルは、 $D(f) - H(f)$ を最小の正值とする特性関数 $D(f)$ をみつけることにより同定できる。正の差 $D(f) - H(f) > 0$ は、 σ_t を正值とするために必要である。さもないければ、物理的に意味のない、純虚数の σ_t をえることになる。

(b) 2つの確定ジッタ $d_1(t)$ と $d_2(t)$ とランダム・ジッタ $g_3(t)$ が存在する：そのうちのいずれの確定ジッタも支配的でない。和 $h = d_1 + d_2 + g_3$ の PDF はガウス分布 $g(t)$ に近づく (Berry-Esseen 定理) [12]:

$$|h(t) - g(t)| < \frac{4c}{\sigma}$$

ここで $h(t) = d_1(t) * d_2(t) * g_3(t)$ であり $\sigma^2 = DJ_{1, RMS}^2 + DJ_{2, RMS}^2 + \sigma_3^2$ である。いずれの確定ジッタも支配的でないときでも、 $h(t)$ の中心部分は近似的にガウス分布とみなせる。しかし、 $h(t)$ の端部はガウス分布に必ずしもしたがわれない。ガウス関数 $g(t)$ と $G(f)$ が Fourier 変換対であるから、これはガウス関数に近い $H(f)$ にたいしても成り立つ。したがって、われわれの同定法は特性関数 $H(f)$ の中心部分のみをもちいて、混在している DJ (ナル DJ をふくめ) を同定しなければならない。 $H(f)$ の中心部分は、このケースでは依然ガウス関数である。

(c) ランダム・ジッタ $g(t)$ のみ：ランダム・ジッタが支配的。このケースの典型例は、高純度発振器の TJ PDF である。確定ジッタは $DJ_{pp} = 1/f_{NULL} \approx \varepsilon$ 小であり f_{NULL} は十分大きいと仮定できる。したがって、確定ジッタ分布はデルタ関数に近づく:

$$d(t) \rightarrow \delta(t) \quad (f_{NULL} \rightarrow \infty)$$

式 (3) から、特性関数は

$$h(t) \approx g(t) \quad \langle \square \rangle \quad H(f) \approx G(f) \quad (6)$$

であたえられる。このケースでは、測定される TJ PDF $h(t)$ の特性関数は RJ の特性関数に直接対応する。したがって、確定ジッタ・モデル同定アルゴリズムは、被試験 TJ PDF がランダム・ジッタのみの分布であるということも同定できなければならない。

3.2 確定ジッタ同定アルゴリズム

3.1 節で展開した確定ジッタ・モデル同定理論にもとづいて、トータル・ジッタ PDF のみから確定ジッタ・モデルを同定するアルゴリズムを開発した、アルゴリズムはつぎのようになる。

1. トータル・ジッタ PDF の特性関数。TJ PDF $h(t)$ に高速 Fourier 変換をほどこし、その特性関数 $H(f)$ をえる。
2. ナル周波数の検出。 $|H(f)|$ のナル周波数を検出する。
3. 候補の特性関数の合成。ステップ 2 でえたナル周波数をもちい、候補の DJ PDF $d_k(t)$ の特性関数 $D_k(f)$ を算出する。全候補 (ステップ 4 で評価される) の DJ PDF にたいして、ステップ 3 を繰り返す。
4. 特性関数間のマッチング。候補 DJ PDF $d_k(t)$ の特性関数 $D_k(f)$ から、正の差 $D(f) - H(f)$ を最小とする特性関数 $D(f)$ をみつける。
5. 確定ジッタ・モデルの同定。ステップ 4 で $H(f)$ に最もマッチする特性関数 $D(f)$ がみつければ、 $h(t)$ に混在する確定ジッタ・モデルの同定となる。
6. 非確定ジッタ・モデルの同定。ステップ 4 でマッチする特性関数が見つからないとき、 $h(t)$ には確定ジッタ・モデルが混在していないとみなされる。すなわち $h(t)$ はランダム・ジッタのみの分布と同定される。

特性関数をもちいた確定ジッタ・モデル同定法の妥当性は、次節で実験的に検証される。

4. 性能評価と比較

本節は、SoC テスタで測定した TJ PDF をもちいて、われわれが提案する確定ジッタ同定法を検証する。4.1 節はサイン波ジッタをもちいて提案法を検証する。4.2 節はデータ依存ジッタをもちいて検証する。最後に既存のダブルデルタ法と比較し、提案する確定ジッタ同定法の利点を明らかにする。

4.1 サイン波ジッタ

2.3 節で導入したサイン波ジッタ・ベンチマークをもちい、提案する確定ジッタ同定法の確定ジッタ同定性能を評価した。2.5 Gbps のクロックパターンにサイン波ジッタを印加し、クロックパターンを SoC テスタ (T2000/6.5GDM、アドバンテスト) のバッファメモリに補足し、フェイルカウンタ法でサイン波が混在するトータル・ジッタ PDF を測定した [7]。ベンチマークのため、リアルタイム・オシロスコープ (SDA 11000, LeCroy) をもちいて測ったタイム・インタバル・エラー (TIE) に Fourier 変換をほどこし TIE スペクトルをもとめた。TIE スペクトルのフロア雑音から $\langle \sigma_t \rangle$ をサイン波の線スペクトルから $\langle DJ_{pp} \rangle$ を直接測定した [7]。

表 1 は、提案法のベンチマーク試験結果である。提案する確

定ジッタ同定法は、誤検出率=0%で、40のトータル・ジッタPDF (サイン波PDFが混在する)のサイン波モデルの確定ジッタ分布を正しく同定した。図5は、デュアルDiracやサイン波や一様や台形分布の $|D(f)|$ と $|H(f)|$ をプロットしている。図5から、サイン波分布の $|D(f)|$ が最小の正差 $D(f) - H(f)$ をあたえることがわかる。

つぎに、40のTJ PDFにたいし、PDFブラインド分離器をもちいてジッタ分離をおこない、サイン波 DJ_{pp} とRJ σ_i をえた。同定されたサイン波PDFモデルが適用された。表2の第2欄は、PDFブラインド分離器が分離した σ_i と DJ_{pp} を示している。表2の第3欄は、TIEスペクトル測定から直接もとめた $\langle\sigma_i\rangle$ と $\langle DJ_{pp}\rangle$ を示している。表2から、あたらしい確定ジッタ同定法とPDFブラインド分離器の組み合わせは、それぞれ0.03ps、1.0psの誤差の精確なRJ推定とサイン波DJ推定をあたえることが明らかである。ただし、推定値の標準偏差の差は、平均値と瞬時値の違いによる。すなわちオシロスコープは410の瞬時TIEスペクトルを平均し $\langle\sigma_i\rangle$ と $\langle DJ_{pp}\rangle$ をもとめた。一方、PDFブラインド分離器は瞬時TJ PDFから σ_i と DJ_{pp} をもとめた。このため、推定値の標準偏差が大きい。

図6は、式(2)であたえられる、トータル・ジッタ $DJ_{pp} + K\sigma$ と $\langle DJ_{pp}\rangle + \langle K\sigma\rangle$ 間の距離を $K\sigma - DJ_{pp}$ 座標系でプロットしている。ここで $K=9.5$ は $BER_{threshold}=10^{-6}$ で決まる定数である。 ∇ は、PDFブラインド分離器が、提案法で同定されたサイン波PDFモデルをもちいて推定した($K\sigma_i, DJ_{pp}$)を示し、 Δ はTIEスペクトル測定からもとめた($\langle K\sigma_i\rangle, \langle DJ_{pp}\rangle$)を示している。2つのTJ推定値はお互いにほぼ一致しており、式(2)は検証された。すなわち、提案同定アルゴリズムは非常に高い同定性能をもつことが確認された。

式(1)はつぎのように解釈できる：真の確定ジッタ・モデルは、確定ジッタのピークツウピーク値を最大化する。 $DJ(\delta\delta)$ に関し式(1)を検証するため、デュアルDiracモデル(真の確定ジッタとは異なるモデル)を採用しPDFブラインド分離器に、同じ40のTJ PDFのジッタ分離をさせた。図6の○はPDFブラインド分離器が推定した($K\sigma, DJ(\delta\delta)$)を図示している。 $DJ(\delta\delta)$ は DJ_{pp} より13.8ps小さく、式(1)が検証された。したがって、真の確定ジッタ・

モデルは、最大の確定ジッタのピークツウピーク値をあたえることが実験的に検証された。

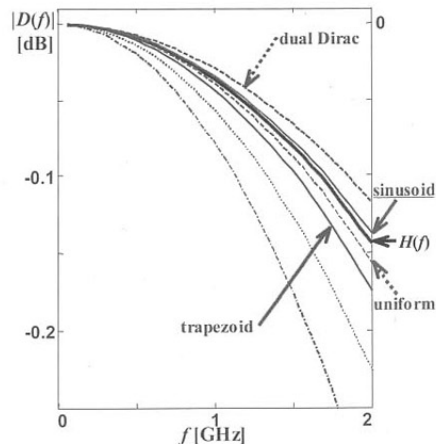


図5 サイン波ジッタ分布の同定
Fig.5 Identifying SJ pdf. Minimum $D(f) - H(f)$ identifies sinusoidal pdf.

表2 T2000/6.5GDM/提案法をもちいた測定とSDA 1100をもちいた測定の相関
Table 2 Correlation result between the T2000 with 6.5GDM and an SDA 11000.

6,968,640 bit @2.5Gbps	T2000 6.5GDM PDF Blind Separator		Instrument LeCroy SDA 11000		
	RJ σ	SJ p-p	RJ σ	SJ p-p	
Instant or average	Instant PDF		Average PDF 410 averages		
40 SJ PDFs	RJ'SJ	3.26 ps	39.7 ps	3.23 ps	40.7 ps
	Standard deviation	0.312 ps	0.537 ps	0.083 ps	0.019 ps

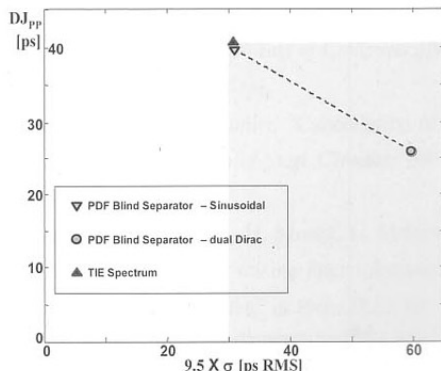


図6 T2000/6.5GDM/提案法をもちいた測定とSDA 1000をもちいた測定の相関
Fig.6 Correlation result between the T2000 with 6.5GDM and an SDA 11000.

表1 提案法のベンチマーク試験結果：サイン波ジッタ
Table 1 The benchmarking test results: Sinusoidal DJ type out of 40 SJ pdfs.

Algorithm		DJ model Identification Method
R	Sinusoidal DJ detection probability	100 %
	events	40/40
S	false alarm probability	0 %
	events	0/40

4.2 データ依存ジッタ

パフォーマンスボード上で伝送させることにより、7段のPRBSにデータ依存ジッタDDJを印加した。T2000/6.5GDMの電圧コンパレータをもちいてフェイルカウンタ法でDDJが混在したTJ PDFを測定した[7]。

表3は、このDDJ PDFにたいし提案の確定ジッタ同定法を検証した結果である。提案する確定ジッタ同定法は、誤検出率=0%で、195のTJ PDF(台形PDFが混在する)の台形モデルの確定ジッタ分布を正しく同定した。図7は、台形分布の特性関数が最小の $D(f) - H(f)$ をあたえることを図示している。

従来のダブルデルタ法の性能限界を明らかにするため、図8は、ひとつのTJ推定値 $DJ_{pp} + K\sigma$ と2つのTJ推定値 $\langle DJ_{pp} \rangle + \langle K\sigma \rangle$ 間の距離を $K\sigma - DJ_{pp}$ 座標系でプロットしている。◇は、PDFブラインド分離器が、提案法で同定された台形PDFモデルをもちいて算出した $(K\sigma, DJ_{pp})$ を示す。□は、従来のダブルデルタ法をもちいて分離した $(K\sigma, DJ(\delta\delta))$ を示している[5]。同様に▽は、別のダブルデルタ法をもちいて分離した $(K\sigma, DJ(\delta\delta))$ を示している [6]。2つの $DJ(\delta\delta)$ 値は DJ_{pp} よりそれぞれ5.4psと13.8ps小さく、式(1)から予測できるように、2

表3 提案法のベンチマーク試験結果:データ依存ジッタ
Table 3 The benchmarking test results: trapezoidal DJ type out of 195 DDJ pdfs.

Algorithm	DJ model Identification Method
R	Trapezoidal DJ detection probability
E	events
S	false alarm probability
U	events
L	
T	

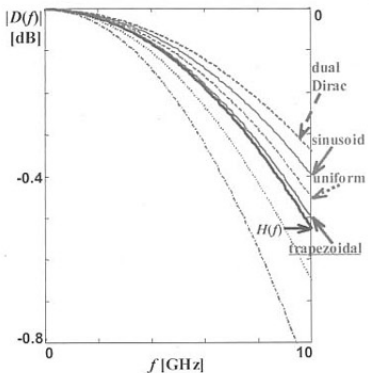


図7 台形分布の同定
Fig.7 Identifying trapezoidal pdf. Minimum $D(f) - H(f)$ identifies trapezoidal pdf.

つの $DJ(\delta\delta)$ は DJ_{pp} を過小評価しがちである。このケースでは、ダブルデルタ法がTJ PDFのみから真の DJ_{pp} をえることは、ほとんど不可能である。

最後に、確定ジッタ・モデル同定の重要性を明らかにする。図9は、3つの異なるDJモデルにたいする3つのTJ推定値 $DJ_{pp} + K\sigma$ をプロットしている。◇は、PDFブラインド分離器が、台形PDFモデルをもちいて算出した $(K\sigma, DJ_{pp})$ を示す。同様に、△と○は、PDFブラインド分離器が、それぞれ一様PDFモデルとデュアルDiracモデルをもちいて算出した $(K\sigma, DJ_{pp})$ を示す。 DJ_{pp} と $DJ(\delta\delta)$ は、それぞれ5.7ps、14.1psだけ台形PDFモデル(測定TJ PDFに最もマッチするモデル)の DJ_{pp} より小さく評価される。

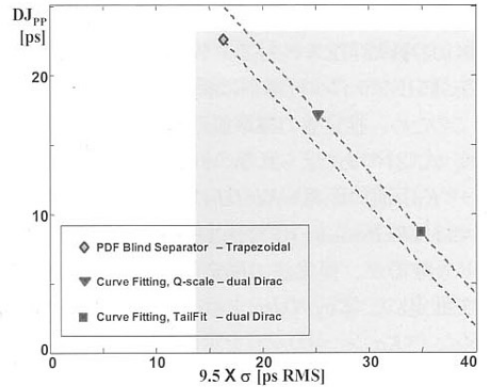


図8 トータル・ジッタの推定精度
Fig.8 Accuracy of TJ estimates: PDF blind separator with DJ identification method and conventional curve-fitting approaches. DDJ in 7-stage PRBS was used.

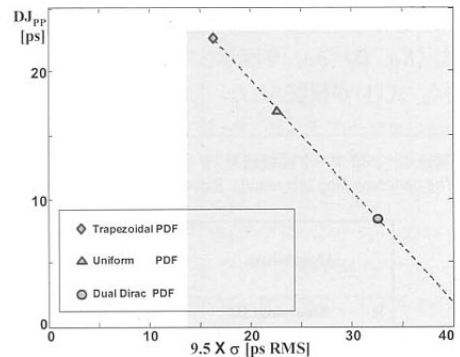


図9 確定ジッタ・モデル同定の重要性
Fig.9 Importance of the DJ model: Three TJ estimates for three different DJ models (trapezoidal, uniform and dual Dirac PDFs). Note that the best matched DJ model is located at top-left corner.

5. 利点と限界

利点。本論文が提案した確定ジッタ・モデルの同定法はいくつかの重要な利点がある：

- (1) 提案同定法はTJ PDFから直接確定ジッタ・モデルを同定する。
- (2) サイン波ジッタのケースを除き、確定ジッタ・モデル同定の複雑度は、リアルタイム・オシロスコープのTIEスペクトルをもちいるより、ずっと簡単である。
- (3) 確定ジッタ・モデル同定法の性能はロバストである。

限界。確定ジッタ・モデル同定法は、複数の確定ジッタを同時に識別することはできない。

6. まとめ

本論文は、TJ PDFに混在する異種の確定ジッタの確定ジッタ・モデルを同定するあたらしい方法を提案した。あたらしい方法は、あたえられたTJ PDF(未知の確定ジッタが混在している)のみから、その確定ジッタ・モデルの特性関数を同定する。サイン波ジッタをもちいたベンチマーク実験は、提案したアプローチの性能が非常に高いことを明らかにした。サイン波ジッタとDDJをもちいた実験により、提案法が確定ジッタ・モデルを誤判定する率は非常に小さいことが検証された。

あたらしい方法は多様なDJモデルとともに利用でき、被試験TJ PDFに混在しているDJに厳密に対応したDJモデルを同定する。量産試験環境における高品質ジッタ試験にも適している。

PDFブラインド分離器と提案法の組合わせたジッタ分離性能は、原理的にTIEスペクトル測定からもとめた($\langle K\sigma_j \rangle$, $\langle DJ_{pp} \rangle$)と同等であることが実験的に検証された。ただし、PDFブラインド分離器と提案同定法の組合わせはトータル・ジッタPDFしか必要としないから、最もSoCテスト向きである。

6. 参考文献

- [1] G. Balamurugan, J. Kennedy, G. Banerjee, J. E. Jaussi, M. Mansuri, F. O'Mahony, B. Casper, and R. Mooney, "A scalable 5-15 Gbps, 14-75 mW low power I/O transceiver in 65 nm CMOS" in *IEEE Symp. VLSI Circuits Dig. Tech. Papers*, Kyoto, Japan, June. 14-16, 2007, pp. 270-271.
- [2] T. J. Yamaguchi, M. Soma, M. Ishida, M. Kurosawa, and H. Musha, "Effects of deterministic jitter in a cable on jitter tolerance measurements," in *Proc. IEEE Int. Test Conf.*, Charlotte, NC, September 30-October 2, 2003, pp. 58-66.
- [3] Y. Liu, B. Kim, T. O. Dickson, J. F. Bulzacchelli, D. J. Friedman, "A 10 Gb/s compact low-power serial I/O with DFE-IIR equalization in 65 nm CMOS," in *IEEE Int. Solid-State Circuits Conf. (ISSCC) Dig. Tech. Papers*, San Francisco, CA, Feb. 8-12, 2009, pp. 182-183.
- [4] B. Casper, F. O'Mahony, "Clocking analysis, implementation and measurement techniques for high-speed data links—a tutorial," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 56, no. 1, pp. 17-39, Jan. 2009.
- [5] M. Li, J. Wilstrup, R. Jessen, and D. Petrich, "A new method for jitter decomposition through its distribution tail fitting," in *Proc. IEEE Int. Test Conf.*, Atlantic City, NJ, Sep. 28-30, 1999, pp. 788-794.
- [6] R. Stephens, *Jitter analysis: the dual-Dirac model, RJ/DJ, and Q-scale*, Agilent Technologies, Santa Clara, CA, 2004.
- [7] T. J. Yamaguchi, H. X. Hou, K. Takayama, D. Armstrong, M. Ishida, and M. Soma, "An FFT-based jitter separation method for high-frequency jitter testing with a 10X reduction in test time," in *Proc. IEEE Int. Test Conf.*, Santa Clara, CA, October 23-25, 2007.
- [8] N. Ou, T. Farahmand, A. Kuo, S. Tabatabaei, and A. Ivanov, "Jitter models for the design and test of Gbps-speed serial interconnects," *IEEE Design & Test of Computers*, vol. 21, no. 4, pp. 302-313, Jul.-Aug., 2004.
- [9] J. Buckwalter, and A. Hajimiri, "Cancellation of crosstalk-induced jitter," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 41, no. 3, pp. 621-632, Mar. 2006.
- [10] T. J. Yamaguchi, M. Soma, H. Musha, L. Malarsie, and M. Ishida, "A new method for testing jitter tolerance of SerDes devices using sinusoidal jitter," in *Proc. IEEE Int. Test Conf.*, Baltimore, MD, October 7-10, 2002, pp. 717-725.
- [11] T. J. Yamaguchi, S. Iwamoto, M. Ishida, and M. Soma, "A study of per-pin timing jitter scope," in *Proc. IEEE Int. Test Conf.*, Santa Clara, CA, October 22-27, 2006.

- [12] P. Z. Peebles, *Probability, Random Variables and Random Signal Principles*, 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [13] M. Schwartz, *Information Transmission, Modulation, and Noise*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1981.
- [14] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 2nd ed.. New York: McGraw-Hill, 1984.
- [15] B. Analui, J. Buckwalter, and A. Hajimiri, "Data-dependent jitter in serial communications," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 53, no. 11, pp. 3388-3397, Nov. 2005.
- [16] T. J. Yamaguchi, M. Soma, M. Ishida, T. Watanabe, and T. Ohmi, "Extraction of instantaneous and RMS sinusoidal jitter using an analytic signal method," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 50, pp. 288-298, June 2003.
- [17] S. Tabatabaei, private communications at ITC2007, Oct. 2007.

筆者紹介



(株)アドバンテスト研究所

山口 隆弘 Takahiro Yamaguchi



テクノロジー開発本部
第2テクノロジー統括部 第5開発部
FTテクノロジー開発2課

一山 清隆 Kiyotaka Ichiyama



Advantest America, Inc.

Harry X. Hou



テクノロジー開発本部
第2テクノロジー統括部 第5開発部
FTテクノロジー開発2課

石田 雅裕 Masahiro Ishida