

# アナログ回路におけるフィードバック制御

— スイッチング電源と直流モータ駆動における自動制御 —

○ 小堀 康功 (小山工業高等専門学校)

## Feedback Control in Analog Circuit

- Automatic Control in Switching Converters and DC Motor Drive Circuit -

\* Yasunori Kobori (NIT, Oyama College)

**Abstract:** This paper describes negative feedback controls in the analog circuits, especially switching converters and motor drive circuits. In the feedback loop, the transfer function is designed in order to make the systems stable. Especially, the phase compensations are very important to improve the step response and the output offset. There are two phase compensations, phase lead compensation for stability and phase lag compensation for output offset.

**Key Words:** Analog circuit, Feedback control, switching converter, Motor drive circuit, Phase compensation

### 1. はじめに

昨今の電子情報機器には多数のアナログ回路が用いられ、その出力の安定化にはフィードバック制御が多用されている。その多くはアナログ回路を中心とする制御方式であり、基本的に古典制御理論による負帰還回路である。このような制御システムの最大性能を引き出すには、ゲイン設定に加えて位相補償回路による性能改善が施される。

今回、アナログ制御回路の一例としてスイッチング電源を、メカ制御回路の一例としてモータ駆動回路を取り上げ、システム内のフィードバック制御を紹介する。特に、位相補償回路と伝達関数および応答特性の関係を、降圧形電源に関してシミュレーションにより紹介する。

### 2. スイッチング電源における自動制御

#### 2.1 降圧形スイッチング電源の概要

一定電圧を供給する電源は、負荷電流の変動に対しても安定に電圧を供給する必要がある。一般的なDC-0DC降圧形スイッチング電源の構成を Fig. 1 に、主な動作波形を Fig. 2 に示す。スイッチを高速で周期的に ON/OFF させることにより、インダクタ電流を増減させ、出力部に接続された平滑コンデンサおよび負荷抵抗に電圧を供給する。この出力電圧  $V_o$  を安定供給する目的より、 $V_o$  と目標電圧を比較増幅し、その誤差電圧によりスイッチの ON/OFF 状況を制御する。

この場合、一般的には誤差信号と鋸歯状波を比較することにより PWM (Pulse Width Modulation) 信号を発生し、この ON 時間の比率  $D$  (時比率: デューティと呼ぶ) を制御することで出力電圧  $V_o$  を自動制御する。時比率  $D$  を変化させることにより、Fig. 2 のようにインダクタ電流は増減した  $V_o$  は変化させる。

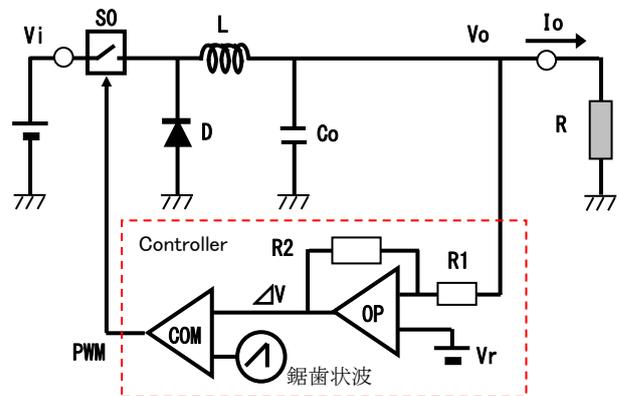


Fig.1 Circuit of switching buck converter

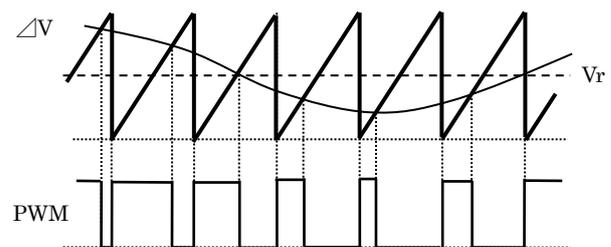


Fig.2 Waveform of switching converter

## 2.2 スイッチング電源の伝達関数

スイッチング電源の構成は、LC 平滑回路のパワーステージと、制御部分のフィードバック回路に大別される。この場合、解析状況はインダクタ電流の状況により、電流連続モード CCM (Continuous Conduction Mode) と電流非連続モード DCM (Discontinuous Conduction Mode) に分けられる。この2つのモードは全体の構成は類似であるが、特性が大きく異なるので以下に分けて説明する。

電流連続モードのブロック図を Fig. 3 に示す。メインステージ P(s) は LC 平滑回路の 2 次式で表され、LCR および D や出力インピーダンス Z<sub>o</sub> を用いて複雑な式であるが、式(2-1) で表される。ここで、 $\zeta$ 、 $\omega_n$  は降圧形・昇圧形・昇降圧形で異なるが、降圧形電源の場合、次式(2-2) (2-3) で与えられる。

$$P(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta(s/\omega_n) + (s/\omega_n)^2} \quad (2-1)$$

$$\text{ただし } \zeta = (1/CR + Z_o/L)/2\omega_n \quad (2-2)$$

$$\omega_n = \sqrt{(1 + Z_o/R)/CR} \quad (2-3)$$

( R : 負荷抵抗, Z<sub>o</sub> : 出力インピーダンス)

スイッチング電源の場合、外部パラメータとして、デューティ D、負荷抵抗 R そして入力電圧 V<sub>i</sub> を考え、これらを含めた全体ブロック図を Fig. 3 に示す。制御回路部の誤差電圧増幅器および PWM 変換器は線形変換であり、定数 K で置き換えられる。なお、ここでは誤差増幅器で施される位相補償回路の伝達関数は記載されていない。このとき一巡伝達関数 G<sub>o</sub>(s) は基本的に 2 次式となるが、実際の回路ではさらに増幅器や PWM 信号の離散的制御による遅延等による位相遅れが発生し、電源システムは不安定になりやすい。

Fig. 3 において、負荷電流変動を等価的に負荷抵抗変化  $\Delta R$  で、入力電圧変化を  $\Delta V_i$  で示した。なお、電源 P(s) の後段のブロックは、実際の電源における出力インピーダンス Z<sub>o</sub> の影響を表す。

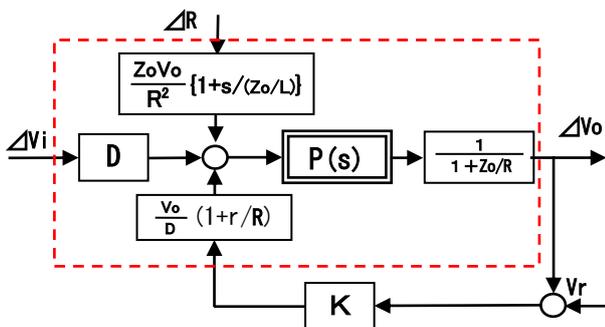


Fig.3 CCM block diagram of buck converter

次に、電流不連続モードのブロック図を Fig. 4 に示す。この場合、メインステージ P(s) は 1 次式で表され、降圧形の場合は式(2-4) となる。この場合、システムは不安定になりやすく、安定に負帰還制御を施すことができる。

$$P(s) = \frac{1}{1+s/\omega_o} \quad \text{ただし } \omega_o = \frac{D+2D_2}{RC \cdot D} \quad (2-4)$$

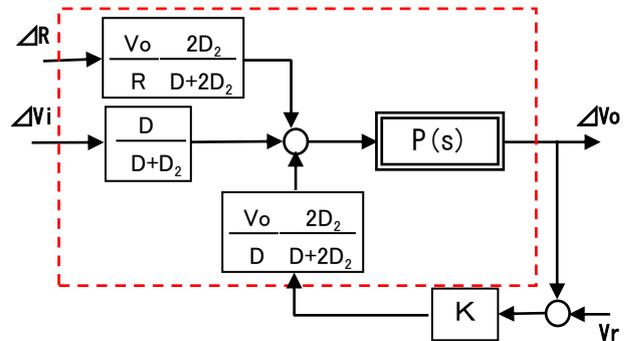


Fig. 4 DCM block diagram of buck converter

ここで電源の主要特性には、入出力条件 V<sub>i</sub>、V<sub>o</sub>、I<sub>o</sub> に加えて、定常出力電圧リプル、負荷変動・電源変動に対する電圧変化特性 (ロード・レギュレーション、ライン・レギュレーションと呼ぶ) および負荷の急変に対する出力電圧特性 (過渡応答特性) がある。これらの諸特性は、システムの安定性設計 (位相余裕やゲイン余裕等) とともに、誤差増幅器の位相補償回路により設計する。

Table 1 Parameters of buck converter

V <sub>i</sub>	10.0 V
V <sub>o</sub>	5.0 V
I <sub>o</sub>	0.5 A (⇔1.0 A)
L	20 μH
C <sub>o</sub>	100 μF
F <sub>ck</sub>	200 kHz

降圧型スイッチング電源の特性を、シミュレーションソフト SIMPLIS により解析する。用いたパラメータを Table 1 に、一巡伝達関数をボード線図により Fig. 4 に示す。ここで、スイッチ、インダクタには内部抵抗として 100mΩ、コンデンサの ESR=10mΩ、オペアンプの GB 積=100MHz とした。また、オペアンプの直流ゲインは 2.5 倍である。Fig. 4 をみると、LC による位相周りが大きく、位相余裕は 20 度しかない。この状態で位相余裕を確保するには、ループゲインを下げる必要があるが、応答特性はさらに悪くなる。

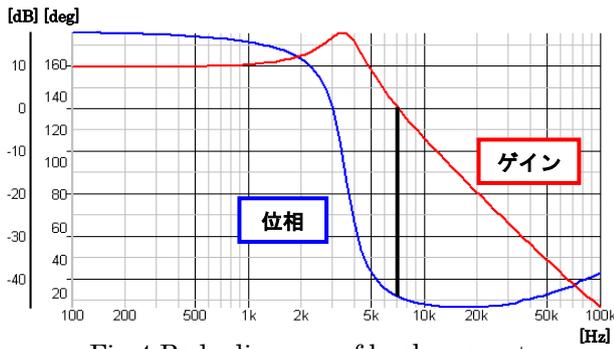


Fig.4 Bode diagram of buck converter

この伝達特性を有する電源において、出力リップルおよび過渡応答のシミュレーション結果を Fig. 5 に示す。定常状態での電圧リップルは 5mVpp と小さいが、電圧オフセットが 60mV と大きく、また負荷電流を  $\Delta I_o=0.5A$  と増減させたときの過渡応答特性は、 $\pm 0.12V$  のアンダー/オーバーシュートを発生し、さらに 150ms 周期で大きく振動して整定時間は 0.6ms と遅い。位相余裕が少ないことより、好ましくない応答である。

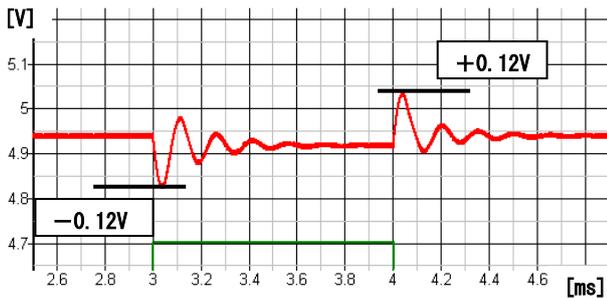


Fig.5 Output ripple and step response

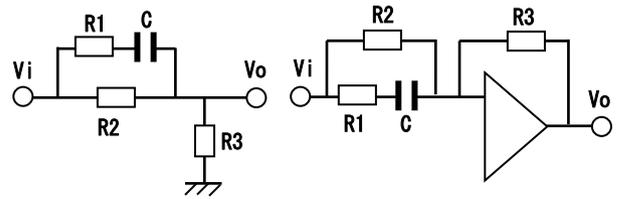
### 2.3 位相進み補償と制御特性

位相進み補償により、ループ特性の安定性を高め、応答特性の改善を図る。具体的には CR 回路により、ピーク周波数付近の特性を改善して、位相余裕やゲイン余裕を高めて制御動作の安定な高速化を実現する。位相進み補償回路の代表例として Fig. 6 の回路があり、(b) はオペアンプを使用した例である。

特性図は一般的に Fig. 7 で示され、傾斜部中心で最大進み位相となり、その大きさは式(2-6)で示される。それぞれ伝達関数は式(2-5)で代表的に示される。なお、極および零点の設定方法は、位相遅れ補償とともに後述する。

$$G(s)=A \cdot \frac{1+T_0 \cdot s}{1+\alpha T_0 \cdot s} \quad (0 < \alpha < 1) \quad (2-5)$$

$$\theta = \text{SIN}^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (2-6)$$



(a) Circuit 1 (b) Circuit 2

Fig. 6 Circuits of phase lead compensation

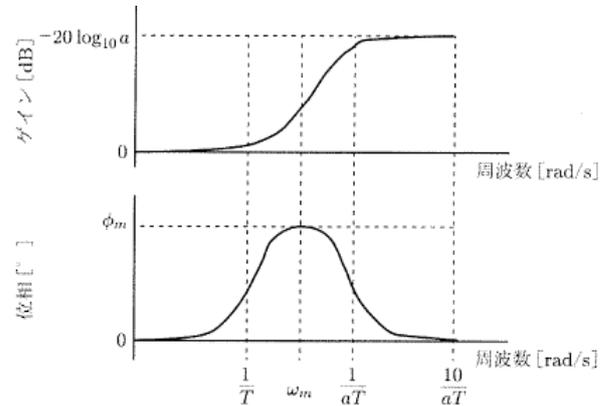
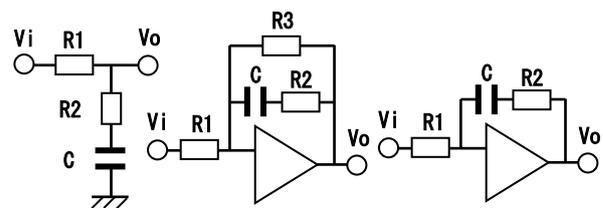


Fig. 7 Transfer function of phase lead compensation

### 2.4 位相遅れ補償と制御特性

位相遅れ補償により、オフセットの改善を図る。位相遅れ補償の代表例として Fig. 8 の回路があり、それぞれ概ね Fig. 9 の特性を示す。また、それぞれの伝達関数は、式(2-7) (2-8)で表される。ここで、Fig. 8(c) は、Fig. (b) で  $R_3=\infty$  とする。



(a) Circuit 1 (b) Circuit 2 (c) Circuit 3

Fig.8 Circuits of phase lag compensation

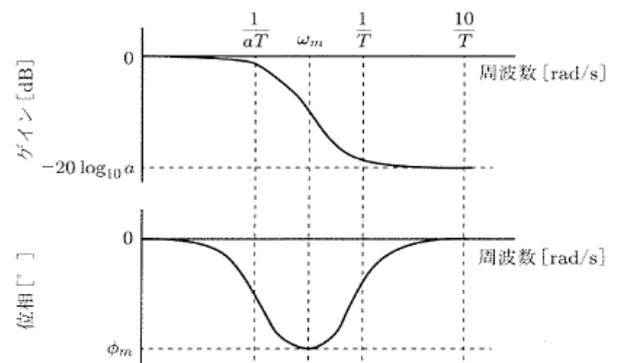


Fig.9 Transfer functions of phase lag compensation

$$G1(s) = A \cdot \frac{1 + T_0 \cdot s}{1 + \alpha T_0 \cdot s} \quad (\alpha > 1) \quad (2-7)$$

$$G2(s) = A' \cdot \frac{1 + T_0 \cdot s}{s} \quad (2-8)$$

なお、(c)の回路は伝達関数の分母に  $s$  を有し、積分制御であることが理解される。

ここでいずれの場合においても、零点の周波数の設定がシステムの制御特性に大きく影響を及ぼす。まず、位相遅れが安定性に影響しないように、零点の周波数がゼロクロス周波数より低く設定する。一方、この零点周波数を低くし過ぎると、過渡応答特性において特性が劣化し好ましい特性が得にくい。Fig. 9における最大位相遅れは、位相進み補償と同様である。一方、Fig. 8(c)の特性は示していないが、Fig. 9の低周波領域で既に90度の遅れがあり、その後 零点付近より位相が進んで高域で0度に戻る。

## 2.5 位相補償の設計法

実際のループ一巡伝達関数をもとに位相補償を施す場合、進み補償と遅れ補償では、その観点が大きく異なるので分けて説明する。

### A) 位相進み補償の実際

位相進み補償の目的は、前述のように位相余裕あるいはゲイン余裕を適度に確保して、システムを安定化させることにある。そこで、位相が180度遅れる周波数の低域側の位相をより大きく進めることが望ましい。実際には以下の手順により位相進み補償を施し、その後にゲイン調整する。

- ①  $\theta = -180^\circ$  となる周波数を  $f_1$  とすると、前式(2-5)を満たすように  $T_0$  を選定し、次式(2-9)により時定数  $CR$  を決定。

$$T_0 = 1 / f_1 = 2\pi CR \quad (2-9)$$

- ② ゲイン比は必要な進み位相に依存するが、一般的には  $\beta = 0.1$  程度として  $\theta \doteq 55^\circ$  を設定。
- ③ 位相余裕が最適となるよう、ゲイン特性を調整。

### B) 位相遅れ補償の実際

位相遅れ補償の目的は、前述のように出力オフセットの改善である。出力オフセットは直流ループゲインに反比例することより、Fig. 8(c)の補償回路を使用できればオフセットは解消される。そうでない場合は、式(2-6)において  $\alpha = 10$  程度に設定して改善を図る。ここで理論的には  $\alpha$  をより大きく設定可能であるが、システムの起動特性に影響するので注意が必要である。

ここで零点の周波数  $f = 1/T_0$  の設定には、前述のように安定性への影響を極力避け、実際の特性に合わせて微調整する。

## 3. 直流モータ制御における自動制御

### 3.1 直流モータの等価回路

ブラシレス・モータは一般に三相モータであるが、ここでは通常の直流モータとして説明する。モータ制御には、エスカレータ等の移動速度を一定にする速度制御と、回転体の位相や停止位置を一定にする位相制御（あるいは位置決め制御）がある。

まず、モータの等価回路を Fig. 10 に示す。電機子のインピーダンスには、電機子抵抗  $R_a$  とインダクタンス  $L$  が存在するが、ここでは簡単化のために  $R_a$  のみを考える。モータの両端には、入力電圧  $V_i$  と逆起電力  $V_e$  との差の電圧  $V_a$  が印加される。この結果、電機子には電流  $I_a = (V_i - V_e) / R$  が流れる。この電流により、モータ軸にはトルク  $T = k_t \cdot I_a$  が発生する。ここで  $k_t$  はトルク定数である。この発生トルクにより外部負荷トルクに打ち勝つと共に、モータ軸自体の慣性モーメント（イナーシャ：inertia）を駆動する。この場合、駆動トルクの積分値によりモータ軸を駆動し、モータ回転速度  $\omega$  を得る。この回転数に比例して、逆起電力  $V_e = k_e \cdot \omega$  が発生する。ここで  $k_e$  は逆起電力定数であり、物理的にはトルク定数と同じものであるが、平均値を使用することや単位のことにより、トルク定数とは異なる数値で表される。

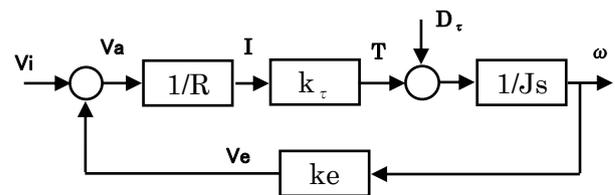


Fig. 10 Block diagram of DC motor

ここで、Fig. 10の一巡伝達関数は式(3-1)であり、したがってモータの伝達関数  $G_m(s)$  は式(3-2)のようになり、1次のLPFと等価になる。なお、式中の  $T_m$  は、機械的時定数と呼ばれ、モータ性能を表す指標のひとつである。

$$\text{一巡伝達関数: } G_0(s) = \frac{K_e k_t}{J R s} \quad (3-1)$$

$$\text{伝達関数: } G_m(s) = \frac{\frac{k_t}{J R s}}{1 + \frac{K_e k_t}{J R s}} = \frac{k_m}{1 + T_m s}$$

$$\text{ただし } k_m = 1/k_e, T_m = J R / k_e k_t \quad (3-2)$$

### 3.2 速度制御回路

モータの速度制御方式では、一般に電圧で指示された回転速度に、制御対象のモータ回転速度が一致するように負帰還制御する。したがって、モータの回転速度（周波数）を電圧に変換する、周波数/電圧(F/V)変換器が必要である。この F/V 変換器には多種の方式があるが、一般的にはパルスを発生する周波数発電器や、電圧を発生する速度発電器が用いられる。電圧発電器は高価であるため、一般的にはパルス列を発生する周波数発電器が多用される。

このパルス列より電圧に変換する方法として、モータ制御方式や目的および精度に応じて、同期整流方式やパルス幅検出方式などがある。IC 回路によく使用される方式の一つとして、Fig. 11 の鋸歯状波のピークホールドによる周期検出方式がある。パルスの入力により、鋸歯状波のピーク値をサンプリング/ホールドした後、リセット/スタートして、連続的に周期変化を電圧に変換する。

本方式による F/V 変換器のゲインは、厳密には周波数に非線形であるが、一定周波数付近ではほぼ周波数に比例すると考えられる。この場合、速度制御回路は Fig. 12 のブロック図で表される。ここで、F/V 変換器の出力は目標電圧と比較増幅され、駆動回路を介してモータに印加される。位相補償  $G_c(s)$  を無視すると、その伝達関数は式(3-3) で表される。

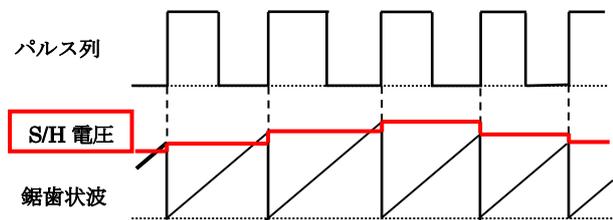


Fig. 11 Wave forms of F/V converter

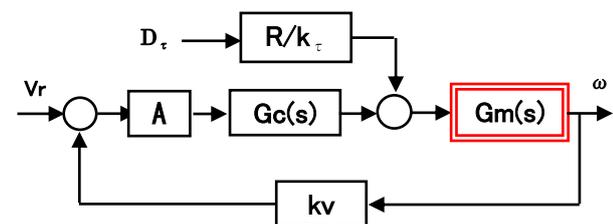


Fig. 12 Block diagram of velocity control

$$G(s) = \frac{A \cdot G_m(s)}{1 + AK_v \cdot G_m(s)} = \frac{AK_m}{1 + AK_v K_m} \cdot \frac{1}{1 + T_m' s}$$

ただし  $T_m' = \frac{T_m}{1 + AK_v K_m}$  (3-3)

式(3-3) は、式(3-2) と同様に 1 次 LPF 特性と同等であるが、モータの機械的時定数はほぼ

$1/AK_v K_m$  倍の小ささになり、応答特性を向上させることができる。式から判断すると理論的には「ループゲイン  $AK_v$  を高めれば、応答特性を任意に高められる」と思われるが、実際には電機子のインダクタ成分による 2 次遅れ成分や、サンプリング・ホールドによる遅延等により安定性には限界がある

### 3.3 位相制御回路

回転記録媒体を用いる情報機器や、回転体の連結着脱装置においては、同期運転や位相関係が重要である。このようなシステムでは、基準信号に対してモータを同期運転させることより、位相制御が施される。

Fig. 13 に一般的な位相制御システムの構成図を示す。上記の Fig. 12 の速度制御回路と比較すると、モータからの帰還信号が位相  $\theta$  であり、積分要素  $1/s$  が必要になる。なお、位相比較器としては、鋸歯状波信号あるいは台形波信号が多く用いられる。なお、位相補償回路を  $G_c(s)$  で表すが、伝達関数では無視する。

このとき、モータの基本は式(3-2) の 1 次伝達関数だが、Fig. 13 では積分要素により伝達関数  $G(s)$  は次式(3-4) の 2 次関数となる。この場合、ループゲインを高めることにより自然角周波数つまり応答周波数を高めることはできるが、式(3-4) より理解されるように減衰係数が小さくなり不安定領域に近づく。

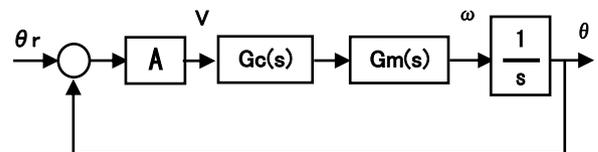


Fig. 13 Block diagram of phase control

$$G(s) = \frac{AK_m}{T_m \cdot s^2 + s + AK_m} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

ただし  $\omega_n = \sqrt{AK_m/T_m}$ ,  
 $\zeta = 1/(2\sqrt{AK_m T_m})$  (3-4)

### 3.4 速度制御+位相制御

位相同期運転する電子機器においては、その応答速度を高めるために位相制御ループのゲインを高め応答周波数を最大限に高く設定する。しかしながらモータ単体の遮断周波数が低く、位相制御のみでは応答周波数に限界がある。そこで、一般的に速度制御ループを加えてモータの応答特性を等価的に改善した後、位相制御を加えることが多い。

全体ブロック図を Fig. 14 に示し、破線部分が速度制御ループである。この場合、モータ単体の応答特性  $G_m$  に速度制御を施すことにより、式(3-3) で示したように機械的定数を改善し、あたかも「改善されたモータ  $G_m'$ 」に位相制御を施すことになる。

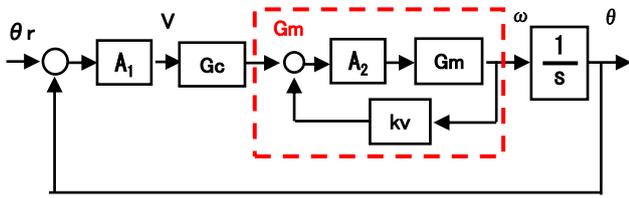


Fig. 14 Block diagram of phase & velocity control

## 4. 位相補償の実際

### 4.1 位相進み補償回路

まず位相進み補償により位相余裕を改善する。Fig. 4 の特性回路に、Fig. 6(b)の位相補償回路を施し、20kHz 付近の位相を 20 度程度進めた特性を、元の特性と比較して Fig. 15 に示す。ここでは、同時にループゲインを 12dB 高めて、ゲイン特性のゼロクロス点を調整した。その結果、20kHz のゼロクロス周波数で、約 55 度の位相余裕を確保した。この結果、Fig.16 の応答特性において、オーバーシュートを 40mV 以下と大幅に改善した。また、ル

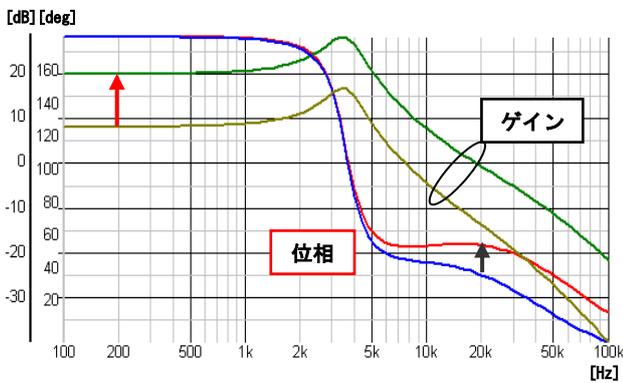


Fig.15 Bode plot of buck converter (with phase lead compensation)

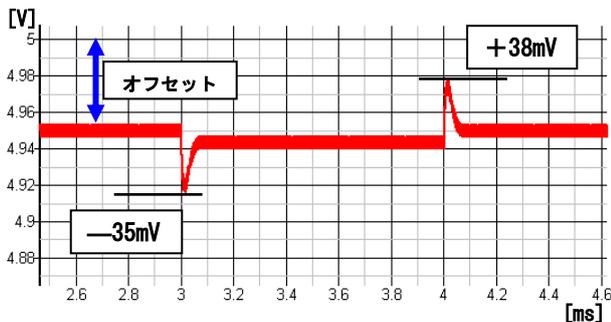


Fig. 16 Step response of buck converter (with phase lead compensation)

ープゲインの改善により、オフセットは 60mV から 45mV に少し改善された。

### 4.2 位相遅れ補償回路

位相進み補償を施した Fig. 15 の回路に、Fig. 8(c) の位相遅れ補償を施してオフセットを解消する。シミュレーションによる補償結果を、Fig. 17 にボード線図で、Fig. 18 に応答特性で示す。伝達特性では、低域において位相は既に 90 度遅れているが、ピーク付近では移送は戻っており、安定性への影響はみられない。一方、低域のゲインは大きく向上するので、Fig. 18 のシミュレーション結果では、オフセットは全く発生しないことが確認できる。

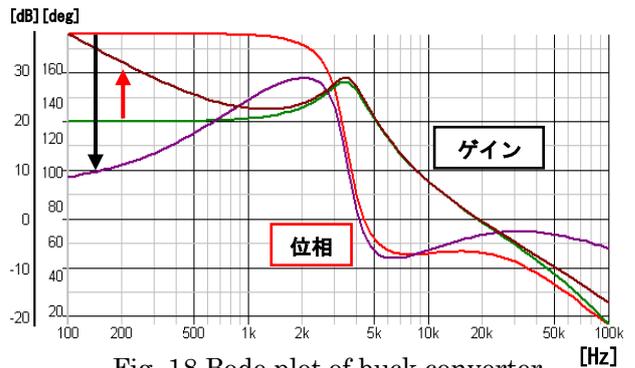


Fig. 18 Bode plot of buck converter (with phase lag & lead compensation)

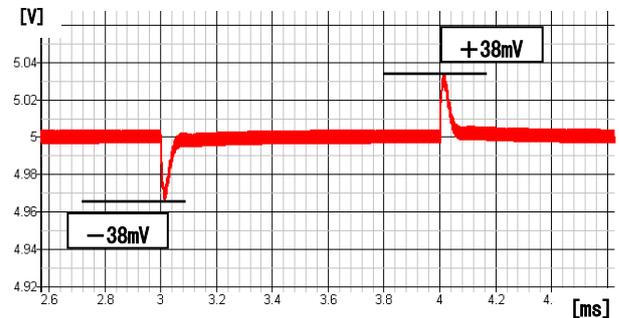


Fig. 19 Step response of buck converter (with phase lag & lead compensation)

## 5. むすび

昨今の電子情報機器には、多数の電子回路やメカトロニクスが使用されている。電子回路において安定な出力を得るには負帰還制御が必須であり、またモータ等のアクチュエータを用いる自動制御システムでは、計測回路を含めて制御回路が非常に重要である。

今回、アナログ回路の制御方式として、スイッチング電源とモータ駆動回路における負帰還制御および位相補償とシステム性能に関して報告した。今後も多用されるアナログ制御回路に、更なる発展を期待したい。